

Владимир В. Петровић

Дејан В. Тошић

Антоније Р. Ђорђевић

Микроталасна пасивна кола

Универзитет у Београду – Електротехнички факултет
Београд, 2010.

Владимир В. Петровић, Дејан В. Тошић, Антоније Р. Ђорђевић

Микроталасна пасивна кола

Рецензенти
др Бранко Колунџија
др Милан Илић

Одлуком Наставно-научног већа Електротехничког факултета
број 141/2 од 26.1.2010. године ова књига је одобрена као
уџбеник у електронском облику на Електротехничком факултету
у Београду.

Издавач
Електротехнички факултет – Београд

ISBN 978-86-7225-041-1

Предговор

Овај уџбеник је произашао из материјала припремљених за предавања и вежбе за предмет Микроталасна пасивна кола који се од оснивања Смера за микроталасну технику, па све до данас, држи на основним студијама на Електротехничком факултету у Београду. Књига је првенствено намењена студентима Електротехничког факултета у Београду који слушају предмет Микроталасна пасивна кола. Она у потпуности обухвата градиво предвиђено за предавања и вежбања. Аутори се надају да ће књига бити од користи и другим студентима, инжењерима и практичарима који имају додира са RF и микроталасном техником.

У циљу што потпунијег сагледавања ове важне и савремене инжењерске области, уџбеник је конципиран као равнотежа основних теоријских излагања и конкретних примера пројектовања кола. За овладавање основима обимне и сложене теорије и праксе RF и микроталасних пасивних кола стоји на располагању само један семестар. Стога су у овој књизи извођења сведена на минимум, а тежиште излагања је посвећено томе да читалац овлада резонима пројектовања и примене посматраних кола.

Аутори су свесни да у овом тексту постоје разни недостаци и биће захвални свима који им укажу на њих.

Због малог тиража, овај уџбеник се објављује у електронском облику, као пионирски подухват у тој врсти публикација на Електротехничком факултету у Београду.

Београд, фебруар 2010.

Аутори

Садржај

1. Увод	1
2. Преглед структура за вођење електромагнетских таласа	5
2.1. Увод.....	5
2.2. Системи за вођење са савршеним проводницима	7
2.3. Системи за вођење са несавршеним проводницима	11
2.4. Типови вођених таласа	13
2.4.1. TEM таласи.....	14
2.4.2. TE и TM таласи	18
2.5. Инцидентни и рефлектовани TEM, TE и TM таласи	20
2.5.1. Снага која се преноси инцидентним и рефлектованим таласом.....	21
2.5.2. Систем за вођење завршен потрошачем	22
2.6. Анализа вођених таласа методима теорије електричних кола.....	24
2.6.1. TEM таласи.....	24
2.6.2. TE и TM таласи	31
2.6.3. Смитов дијаграм	31
2.7. Особине неких двопроводничких водова са TEM таласом.....	34
2.7.1. Коаксијални вод	34
2.7.2. Двожични вод.....	39
2.7.3. Микротракасти вод.....	41
2.7.4. Тракасти вод.....	49
2.7.5. Копланарни вод и копланарни таласовод.....	51
2.8. Утицај особина диелектрика на карактеристике планарних водова	53
2.8.1. Фреквенцијске карактеристике диелектрика FR-4	53
2.8.2. Анизотропне диелектричне подлоге	55
2.8.3. Феритне подлоге	56
2.9. Правоугаони таласоводи	56
2.9.1. TE и TM таласи у правоугаоном таласоводу.....	57
2.10. Резонатори у облику секција водова и таласовода	61
3. Вишепроводнички водови	63
3.1. Увод.....	63
3.2. Анализа вишепроводничких водова.....	67

3.2.1. Примарни параметри	67
3.2.2. Модови и секундарни параметри	79
3.2.3. Пар симетричних спрегнутих водова.....	85
3.2.4. Укључивање у анализу микроталасних кола.....	87
3.3. Неке карактеристичне мреже начињене од вишепроводничких водова.....	91
3.3.1. Матрични параметри вишепроводничког вода без губитака са хомогеним диелектриком	91
3.3.2. Вишепроводнички вод кратко спојен или отворен на једном крају.....	91
3.3.3. Неке карактеристичне мреже начињене од водова са два сигнална проводника	96
4. Решавање микроталасних кола.....	107
4.1. Основни појмови о електричном колу	107
4.1.1. Устаљен одзив на прстопериодичну побуду	109
4.1.2. Импедансни и адмитансни параметри	110
4.1.3. Микроталасна кола	111
4.2. Параметри расејања (s-параметри).....	112
4.2.1. Концепт интензитета таласа	112
4.2.2. Дефиниција параметара расејања.....	113
4.2.3. Својства параметара расејања.....	114
4.3. Идеални микроталасни елементи	117
4.3.1. Потрошач, прилагођење, кратка веза, отворена веза.....	118
4.3.2. Реални напонски генератор.....	118
4.3.3. Секција вода	119
4.3.4. Појачавач	119
4.3.5. Изолатор	120
4.3.6. Ослабљивач (атенуатор).....	120
4.3.7. Померач фазе.....	120
4.3.8. Идеални трансформатор.....	121
4.3.9. Жиратор	121
4.3.10. Имитансни инвертор.....	122
4.3.11. Циркулатор.....	123
4.3.12. Симетрични отпорнички делитељ снаге.....	123
4.3.13. Паралелна веза три приступа (Y-спој).....	124
4.3.14. Редна веза три приступа (редни Y-спој)	124
4.3.15. Таласоводни E-спој.....	125
4.3.16. Таласоводни H-спој	126
4.3.17. Паралелна веза четири приступа (крстасти спој).....	126
4.3.18. Усмерени спрежњак	127
4.3.19. Симетрични (квадратурни) спрежњак	127
4.3.20. Антисиметрични спрежњак	128
4.3.21. Хибридни спрежњак	128
4.3.22. Квадратурни хибридни спрежњак.....	128
4.3.23. Магично T (таласоводни хибридни спој)	129
4.3.24. Хибридни прстен	129
4.4. Постављање једначина и решавање микроталасног кола	130
4.5. Микроталасне мреже са два приступа	132
4.5.1. ABCD параметри (каскадни или погонски параметри).....	133
4.6. Софтверски алати за решавање микроталасних кола	135

5. Концентрисане пасивне компоненте	139
5.1. Увод.....	139
5.2. Отпорници	143
5.2.1. Отпорност отпорника	144
5.2.2. Остали параметри отпорника.....	144
5.2.3. Паразитни ефекти	145
5.2.4. Врсте отпорника.....	147
5.3. Калемови.....	148
5.3.1. Индуктивност калема	150
5.3.2. Индуктивност калема	150
5.3.3. Q -фактор калема	152
5.3.4. Остали параметри калема.....	153
5.3.5. Штампани калемови	153
5.3.6. Жичани калемови.....	157
5.4. Кондензатори	161
5.4.1. Капацитивност кондензатора.....	161
5.4.2. Остали параметри кондензатора.....	162
5.4.3. Резонантна учестаност и ефективна капацитивност.....	163
5.4.4. Q -фактор кондензатора	164
5.4.5. Типови кондензатора.....	165
5.5. Трансформатори.....	169
5.5.1. Типови трансформатора.....	172
5.6. Прекидачи.....	173
5.7. Вије и мостови.....	176
5.7.1. Вије.....	176
5.7.2. Мостови	178
5.8. MEMS компоненте.....	179
6. Основне микроталасне пасивне компоненте	181
6.1. Увод.....	181
6.2. Прилагођени потрошачи	181
6.3. Краткоспојници.....	184
6.4. Секције водова	187
6.5. Огранци водова	189
6.6. Ослабљивачи	190
6.7. Мреже минималног унетог слабљења.....	194
6.8. Померачи фазе.....	196
6.9. Делитељи снаге	200
6.10. Усмерени спрежњаци	207
6.10.1. Увод.....	207
6.10.2. Основне особине и дефиниције	208
6.10.3. Спрежњаци са концентрисаном спрегом.....	211
6.10.3.1. Спрежњак са разгранатим водовима.....	211
6.10.3.2. Хибридни прстен	216
6.10.4. Спрежњаци са расподељеном спрегом	218
6.10.5. Резистивни усмерени спрежњаци.....	225

6.11. Комбајнери	227
6.12. Изолатори	228
6.13. Циркулатори	232
6.14. Резонатори	234
7. Мреже за прилагођење	241
7.1. Увод.....	241
7.2. Примена Смитовог дијаграма у синтези мрежа за прилагођење.....	243
7.3. Прилагођење помоћу концентрисаних компоненти (L-мреже за прилагођење) ..	246
7.4. Прилагођење помоћу огранака водова.....	254
7.4.1. Мрежа за прилагођење са једним огранком	254
7.4.2. Мрежа за прилагођење са два огранка	256
7.4.3. Мрежа за прилагођење са три огранка	259
7.5. Прилагођење код појачавача.....	263
7.6. Четвртталасни трансформатор импедансе.....	266
7.7. Широкопојасна прилагођења помоћу четвртталасних секција водова	267
7.7.1. Биномијални трансформатор импедансе	269
7.7.2. Чебишевљев трансформатор импедансе.....	270
7.8. Широкопојасна прилагођења помоћу водова са континуалном променом карактеристичне импедансе (тејперовани водови)	273
7.8.1. Експоненцијални тејпер	274
7.8.2. Троугаони тејпер.....	275
7.8.3. Чебишевљев тејпер	275
7.9. Пројектовање широкопојасних прилагођења оптимизацијом и хеуристичком синтезом.....	277
7.9.1. Пројектовање мреже за прилагођење оптимизацијом	277
8. Микроталасни филтри	281
8.1. Појам филтра и основне величине	281
8.1.1. Спецификација	284
8.1.2. Апроксимација	286
8.1.3. Шема филтра са идеалним елементима	289
8.1.4. Реализација	290
8.1.5. Студија имперфекције	292
8.2. Прототип филтра и LC-лествичаста реализација	293
8.3. Реализација каскадом секција вода	304
8.4. Ричардсова трансформација и Куродини идентитети	309
8.5. Импедансни и адмитансни инвертори	314
8.6. Четвртталасни резонатор као део филтра	318
8.7. Полуталасни резонатор као део филтра.....	319
8.8. Филтри пропусници опсега са спрегнутим водовима	320
8.8.1. Увод.....	320
8.8.2. Филтар са паралелно спрегнутим полуталасним резонаторима.....	321
8.8.3. Интердигитални филтар	336
8.8.4. Чешљасти филтар	343
Литература.....	351

1. Увод

RF и микроталасна техника је грана електротехнике, односно информационо-комуникационих технологија, која се бави компонентама, уређајима и системима у опсегу учестаности од 300 MHz до 300 GHz. Постоји више подела микроталаса на уже опсеге. По основној подели, постоје три области. Дециметарски таласи (UHF) су од 300 MHz до 3 GHz (таласне дужине од 1 m до 1 dm), центиметарски таласи (SHF) од 3 GHz до 30 GHz (таласне дужине од 1 dm до 1 cm) и милиметарски таласи (EHF) од 30 GHz до 300 GHz (таласне дужине од 1 cm до 1 mm).

Поред класичног значаја у земаљским и сателитским телекомуникацијама, радионавигацији и радарској техници, RF и микроталасна техника је ослонац савремених бежичних комуникационих веза, мобилне телефоније, бежичних рачунарских веза, интернет инфраструктуре и ултрабрзог рачунарског хардвера.

RF и микроталасна кола се најопштије могу појмовно одредити као посебна врста електричних кола која раде на RF и микроталасним учестаностима. То су сликовно-математичке представе (електричне шеме и математичко-физички модели) RF и микроталасних направа и подсистема, које се састоје од основних елемената електричних кола и вишеприступних мрежа описаних (најчешће) параметрима расејања. RF и микроталасна кола омогућавају да се одговарајући инжењерски проблеми анализирају и решавају преко скаларних величина (променљивих) и скаларних једначина теорије електричних кола.

RF и микроталасна пасивна кола су кола у којима само генератори могу да улажу енергију, док сви остали елементи енергију могу да складиште (акумулирају) или претварају у други облик (на пример, у топлоту). У овом уџбенику се обрађују првенствено реципрочна пасивна кола у планарној и дискретној техници.

Део материјала је посвећен опису и конструкцији класичних микроталасних кола остварених помоћу таласовода и коаксијалних водова. Иако су ове компоненте великих димензија на нижим микроталасним учестаностима, оне су незаменљиве у применама које захтевају велике снаге и мале губитке, односно велике факторе добротe. На микроталасним учестаностима у области милиметарских таласа таласоводне компоненте имају значајно мање димензије, па постају важан део микроталасних подсистема.

Као могуће реализације разматрају се штампана микроталасна пасивна кола, вишеслојна штампана кола и интегрисана кола. Такође, представљају се минијатурне дискретне компоненте, SMD компоненте и одговарајуће компоненте у интегрисаној техници, које раде чак и у области милиметарских таласа.

Сходно савременој тежњи за што мањим направама и склоповима, посебна пажња се поклања минијатуризацији кроз практичне примере кола, као што је хибридни прстен у техници таласовода, штампаних водова, или меандрираних штампаних водова.

RF и микроталасна пасивна кола се могу класификовати на више начина, а најчешћа подела је према функционалности. Уобичајена подела разликује кола за прилагођење, делитеље снаге, филтре, усмерене спрежњаке, атенуаторе, прилагођења (прилагођене завршетке приступа), помераче фазе, прекидаче, изолаторе, циркулаторе, лимитере, мешаче, пасивне умножаваче учестаности и детекторе, али је тежиште уџбеника на линеарним временски-непроменљивим реципрочним колима.

Аналитичким поступцима могу се анализирати и пројектовати само једноставнија кола, али се из тих решења може стећи представа о функционалности и перформанси кола. Пуна вредност теорије микроталасних пасивних кола долази до изражаја тек захваљујући нумеричким методима анализе кола, за чију су реализацију потребни моћни рачунари. Нумерички методи омогућавају анализу релативно сложених RF и микроталасних подсистема, чиме се, без посезања за деликатним мерењима на физичким (често скупим) лабораторијским прототиповима, може сагледати понашање реалног система. Корак даље је прави инжењерски циљ – пројектовање кола користећи се нумеричком симулацијом. Тај циљ се обично остварује оптимизационим поступком: систематски се мењају параметри посматраног кола, уз сукцесивне анализе кола, тежећи да се остваре жељене особине. Иако постоје различити комерцијални пакети рачунарских програма за овакво пројектовање, успешно коришћење тих пакета захтева добро познавање RF и микроталасне технике.

Уџбеник Микроталасна пасивна кола се састоји од Увода и још седам поглавља. Друго поглавље, Преглед структура за вођење електромагнетских таласа, даје сажет преглед вођених електромагнетских таласа и система за њихово вођење. Математичка извођења која су сложенија или дуготрајнија су изостављена и дати су само коначни резултати. Анализа се спроводи у фреквенцијском домену, коришћењем комплексног рачуна.

Треће поглавље, Вишепроводнички водови, бави се основном теоријом и практичном реализацијом и применом вишепроводничких водова. Општа теорија вишепроводничких водова се специјализује на важне практичне случајеве симетричних спрегнутих водова, који се користе у пројектовању микроталасних пасивних кола, као што су спрежњаци или филтри. Поглавље садржи бројне примере практичних анализа спрегнутих водова, симулација у микроталасним софтверским алатима, као и разматрања карактеристичних мрежа од вишепроводничких водова које су од интереса за праксу.

У четвртном поглављу, Решавање микроталасних кола, уводе се основни појмови и дефиниције теорије RF и микроталасних кола и сажето се излажу основне поставке анализе кола које су од интереса за микроталасног практичара. Укратко се представља теоријски основ за разумевање s -параметара (параметара расејања). На основу параметара расејања дефинишу се идеални елементи RF и микроталасних кола. Формулишу се једначине и објашњава се општи поступак решавања линеарних кола када су елементи описани s -параметрима. Рекапитулирају се софтверски алати који могу бити од интереса за решавање RF и микроталасних кола.

Пето поглавље, Концентрисане пасивне компоненте, представља разноврсне концентрисане компоненте од којих се пројектују RF и микроталасна пасивна кола. Поред објашњења начина рада и основне функционалности, излажу се појединости практичне реализације компоненти и област њихове примене. Прво се описују отпорник,

калем и кондензатор, а затим се представљају трансформатори, прекидачи, вије, мостови (премошћења) и MEMS компоненте. Уводе се еквивалентне шеме компоненти, које укључују паразитне ефекте, а наводе се и разни изрази за приближан прорачун компоненти.

Предмет шестог поглавља, Основне микроталасне пасивне компоненте, је приказ компоненти микроталасних пасивних кола које су типичне за микроталасну технику. Обрађују се прилагођени потрошачи, краткоспојници, секције и огранци водова, ослабљивачи, мреже минималног унетог слабљења, померачи фазе, делитељи снаге, усмерени спрежњаци, изолатори, циркулатори и резонатори. За сваку компоненту се наводе реализације у техници водова (пре свега планарних и коаксијалних) и таласовода, као и оријентациони параметри реалне компоненте. Нагласак је на компонентама у техници планарних (а пре свега микротракастих) водова.

Седмо поглавље, Мреже за прилагођење, обрађује проблем прилагођења по снази RF и микроталасних генератора и потрошача. У зависности од примене, прилагођење је потребно остварити у уском или широком фреквенцијском опсегу, па се према томе проблеми и методологије синтезе ускопојасног и широкопојасног прилагођења међусобно разликују. У овом поглављу разматрају се обе класе проблема и методологије за њихово решавање. Представља се прилагођење помоћу одсечака и огранака водова, прилагођење помоћу концентрисаних компоненти, широкопојасно прилагођење помоћу четвртталасних секција водова, и широкопојасна прилагођења помоћу водова са континуалном променом карактеристичне импедансе. Кроз примере се објашњава прорачунавање прилагођења подешавањем параметара (tuning), или оптимизацијом, помоћу софтверског алата.

Микроталасни филтри је наслов осмог поглавља у коме се појмовно одређују електрични филтри и у најкраћем представљају основни концепти, величине и поступци теорије електричних филтара. Обрађује се прототип филтра и LC-лествичаста реализација, као и трансформације за извођење пропусника ниских учестаности, пропусника високих учестаности, пропусника опсега учестаности и непропусника опсега учестаности. Излаже се реализација филтара каскадом секција вода, Ричардсова трансформација и Куродини идентитети, и реализација филтара помоћу одсечака и огранака вода. Представљају се импедансни и адмитансни инвертори и одговарајуће реализације филтара са њима. Посебна пажња је посвећена филтрима пропусницима опсега са спрегнутим водовима. Анализирају се филтар са паралелно спрегнутим полуталасним резонаторима, филтар са укосницама, интердигитални филтар и чешљасти филтар. За сваку врсту филтара се излаже поступак пројектовања, образовање симулационог модела и конкретан пример пројектовања помоћу софтверског алата.

На крају књиге је наведена исцрпна литература, референце које читаоцу могу послужити за даље усавршавање.

2. Преглед структура за вођење електромагнетских таласа

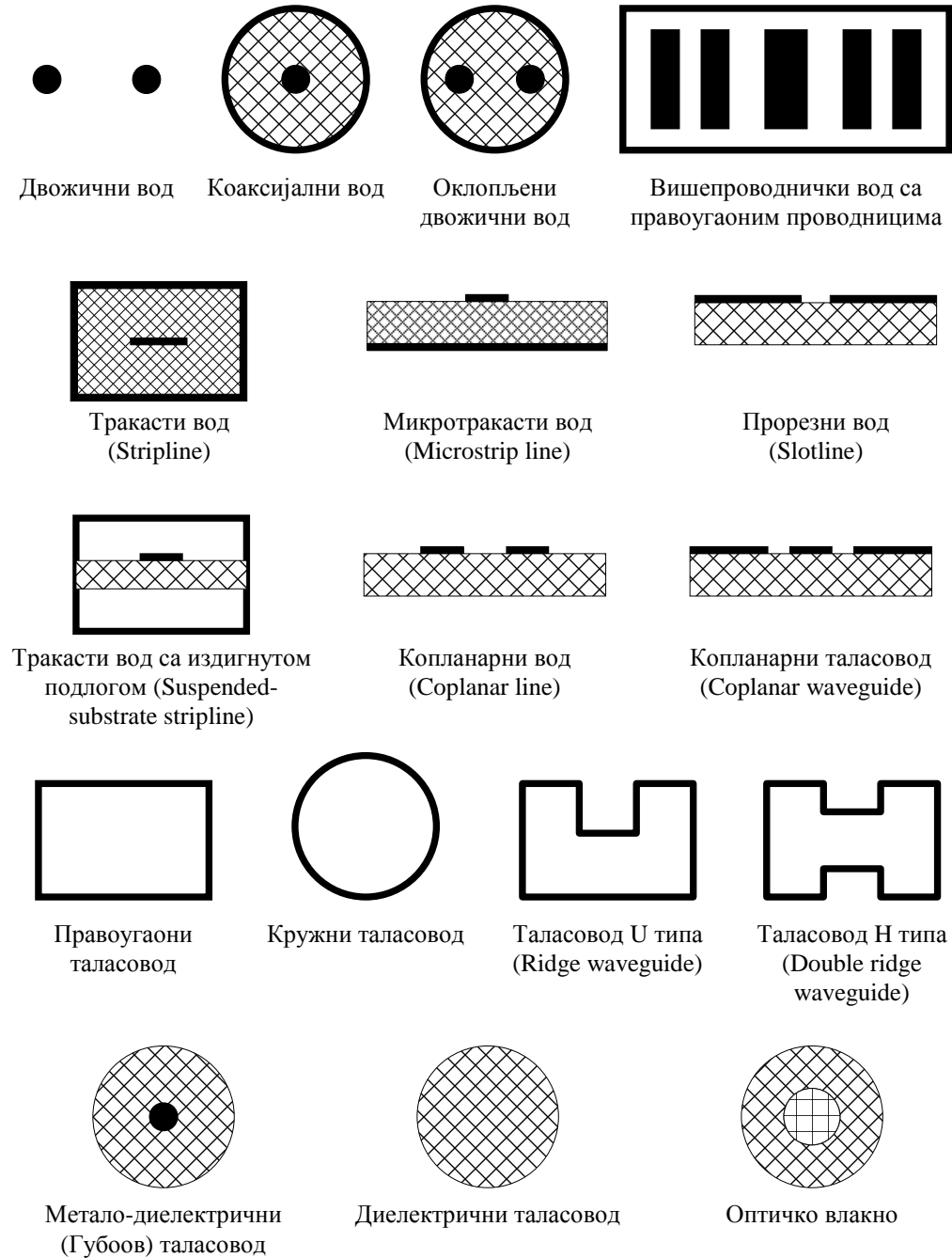
2.1. Увод

У микроталасној техници неопходна је анализа вођених електромагнетских таласа из неколико разлога. Пре свега, димензије микроталасних кола, а често и елемената тих кола, нису мале у односу на таласну дужину. Због тога се ефекти простирања не могу занемарити. Дуж проводника који повезују компоненте електричних кола, али и у самим компонентама, долази до простирања таласа. Да би се микроталасна кола и компоненте могле прецизно моделовати и прорачунати, као и да би кола исправно радила (нпр. да не би зрачила), неопходно је да те везе буду не само геометријски и електромагнетски прецизно дефинисане, већ и да буду структуре посебно намењене за вођење електромагнетских таласа. Коначно, у микроталасној техници ефекти простирања се и практично користе за конструкцију компоненти специфичних само за микроталасна кола.

У овом поглављу биће дат сажет преглед вођених електромагнетских таласа и система за њихово вођење. Математичка извођења која су сложенија или дуготрајнија биће изостављена и дати само њихови коначни резултати. За детаљна математичка извођења заинтересовани читалац се упућује на књиге наведене у литератури. Анализа ће бити спроведена у фреквенцијском домену, коришћењем комплексног рачуна, а комплексне величине неће бити посебно означаване (неће бити подвлачене).

Системи за вођење електромагнетских таласа имају за циљ да електромагнетску енергију воде жељеним путем. У овој књизи посматраћемо само аксијално униформне (цилиндричне) системе за вођење – структуре чије се геометријски облик и електромагнетске особине не мењају дуж једне осе. Такав систем се састоји од проводника и диелектрика. Неки често коришћени системи приказани су на слици 2.1. Као што се може видети на овој слици, постоје системи за вођење који се састоје само од једног шупљег проводника (у вакууму). То су метални таласоводи. Постоје и системи

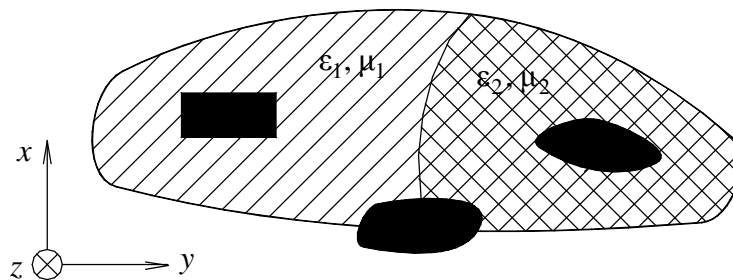
који се састоје само од нехомогеног диелектрика и немају проводнике. Пример су диелектрични таласоводи и оптичка влакна.



Слика 2.1. Попречни пресеци неких система за вођење.

2.2. Системи за вођење са савршеним проводницима

Посматрајмо попречни пресек произвољног система за вођење састављеног од савршених проводника и линеарног изотропног диелектрика који је део-по-део хомоген¹, као на слици 2.2. Сматрамо да је систем веома дугачак, а да му је попречни пресек свуда исти (униформан систем). Проводници и диелектрици у том систему су цилиндрична тела. Уведимо Декартов координатни систем чија је z -оса паралелна изводницама цилиндра. Ова оса је лонгитудинална оса за дату структуру. Равни управне на ову осу су трансверзалне равни (равни попречних пресека). Општи задатак анализе система за вођење је да се утврди да ли се, и у ком опсегу учестаности, дуж лонгитудиналне осе могу простирати електромагнетски таласи и ако могу, да се одреде њихови параметри.



Слика 2.2. Координатни систем за анализу вођених таласа.
Црном бојом означени су проводници, а шрафирано диелектрици.

Решавање овога проблема заснива се на решавању Максвелових једначина уз одговарајуће граничне услове за дату структуру. Нека је радна учестаност f , а одговарајућа кружна (угаона) учестаност $\omega = 2\pi f$. На раздвојној површи два диелектрика мора бити задовољен гранични услов континуалности тангенцијалних компоненти вектора \mathbf{E} и \mathbf{H} ,

$$\mathbf{E}_{1\text{tang}} = \mathbf{E}_{2\text{tang}}, \quad \mathbf{H}_{1\text{tang}} = \mathbf{H}_{2\text{tang}}, \quad (2.1)$$

а на површи савршеног проводника,

$$\mathbf{E}_{\text{tang}} = 0. \quad (2.2)$$

Из Максвелових једначина изводе се комплексне таласне једначине (Хелмхолцове једначине) за електрично и магнетско поље,

$$\Delta \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad (2.3)$$

$$\Delta \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0, \quad (2.4)$$

где је

$$k = \omega \sqrt{\epsilon_c \mu_c}, \quad (2.5)$$

¹ Несавршене проводнике ћемо анализирати у наредном одељку.

ϵ_e је еквивалентна комплексна пермитивност, а μ_e комплексна пермеабилност. (За савршен диелектрик је $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$.) Еквивалентна комплексна пермитивности дефинише се као

$$\epsilon_e = \epsilon' - j\epsilon'' - j\frac{\sigma_d}{\omega}, \quad (2.6)$$

где је σ_d специфична проводност диелектрика. Члан ϵ'' карактерише поларизационе губитке, а σ_d/ω кондукционе. Може се написати и

$$\epsilon_e = \epsilon' - j\frac{\sigma_e}{\omega}, \quad (2.7)$$

где је $\sigma_e = \sigma_d + \omega\epsilon''$ еквивалентна специфична проводност диелектрика. Уводи се и параметар

$$\text{tg } \delta = \frac{\sigma_e}{\omega\epsilon'} = -\frac{\text{Im}(\epsilon_e)}{\text{Re}(\epsilon_e)}, \quad (2.8)$$

који се назива тангенс угла губитака. (У даљем тексту ћемо ϵ' означавати са ϵ .) Поларизациони губици су изражени у свим диелектрицима. Код керамичких диелектрика и тефлона (често коришћених подлога за планарне водове) тангенс угла губитака се стандардно мери на 10 GHz, а приближно линеарно расте са порастом учестаности. Код материјала FR-4 (који је код нас познат под комерцијалним називом витропласт) тангенс угла губитака је велики² (0,02) и практично не зависи од учестаности.

Комплексна пермеабилност дата је изразом

$$\mu_e = \mu' - j\mu'', \quad (2.9)$$

где μ'' карактерише магнетске губитке. То су губици услед магнетског хистерезиса (на пример, код феритних подлога које се користе у изради неких специјалних микроталасних компоненти). Код већине структура за вођење ових губитака нема јер је диелектрик немагнетски, па је $\mu_e = \mu_0$.

Од свих могућих решења таласне једначине (2.3) или (2.4) ограничавамо се за сада само на она која представљају раван талас који се простира у смеру z -осе. (Простирање таласа у смеру $-z$ -осе разматраћемо касније.) Дакле, тражимо решења облика

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{e}(x, y)e^{-\gamma z}, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{h}(x, y)e^{-\gamma z}, \quad (2.11)$$

где је $\gamma = \alpha + j\beta$ комплексна константа која се назива коефицијент простирања. Имагинарни део, β , је фазни коефицијент, а реални део, α , коефицијент слабљења. Фазни коефицијент је ненегативан број, осим у неким специфичним случајевима (нпр. код метаматеријала) када може бити и мањи од нуле. Коефицијент слабљења је увек

² Због тога се FR-4 употребљава првенствено у комерцијалним производима и ретко када при учестаностима преко 3 GHz.

ненегативан. Јединице за γ , α и β су, редом³, m^{-1} , Np/m и rad/m . За систем са савршеним проводницима (који проучавамо у овом одељку) коефицијент слабљења потиче од губитака у диелектрику, $\alpha = \alpha_d$. Ако је и диелектрик савршен, вођени талас се простире без слабљења, па се унапред може узети да је $\alpha = 0$.

Структура поља у трансверзалним равнима, описана функцијама $\mathbf{e}(x, y)$ и $\mathbf{h}(x, y)$, заједно са коефицијентом простирања γ , представља комплетно решење за вођени талас. Решење зависи од облика структуре, њених електромагнетских параметара и учестаности. Треба имати у виду и да је за задату учестаност коефицијент простирања γ константа која карактерише читав електромагнетски талас. То значи да не зависи од координата, без обзира на то да ли је диелектрик система у целини хомоген или нехомоген. Ово је последица чињеница да је структура за вођење униформна, да дуж целе структуре за вођење морају бити задовољени гранични услови и да се ради о јединственом вођеном ЕМ таласу.

Треба приметити да су једначине које се решавају хомогене, јер у њима не фигуришу извори поља. Због тога се решење за поље добија са тачношћу до на мултипликативну константу. Ова константа одређује амплитуду вођеног таласа и одређена је условима побуде.

Решавање таласне једначине за систем произвољног облика и произвољних електромагнетских особина (као што је, на пример, систем на слици 2.2) је математички компликован проблем граничних услова и може се спровести једино приближним нумеричким методима. Ако је, међутим, геометрија система довољно једноставна и симетрична, решење се може добити и аналитички. То је, на пример, случај код коаксијалних и двојичних водова, правоугаоних и кружних таласовода, под условом да је диелектрик хомоген. Повољна околност за пројектовање и анализу микроталасних кола је што се управо овакве структуре у пракси најчешће и користе⁴.

Из фазног коефицијента директно се добија фазна брзина таласа,

$$c_\phi = \frac{\omega}{\beta}. \quad (2.12)$$

То је брзина којом се, у правцу и смеру простирања таласа, креће замишљена тачка константне фазе. Таласна дужина вођеног таласа добија се из фазне брзине као

$$\lambda_g = \frac{c_\phi}{f} = 2\pi \frac{c_\phi}{\omega} = \frac{2\pi}{\beta}. \quad (2.13)$$

Индекс „g“ (од guided) означава да је реч о таласној дужини вођеног таласа.

Групна брзина односи се на брзину простирања ускопојасно модулисаног простопериодичног сигнала. На пример, може се претпоставити да је простопериодични талас кружне учестаности ω амплитудски модулисан простопериодичним таласом много мање учестаности. Као резултат добија се синусоидални талас-носилац са синусоидалном анVELOПОМ. Групна брзина је брзина којом се, у правцу и смеру

³ Све три јединице су димензионо m^{-1} . У пракси је уобичајено да се коефицијент слабљења изражава у dB/m ($1 Np/m = 8,686 dB/m$).

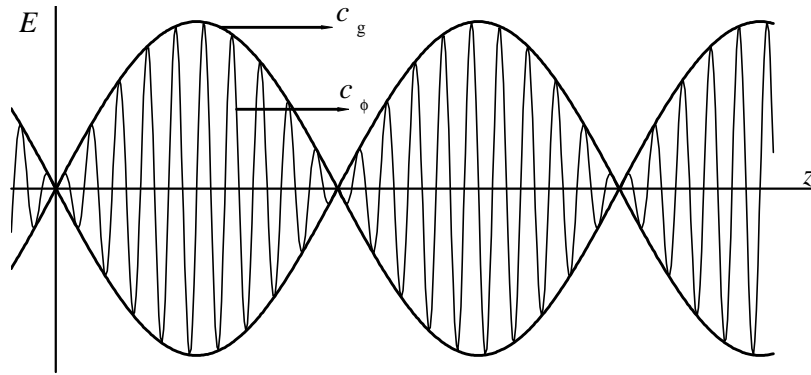
⁴ Код реалних структура проводници нису савршени, али се губици у њима, под условом да су губици мали, могу лако одредити пертурбационим методом.

простирања таласа, креће замишљена тачка константне фазе ове анvelope и рачуна се из зависности $\beta(\omega)$ као

$$c_g = \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1}. \quad (2.14)$$

Групна брзина може бити и негативна [Dord04]. Графички приказана зависност $\beta(\omega)$ (или $\lambda_g(f)$) назива се дисперзиони дијаграм.

Фазна и групна брзина илустроване су на слици 2.3. Појава да групна брзина зависи од учестаности назива се дисперзија таласа. Дисперзија таласа проузрокује изобличење таласног облика несинусоидалног сигнала, што често ограничава информациони капацитет система за вођење.



Слика 2.3. Фазна и групна брзина.

Коефицијент слабљења α одређује брзину експоненцијалног опадања (као $e^{-\alpha z}$) ефективне вредности електричног и магнетског поља таласа са растојањем.

Како коефицијенти α и β могу бити и једнаки нули, разликујемо три карактеристична случаја:

1. $\beta \neq 0, \alpha = 0$ представља талас који се простира без слабљења. Типичан пример је талас на воду без губитака.
2. $\beta \neq 0, \alpha > 0$ представља талас који се простира уз слабљење. Типичан пример је талас на воду са губицима.
3. $\beta = 0, \alpha > 0$ представља прстопериодично поље које није електромагнетски талас. Ово се може лако видети из особине да су у овом случају све тачке дуж z -осе у истој фази осциловања. Овакво поље се назива еванесцентни (ишчезавајући) талас и има примену у неким микроталасним ослабљивачима (атенуаторима). Типичан пример је поље у таласоводу испод критичне учестаности.

На основу наведеног, услов $\beta \neq 0$ можемо назвати услов простирања.

Код вођених таласа од највећег значаја је средња снага (активна снага) која се преноси таласом. Она је једнака реалном делу флукса Поинтинговог вектора кроз

попречни (трансверзални) пресек диелектрика система за вођење. Узимајући у обзир и изразе (2.10) и (2.11), добија се

$$P = \operatorname{Re} \int_{S_r} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S} = \operatorname{Re} \int_{S_r} (\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*) \cdot d\mathbf{S} e^{-2az} = P_0 e^{-2az}. \quad (2.15)$$

Овде је битно уочити да се снага не преноси кроз проводнике система, већ кроз диелектрик система. Ако систем за вођење није затворен (оклопљен) и део је микроталасног кола, постоји могућност да се део вођене снаге изгуби кроз интеракције са компонентама кола које су у непосредној близини система за вођење. Ово може угрозити исправан (тј. предвиђени) рад тих компоненти. Са друге стране, блиске компоненте могу део своје енергије предати вођеном таласу, при чему настаје нежељено преслушавање. Дакле, у пракси се мора строго водити рачуна да се овакве нежељене интеракције минимизирају. На пример, код микротракастог вода се може применити оријентационо правило да се на растојању од вода једнаком 3–5 дебелина подлоге не монтирају компоненте, нити штампају други водови.

2.3. Системи за вођење са несавршеним проводницима

Уколико су проводници система за вођење несавршени, анализа се може, у принципу, спровести као да је реч о проводницима од несавршеног диелектрика. То би, међутим, непотребно компликовало решавање таласне једначине јер је у микроталасним колима површински (скин) ефекат обично изражен⁵. Тада се примењује се такозвани пертурбациони метод. По њему се најпре претпостави да су проводници савршени, одреди се структура поља (и коефицијент слабљења), па се онда израчунају губици у проводницима и коефицијент слабљења коригује. Овај метод се може применити само за структуре са малим губицима каква је, међутим, већина система за вођење микроталаса. Претпоставићемо да су проводници од линеарног, хомогеног и изотропног материјала.

На високим учестаностима, када је скин ефекат изражен, губици у проводницима се одређују из формуле

$$\frac{dP_p}{dS} = R_s |\mathbf{H}_{\text{tang}}|^2, \quad (2.16)$$

где је \mathbf{H}_{tang} тангенцијална компонента магнетског поља уз површ проводника,

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_p}{2\sigma_p}} = \sqrt{\frac{\pi \mu_p f}{\sigma_p}} \quad (2.17)$$

је површинска отпорност, а μ_p и σ_p су пермеабилност и специфична проводност проводника. Одавде се подужна снага губитака у проводницима добија као

⁵ Изузетак су, на пример, интегрисана кола у којима су проводници доста танки, па скин ефекат обично није изражен.

$$P'_p = \oint_{C_p} R_s |\mathbf{H}_{\text{tang}}|^2 dl, \quad (2.18)$$

где је C_p контура попречног пресека свих проводника система.

Средња снага која се преноси дата је формулом (2.15). Губитак преносене снаге на одсечку dz (тј. прираштај са промењеним знаком) једнак је снази губитака на том одсечку, па је коефицијент слабљења

$$\alpha = \frac{P'_{\text{gub}}}{2P}. \quad (2.19)$$

Подужна снага губитака може се разложити на део услед губитака у проводницима и део услед губитака у диелектрику, $P'_{\text{gub}} = P'_p + P'_d$, па се на исти начин може разложити и коефицијент слабљења,

$$\alpha = \alpha_p + \alpha_d = \frac{P'_p}{2P} + \frac{P'_d}{2P}. \quad (2.20)$$

У овој формули α_d је коефицијент слабљења услед губитака у диелектрику, који је већ добијен решавањем таласне једначине за случај савршених проводника. Коефицијент α_p је коефицијент слабљења услед губитака у проводницима. Он се рачуна као

$$\alpha_p = \frac{P'_p}{2P} \quad (2.21)$$

и представља коначан резултат примењеног пертурбационог метода. Дакле, узимање у обзир губитака у проводницима доводи само до промене коефицијента слабљења. Сви остали параметри вођеног таласа остају практично исти као за савршене проводнике.

Измерене вредности за коефицијент слабљења могу, међутим, бити и до два пута веће од прорачунатих. Разлог овоме је што формула за површинску отпорност (2.17) важи за идеално глатку површ проводника, док је у пракси она неравна (храпава). Површинске неравнине настају приликом обраде метала (сечења, стругања, брушења, ваљања) или приликом наношења на диелектричну подлогу (електролитичким путем или пресовањем). Ако је дубина продирања у проводник, $\delta_p = 1/\sqrt{\pi\mu_p f\sigma_p}$, реда величине храпавости површи проводника или мања, површинска отпорност је до два пута већа од теоријске вредности и може се приближно одредити укључивањем у рачун фактора храпавости (surface roughness). Типична је дубина неравнина реда величине неколико микрометара, па је утицај неравнина изражен већ при учестаностима реда величине неколико стотина МНз⁶. Зато се, у циљу смањења коефицијента слабљења у критичним применама, површ проводника полира. Осим тога, површ проводника се често посребрује или позлађује да би се спречила корозија, а тиме спречи и повећање површинске отпорности и слабљења.

Може се приметити и да формула (2.20) пружа алтернативан метод за одређивање коефицијента слабљења α_d , као

⁶ На пример, за бакар на учестаности $f = 1 \text{ GHz}$ је $\delta \approx 2 \mu\text{m}$.

$$\alpha_d = \frac{P'_d}{2P}. \quad (2.22)$$

Ово, међутим, захтева рачунање губитака у диелектрику интеграцијом по површи попречног пресека, што је најчешће знатно компликованије од метода описаног у одељку 2.2.

За еванесцентни талас поступак одређивања коефицијената α_p и α је у принципу исти. Разлика је само у томе што је α_d сада последица и експоненцијалне природе решења таласне једначине (експоненцијалног опадања амплитуда поља и за систем без губитака), а не само губитака у диелектрику. Због тога не важи једначина (2.22). Рачунање губитака за еванесцентни талас, међутим, није од великог интереса, јер је слабљење услед губитака обично занемарљиво мало у односу на слабљење услед експоненцијалне природе решења таласне једначине.

2.4. Типови вођених таласа

Таласна једначина за задати систем за вођење на одређеној учестаности може имати једно, ниједно, или више решења. Свако од добијених решења назива се мод таласа. Модови се могу сврстати у три основна типа⁷. Таласи који имају само трансверзалне компоненте електричног и магнетског поља ($E_z = 0, H_z = 0$) називају се трансверзални електромагнетски (ТЕМ) таласи. Таласи код којих електрично поље нема лонгитудиналну компоненту, али магнетско поље има ту компоненту ($E_z = 0, H_z \neq 0$), називају се трансверзални електрични (ТЕ) таласи. Таласи код којих магнетско поље нема лонгитудиналну компоненту, али електрично поље има ту компоненту ($H_z = 0, E_z \neq 0$), називају се трансверзални магнетски (ТМ) таласи. Оваква подела вођених таласа на типове није једина могућа, али се испоставља да постоји велики број структура за вођење код којих је (у одређеном опсегу фреквенција) граничне услове могуће задовољити само једним од ова три типа таласа, што чини ову поделу врло практичном.

У неким случајевима (нпр. код система са нехомогеним диелектриком), међутим, није могуће простирање ниједног од ова три типа таласа, али је могуће простирање таласа који имају лонгитудиналне компоненте и електричног и магнетског поља ($E_z \neq 0, H_z \neq 0$). Овакви таласи називају се хибридни таласи. Назив им потиче од особине да се сваки овакав талас математички може представити као збир (суперпозиција) једног ТЕ и једног ТМ таласа.

Због наведене поделе вођених таласа на типове, погодно је векторе поља, дате изразима (2.10) и (2.11), приказати преко трансверзалних и лонгитудиналних компоненти,

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}_t(x, y, z) + E_z(x, y, z)\mathbf{i}_z = [\mathbf{e}_t(x, y) + e_z(x, y)\mathbf{i}_z]e^{-\gamma z}, \quad (2.23)$$

⁷ У литератури се термини “тип таласа” и “мод таласа” често изједначавају. Ово, међутим, никада не прави забуну, јер сваки тип и мод има јединствену ознаку.

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{H}_t(x, y, z) + H_z(x, y, z)\mathbf{i}_z = [\mathbf{h}_t(x, y) + h_z(x, y)\mathbf{i}_z]e^{-\gamma z}. \quad (2.24)$$

Индекс „t“ ће надаље означавати трансверзалну компоненту вектора (компоненту која лежи у трансверзалној равни).

Ако се на некој учестаности дуж система за вођење може простирати само један мод таласа, реч је о мономодном простирању, тј. о мономодном режиму рада. Ако се може простирати више модова, реч је о мултимодном простирању. Мултимодно простирање је најчешће непожељно, јер се на дисконтинуитетима структура поља може променити на тешко предвидљив начин.

Модови имају особину да се могу простирати само ако је учестаност виша од неке карактеристичне учестаности за тај мод. Ова карактеристична учестаност зове се критична учестаност, означава са f_c , а може бити и једнака нули. Ако је $f < f_c$, услов простирања за тај мод није задовољен, а коефицијент простирања је чисто реалан, што значи да је реч о еванесцентном моду. Мод таласа који за дати систем има најнижу критичну учестаност назива се доминантни мод таласа за дати систем. У опсегу од његове критичне учестаности, па до прве наредне критичне учестаности неког другог мода, могуће је само мономодно простирање, што је у пракси микроталасне технике скоро увек једино прихватљиво. Типично се, код димензионисања таласовода, тежи да се овај опсег учестаности максимизира, јер је то практично радни опсег датог таласовода.

Иако се системи за вођење најчешће пројектују тако да омогућавају само мономодно простирање, на практично сваком дисконтинуитету (одступању од униформности система за вођење) генерише се читав низ виших, еванесцентних модова. Ово се догађа зато што се гранични услови на дисконтинуитету у општем случају не могу задовољити само једним (нпр. доминантним) модом. Виши модови се увек морају узети у обзир при егзактном прорачуну ефекта дисконтинуитета. Одређивање параметара дисконтинуитета је посебан проблем који се често решава нумерички, строгом 3D електромагнетском анализом.

Ако су, међутим, у систему за вођење испуњени услови за мултимодно простирање, на сваком дисконтинуитету могу се генерисати виши модови који ће се простирати кроз систем. Ови модови у општем случају имају међусобно различите коефицијенте простирања, поларизацију и структуру поља. Ова појава назива се конверзија модова и у пракси је врло неповољна.

У наредним одељцима биће описане особине основних типова вођених таласа. Прво ће се претпоставити да су проводници система за вођење савршени. Затим ће губици у проводницима бити узети у обзир преко пертурбационог метода.

2.4.1. ТЕМ таласи

Вођени ТЕМ таласи су таласи који немају лонгитудиналне компоненте електричног и магнетског поља, $E_z = 0$, $H_z = 0$. Њихова структура поља је представљена векторским функцијама $\mathbf{e}_t(x, y)$ и $\mathbf{h}_t(x, y)$. Из $H_z = 0$ добија се да је у сваком од хомогених делова диелектрика (видети на пример слику 2.2)

$$\nabla_t \times \mathbf{e}_t = 0, \quad (2.25)$$

$$\nabla_t \cdot \mathbf{e}_t = 0, \quad (2.26)$$

одакле следи да се \mathbf{e}_t може представити као трансверзални градијент скаларне функције,

$$\mathbf{e}_t(x, y) = -\nabla_t V(x, y). \quad (2.27)$$

Функција $V(x, y)$ овде игра улогу потенцијала, а знак минус је уведен због аналогије са електростатичким потенцијалом. Из (2.26) добија се да овај потенцијал задовољава Лапласову диференцијалну једначину,

$$\Delta_t V(x, y) = 0. \quad (2.28)$$

За савршене проводнике важи гранични услов $\mathbf{E}_{\text{tang}} = 0$ (и $\mathbf{e}_{t,\text{tang}} = 0$), па су све једначине за вектор \mathbf{e}_t формално идентичне једначинама за дводимензионални електростатички систем. Дакле, расподела електричног поља у трансверзалним равнима је иста као у електростатици.

Ако проводници нису савршени, у њима постоји и подужна (лонгитудинална) компонента електричног поља. Из граничног услова за вектор \mathbf{E} добија се да подужна компонента електричног поља постоји и у диелектрику уз површ проводника, па талас није ТЕМ. Због тога се ТЕМ талас може простирати само у системима са савршеним проводницима.

Даље се добија да се магнетско поље рачуна из електричног као

$$\mathbf{h}_t = \frac{1}{Z_{\text{ТЕМ}}} \mathbf{i}_z \times \mathbf{e}_t, \quad (2.29)$$

где је

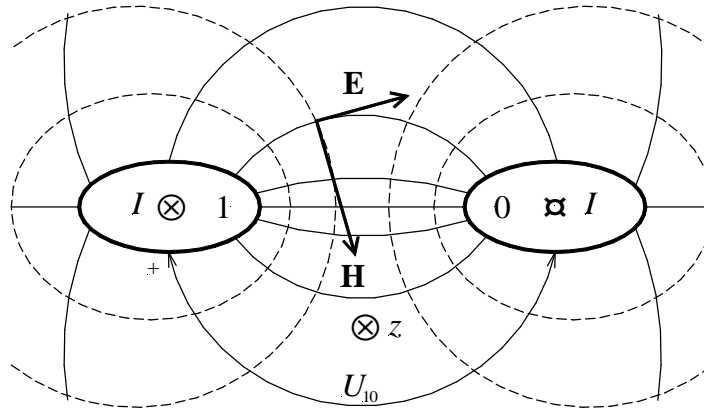
$$Z_{\text{ТЕМ}} = \sqrt{\frac{\mu_e}{\epsilon_e}} \quad (2.30)$$

таласна импеданса ТЕМ типа таласа. Дакле, вектори електричног и магнетског поља су међусобно управни, однос њихових комплексних интензитета је константан, $E/H = E_t/H_t = e_t/h_t = Z_{\text{ТЕМ}}$, а линије вектора \mathbf{h}_t поклапају се са еквипотенцијалним линијама у електростатици (слика 2.4). Смер простирања таласа одређен је векторским производом $\mathbf{e}_t \times \mathbf{h}_t$. Комплексни коефицијент простирања је

$$\gamma = jk = j\omega\sqrt{\epsilon_e\mu_e} = \alpha + j\beta. \quad (2.31)$$

Из решења за расподелу поља и комплексни коефицијент простирања лако се изводе и остале особине вођеног ТЕМ таласа. Као прво, пошто γ мора бити исто у свим тачкама структуре за вођење, добија се да се у општем случају ТЕМ талас може простирати само у системима са хомогеним диелектриком⁸.

⁸ У општем случају, систем са нехомогеним диелектриком може да води само хибридне таласе.



Слика 2.4. Попречни (трансверзални) пресек двопроводничког вода са ТЕМ таласом и линије електричног и магнетског поља. Линије магнетског поља су истовремено и еквипотенцијалне линије у електростатици.

Фазна и групна брзина рачунају се из формула (2.12) и (2.14). Како у општем случају ϵ_e и μ_e зависе од учестаности, фазни коефицијент није линеарна функција од ω , па је овакав систем дисперзиван.

За савршен диелектрик је

$$Z_{\text{ТЕМ}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \quad \alpha = 0, \quad \beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu}, \quad (2.32)$$

а ако се уз то ϵ и μ не мењају са учестаношћу, фазна и групна брзина су међусобно једнаке, не зависе од учестаности и износе

$$c_\phi = c_g = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (2.33)$$

Из особине да је расподела електричног поља у трансверзалним равнима иста као у електростатици, а конкретно из једначине (2.27), следи да се може дефинисати напон између две тачке у трансверзалној равни и то на два еквивалентна начина, као разлика потенцијала и као циркулација (у трансверзалној равни) вектора \mathbf{E} ,

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^B \mathbf{e}_t \cdot d\mathbf{l}. \quad (2.34)$$

Посебно је значајно то што се може дефинисати напон између два проводника, $U_{ij} = V_i - V_j$. Из $E_z = 0$ следи и да у трансверзалним равнима важи Амперов закон,

$$\oint_{C_t} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I, \quad (2.35)$$

где је C_t оријентисана контура у трансверзалној равни, а I обухваћена кондукциона струја. Дакле, електрично и магнетско поље у трансверзалним равнима имају карактер квазистатичких поља.

Да би енергија у дводимензионалном електростатичком систему била коначна, поље у далеких тачкама мора опадати са растојањем r брже него r^{-1} , што значи да укупно подужно наелектрисање система мора бити једнако нули. Ово се може написати као

$$\sum_{i=0}^N Q'_i = 0. \quad (2.36)$$

То значи да систем за вођење TEM таласа мора имати најмање два проводника. Овакав систем за вођење, дакле систем који има најмање два проводника, назива се „вод“. Остали системи за вођење називају се „таласоводи“. Проводнике вода ћемо нумерисати почев од нуле, јер је уобичајено да се један од њих бира као референтан (нулти проводник, „маса“). Осталих N проводника назваћемо сигнални проводници. Водове са два проводника ($N = 1$) зваћемо двопроводнички или „обични“ водови. Водове са више од два проводника ($N > 1$) зваћемо вишепроводнички. Детаљнијој анализи вишепроводничких водова посвећено је треће поглавље ове књиге.

За вођени TEM талас не постоји критична учестаност, или, другачије речено, његова критична учестаност је једнака нули, $f_c = 0$. Дакле, доминантни тип таласа у водовима је TEM талас, а вод се може употребити и у колима сталне (једносмерне) струје⁹. За TEM талас на воду не постоји ни горња гранична учестаност. Међутим, у сваком воду се са порастом учестаности успостављају услови за простирање других типова таласа (TE, TM или хибридни), тј. за мултимодно простирање. Ова нежељена појава практично ограничава са горње стране употребљиви фреквенцијски опсег вода.

Из релације (2.29) и граничних услова на површи савршеног проводника добија се да је за сваки проводник вода подужно наелектрисање сразмерно струји, па из (2.36) следи да је алгебарски збир струја свих проводника (у односу на референтни смер орта \hat{i}_z и у истој трансверзалној равни) једнак нули,

$$\sum_{i=0}^N I_i = 0. \quad (2.37)$$

Једначине (2.37) и (2.34) показују да за трансверзалне пресеке важе Кирхофови закони, што представља основ за анализу водова методима теорије кола. Основи ове анализе биће приказани нешто касније у овом поглављу.

Од практичног интереса је случај када су губици у диелектрику мали, а магнетски губици не постоје. Ако се тада електричне особине несавршеног диелектрика представе пермитивношћу ϵ и (еквивалентном) специфичном проводношћу σ_e (или, алтернативно, тангенсом угла губитака), и узме у обзир да је код добрих диелектрика $\epsilon \gg \sigma_e / \omega$ (тј. $\text{tg } \delta \ll 1$), изрази за Z_{TEM} и γ могу се развити у Тејлорове редове и задржати само први чланови. Тако се добија да за Z_{TEM} и β практично важе формуле (2.32) за савршен диелектрик, док се коефицијент слабљења добија као

$$\alpha_d = \frac{\sigma_e}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{\beta}{2} \text{tg } \delta. \quad (2.38)$$

⁹ У пракси се водови могу употребити за истовремени пренос високофреквентног сигнала и дистрибуцију напајања. Примери су антенски појачавачи у комерцијалним применама, појачавачи у кабловској телевизији и регенератори код РСМ преноса у телефонији.

Губици у несавршеним проводницима узимају се у обзир преко пертурбационог метода. Коефицијент слабљења услед ових губитака, α_p , за разлику од α_d , зависи од облика и димензија вода, па се за њега не може дати општа формула. У несавршеном проводнику постоји подужна (лонгитудинална) компонента електричног поља, па поље више није ТЕМ талас. Међутим, за добре проводнике је ова компонента врло мала у односу на трансверзалну компоненту у диелектрику, па се одступање од ТЕМ таласа може занемарити.

Скоро све особине вођеног ТЕМ таласа исте су као код слободног, униформног, равног електромагнетског таласа који се простире кроз исти хомогени диелектрик. Основна разлика је у томе што је вођени ТЕМ талас неуниформан. Читаоцу се оставља да упореди све остале особине ове две врсте таласа и закључи које особине су им исте, а које различите.

Видели смо да се ТЕМ талас може простирати само по водовима са хомогеним диелектриком. У микроталасним колима, међутим, често се сусрећу водови са нехомогеним диелектриком (нпр. микротракасти вод и копланарни вод на слици 2.1.). У општем случају по оваквим водовима могу да се простиру само хибридни таласи. Међутим, при довољно ниским учестаностима, лонгитудиналне компоненте поља су много мање од трансверзалних. Такав талас назива се квази-ТЕМ талас. Његова критична учестаност једнака је нули, као код правих ТЕМ таласа. Ови таласи имају изражену дисперзију при високим учестаностима зато што се структура поља мења са учестаношћу¹⁰. Изразита погодност код анализе ових таласа је што се, као код „правих“ ТЕМ таласа, могу са великом тачношћу користити методи теорије електричних кола.

2.4.2. ТЕ и ТМ таласи

Вођени ТЕ таласи имају \mathbf{e}_t , \mathbf{h}_t и h_z компоненте поља. Улогу потенцијала има компонента h_z која се добија као решење таласне једначине која је у сваком од хомогених делова диелектрика облика

$$\Delta_t h_z + K^2 h_z = 0, \quad (2.39)$$

уз гранични услов на површи савршеног проводника, $H_n = 0$. Овде је $K^2 = \gamma^2 + k^2$, а k^2 је дато једначином (2.5). Као решење ове једначине добија се расподела $h_z(x, y)$ и коефицијент γ , где γ сада зависи не само од параметара диелектрика, већ и од геометрије система (таласовода). Трансверзалне компоненте поља добијају се као

$$\mathbf{h}_t = -\frac{\gamma}{K^2} \nabla_t h_z, \quad \mathbf{e}_t = -Z_{TE} \mathbf{i}_z \times \mathbf{h}_t, \quad (2.40)$$

¹⁰ Треба разликовати интермодалну дисперзију, која постоји код мултимодног преноса због различитих брзина простирања модова, и интрамодалну дисперзију, када се групна брзина једног мода мења у функцији учестаности. Интрамодална дисперзија постоји и код мономодалног преноса, а настаје због промене структуре таласа са променом учестаности, као и због промене параметара средине. На пример, релативна пермитивност диелектрика са губицима увек зависи од учестаности. Стога се интрамодална дисперзија може јавити чак и код чистог ТЕМ таласа.

где је

$$Z_{\text{TE}} = \frac{j\omega\mu_e}{\gamma} \quad (2.41)$$

таласна импеданса ТЕ таласа. Ако нема магнетских губитака, μ_e треба заменити са μ . Сличност са пољем ТЕМ таласа је у томе што су трансверзалне компоненте поља међусобно управне и што је однос њихових комплексних интензитета константан, $E_t / H_t = e_t / h_t = Z_{\text{TE}}$, а талас се простире у смеру векторског производа $\mathbf{e}_t \times \mathbf{h}_t$. Сада, међутим, постоје само дискретна решења за коефицијент K^2 . За свако од тих решења добија се другачија структура поља – мод ТЕ таласа, који има своју критичну учестаност.

Вођени ТМ таласи имају \mathbf{e}_t , \mathbf{h}_t и e_z компоненте поља. Сада улогу потенцијала има компонента e_z која се добија као решење таласне једначине (у сваком од хомогених делова диелектрика) облика

$$\Delta_t e_z + K^2 e_z = 0, \quad (2.42)$$

уз гранични услов на површи савршеног проводника $E_{\text{tang}} = 0$. Трансверзалне компоненте поља добијају се као

$$\mathbf{e}_t = -\frac{\gamma}{K^2} \nabla_t e_z, \quad \mathbf{h}_t = \frac{1}{Z_{\text{TM}}} \mathbf{i}_z \times \mathbf{e}_t, \quad (2.43)$$

где је

$$Z_{\text{TM}} = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon_e} \quad (2.44)$$

таласна импеданса ТМ таласа. У случају савршеног диелектрика ϵ_e треба заменити са ϵ . И сада су трансверзалне компоненте поља међусобно управне, однос њихових комплексних интензитета константан, $E_t / H_t = e_t / h_t = Z_{\text{TM}}$, а талас се простире у смеру векторског производа $\mathbf{e}_t \times \mathbf{h}_t$. Поново постоје само дискретна решења за K^2 и за свако од тих решења добија се другачија структура поља – мод ТМ таласа, који има своју критичну учестаност.

Како комплексни коефицијент простирања γ зависи од параметара диелектрика, то се ТЕ и ТМ таласи могу у општем случају простирати само у системима са хомогеним диелектриком.

ТЕ и ТМ таласи се могу простирати у систему са једним проводником (нпр. кроз шупље металне таласоводе), али и по водовима, ако је учестаност виша од критичне учестаности за посматрани ТЕ или ТМ мод.

Ако су губици у диелектрику мали, фазни коефицијент и коефицијент слабљења α_d за ТЕ и ТМ таласе могу се добити развијањем у ред израза за γ и задржавањем првих чланова. Тако се, за $f > f_c$ и ако магнетски губици не постоје, добија

$$\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu}\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}, \quad \alpha_d = \frac{\sigma_e}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\beta}{2}\frac{\operatorname{tg}\delta}{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}. \quad (2.45)$$

Критична учестаност се одређује из параметра K , који зависи само од облика таласовода и типа/мода таласа, а за затворене таласоводе је чисто реалан број, као

$$f_c = \frac{K}{2\pi\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (2.46)$$

Фазна и групна брзина добијају се из израза за фазни коефицијент. Ако уведемо ознаку $c = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ (брзина простирања униформног равнoг таласа у хомогеном диелектрику), резултат је

$$c_\phi = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}, \quad c_g = c\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}. \quad (2.47)$$

За таласне импедансе ТЕ и ТМ таласа добија се

$$Z_{\text{TE}} = \frac{\omega\mu}{\beta}, \quad Z_{\text{TM}} = \frac{\beta}{\omega\epsilon}, \quad (2.48)$$

где је β дато формулом (2.45).

Коефицијент слабљења услед губитака у проводницима, α_p , одређује се пертурбационим методом и зависи од облика таласовода.

2.5. Инцидентни и рефлектовани ТЕМ, ТЕ и ТМ таласи

До сада смо анализирали само таласе који се простиру у смеру осе z , задајући да решење таласне једначине мора да има фактор $e^{-\gamma z}$, где су реални и имагинарни делови коефицијента простирања, $\alpha, \beta \geq 0$ ¹¹. Могућа су решења таласне једначине и у облику који садржи фактор $e^{+\gamma z}$ (где γ такође припада првом квадранту комплексне равни). То су таласи који се простиру у смеру $-z$ -осе. Таласе који се простиру у смеру $+z$ -осе зваћемо директни или инцидентни таласи и означавају их индексом „i“. Таласе који се простиру у смеру $-z$ -осе зваћемо рефлектовани и означавају их индексом „r“. Јасно је да ће, због геометријске симетрије система за вођење, и изотропности диелектрика и проводника, коефицијент простирања рефлектованог таласа било ког мода бити једнак коефицијенту простирања инцидентног таласа истог мода. Ово повлачи да су и сви остали параметри (фазна и групна брзина, таласна дужина, коефицијент слабљења и

¹¹ Нећемо посматрати специфичне случајеве када је $\beta < 0$.

таласна импеданса) исти за ова два таласа. Једино што треба утврдити је како изгледа расподела поља рефлектованог таласа у односу на инцидентни талас.

Расподела поља рефлектованог таласа може се лако одредити тако што се прво уочи да се коефицијент простирања γ увек добија као решење једначине $\gamma^2 = K^2 - k^2$. (За ТЕМ таласе је $K = 0$.) Формално се може узети друго решење ове једначине, $\gamma' = -\sqrt{K^2 - k^2} = -\gamma$, које представља рефлектовани талас, па израчунати компоненте поља, \mathbf{e}_t , \mathbf{h}_t , e_z и h_z полазећи од γ' уместо од γ . При томе је уобичајено да се за трансверзалну компоненту електричног поља изабере исти референтни смер као код инцидентног таласа. Ако се инцидентни талас прикаже као у (2.23) и (2.24),

$$\mathbf{E}_i(x, y, z) = [\mathbf{e}_t(x, y) + e_z(x, y)\mathbf{i}_z]e^{-\gamma z}, \quad \mathbf{H}_i(x, y, z) = [\mathbf{h}_t(x, y) + h_z(x, y)\mathbf{i}_z]e^{-\gamma z}, \quad (2.49)$$

за рефлектовани талас се добија (са тачношћу до на мултипликативну константу)

$$\mathbf{E}_r(x, y, z) = [\mathbf{e}_t(x, y) - e_z(x, y)\mathbf{i}_z]e^{+\gamma z}, \quad \mathbf{H}_r(x, y, z) = [-\mathbf{h}_t(x, y) + h_z(x, y)\mathbf{i}_z]e^{+\gamma z}. \quad (2.50)$$

Како су трансверзалне компоненте од много већег значаја од лонгитудиналних (због рачунања снаге), за рефлектовани талас довољно је запамтити две ствари. Прва је да се за векторе \mathbf{e}_t рефлектованог и инцидентног таласа узимају исти референтни смерови. Друга је да се вектор \mathbf{h}_t (и инцидентног и рефлектованог таласа) рачуна из вектора \mathbf{e}_t преко одговарајуће таласне импедансе, Z_T , и орта у смеру простирања таласа, \mathbf{n} , као

$$\mathbf{h}_t = \frac{1}{Z_T} \mathbf{n} \times \mathbf{e}_t. \quad (2.51)$$

За талас који се простира у смеру z -осе (директан талас) је $\mathbf{h}_t = \mathbf{i}_z \times \mathbf{e}_t / Z_T$, а за талас који се простира у супротном смеру (рефлектован талас) $\mathbf{h}_t = -\mathbf{i}_z \times \mathbf{e}_t / Z_T$.

2.5.1. Снага која се преноси инцидентним и рефлектованим таласом

Средња снага која се у смеру z -осе преноси кроз неки попречни пресек система за вођење је $P = \text{Re} \int_{S_i} (\mathbf{E}_t \times \mathbf{H}_t^*) \cdot d\mathbf{S}$, где је $d\mathbf{S} = \mathbf{i}_z dS$, а \mathbf{E}_t и \mathbf{H}_t представљају

трансверзалне компоненте збира поља инцидентног и рефлектованог ТЕМ, ТЕ или ТМ таласа. За моноодно простирање и систем без губитака (или, врло приближно, систем са малим губицима) добија се

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_{t,i} + \mathbf{E}_{t,r} = (A_i + A_r)\mathbf{e}_t, \quad \mathbf{H}_t = \mathbf{H}_{t,i} + \mathbf{H}_{t,r} = \frac{1}{Z_T}(A_i - A_r)\mathbf{i}_z \times \mathbf{e}_t, \quad (2.52)$$

где су A_i и A_r комплексне мултипликативне константе за инцидентни и рефлектовани талас. Добија се да је преношена снага

$$P = \frac{|A_i|^2}{Z_T} \int_{S_i} |\mathbf{e}_t|^2 dS - \frac{|A_r|^2}{Z_T} \int_{S_i} |\mathbf{e}_t|^2 dS = P_i - P_r, \quad (2.53)$$

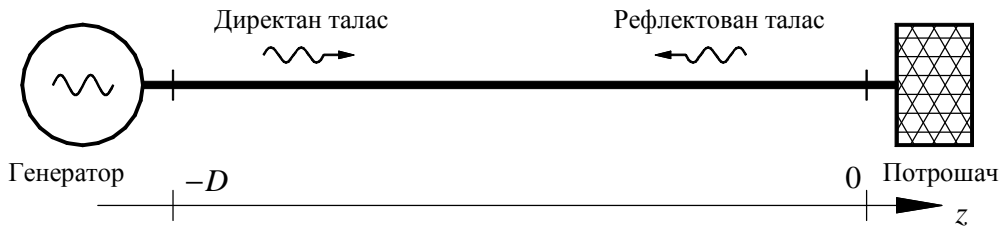
јер је таласна импеданса реалан позитиван број. Дакле, важи суперпозиција (адитивност) средњих снага инцидентног и рефлектованог таласа. Може се лако показати да за

реактивну и комплексну снагу адитивност не важи. У случају комплексне таласне импедансе (тј. за систем са губицима) адитивност, строго гледано, не важи ни за средњу снагу. У случају малих губитака једначина (2.53) важи приближно.

Комплексне константе A_i и A_r могу се нормализовати тако што се поделе, а e_t се помножи произвољним бројем. Погодном нормализацијом¹² може се постићи да се средње снаге рачунају преко нових константи $B_{i,r}$ као $P_{i,r} = |B_{i,r}|^2$ и да аргументи ових константи буду једнаки аргументима (почетним фазама) вектора $E_{t,i}$ и $E_{t,r}$. Ако се прорачун снаге примени само на почетак и крај система за вођење (тј. на приступе вода или таласовода), константе за таласе који се простиру од посматраног краја према унутрашњости вода или таласовода означе са $a_{1,2}$, а за таласе који се простиру према посматраном крају са $b_{1,2}$ (a_1, b_1 за један крај, а a_2, b_2 за други крај вода или таласовода), добијају се величине које се називају интензитети таласа. Преко њих се дефинишу параметри расејања (s -параметри) компоненти микроталасних кола као електричних мрежа са једним или више приступа.

2.5.2. Систем за вођење завршен потрошачем

Када у систему за вођење постоји дисконтинуитет, формираће се рефлектовани талас¹³. Типичан пример је када је на крај система за вођење прикључена нека пасивна микроталасна компонента (потрошач), а на почетак система генератор, као на слици 2.5. (У овој књизи ћемо под појмом „потрошач“ подразумевати линеарну пасивну компоненту. Равноправно се може користити и термин „пријемник“.) Због ефеката простирања и прецизне карактеризације компонента матричним параметрима, равни које представљају спојеве система за вођење и ове две компоненте морају бити прецизно одређене. У нашем случају то су равни $z = 0$ и $z = -D$.



Слика 2.5. Систем за вођење завршен потрошачем.

Претпоставимо да систем за вођење нема губитака. Тада се трансверзално електрично поље директног и рефлектованог таласа могу приказати у облику

$$E_{t,i} = A_{i0} e_t e^{-j\beta z}, \quad E_{t,r} = A_{r0} e_t e^{+j\beta z}. \quad (2.54)$$

¹² Оставља се читаоцу да одреди фактор нормализације.

¹³ Осим у специјалним случајевима о којима ће бити речи касније.

Однос комплексних интензитета вектора $\mathbf{E}_{t,r}$ и $\mathbf{E}_{t,i}$, у било ком попречном пресеку система, је

$$\Gamma(z) = \frac{E_{t,r}}{E_{t,i}} = \frac{A_{r0}}{A_{i0}} e^{j2\beta z} = \Gamma_0 e^{j2\beta z} \quad (2.55)$$

и назива се коефицијент рефлексије. Коефицијент Γ_0 је коефицијент рефлексије на месту потрошача и представља карактеристику самог потрошача. За потрошаче је $|\Gamma_0| \leq 1$. Ако је $\Gamma_0 = 0$, нема рефлектованог таласа. Тада се каже да је вод прилагођен, или да је потрошач прилагођен на вод.

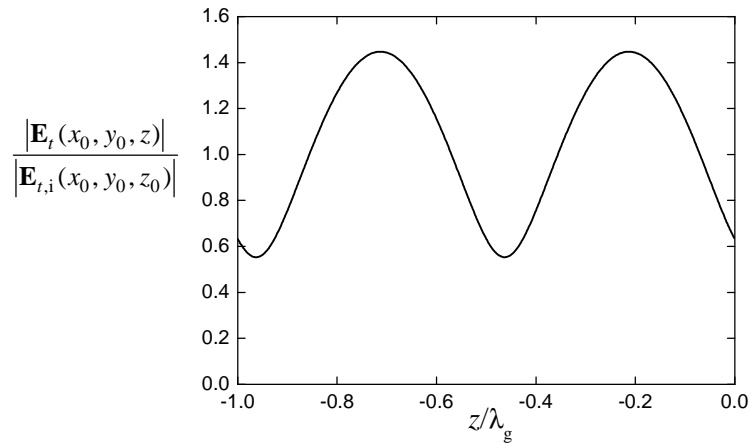
У општем случају неприлагођеног вода, резултантно трансверзално електрично поље дуж система је

$$\mathbf{E}_t = A_{i0} \mathbf{e}_t \left(e^{-j\beta z} + \Gamma_0 e^{+j\beta z} \right) \quad (2.56)$$

и у смеру z -осе представља стојећи талас (слика 2.6). Однос максималне и минималне ефективне вредности електричног поља, посматраног дуж произвољног лонгитудиналног правца, назива се коефицијент стојећих таласа (voltage standing wave ratio, VSWR),

$$\sigma = \frac{|\mathbf{E}_t(x_0, y_0)|_{\max}}{|\mathbf{E}_t(x_0, y_0)|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|}. \quad (2.57)$$

Из криве стојећих таласа може се одредити коефицијент рефлексије Γ_0 , тако што се прво са криве одреди коефицијент стојећих таласа, таласна дужина и фазни коефицијент, затим се из формуле (2.57) одреди $|\Gamma_0|$, а из положаја најближег максимума криве од равни $z = 0$ одреди се $\arg(\Gamma_0) = -2\beta z_{m1}$. Криве стојећих таласа експериментално се снимају применом мерног вода и мерног таласовода – прецизно конструисаних водова и шупљих металних таласовода са узаним уздужним прорезом.



Слика 2.6. Крива стојећих таласа.

2.6. Анализа вођених таласа методима теорије електричних кола

Строга електромагнетска (ЕМ) анализа тродимензионалне микроталасне структуре (реалног микроталасног кола) је сложена и дуготрајна, чак и на брзим рачунарима. Основна тежња микроталасног инжењера је да упрости анализу и да је по могућству сведе на постојеће развијене моделе теорије електричних кола. То практично значи да се микроталасно коло дели на аутономне целине које се описују мрежама са више приступа (портова), ове мреже образују микроталасно коло, а резултат анализе су напони и струје на приступима, трансфер функције, или комплексни интензитети таласа.

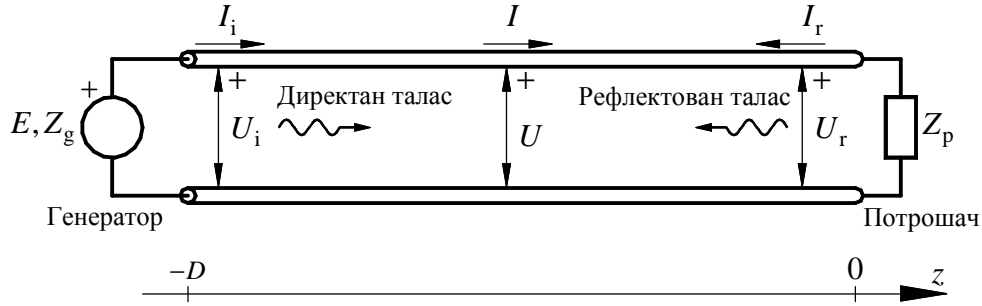
Као што смо већ видели, у трансверзалним равнима вода са ТЕМ таласом важе једначине квазистационарног ЕМ поља, а тиме и Кирхофови закони, што омогућава да се вођени ТЕМ талас (а приближно и вођени квази-ТЕМ талас) у потпуности опише методима теорије електричних кола. Са друге стране, вођени ТЕ, ТМ и хибридни таласи немају ову особину, али се ипак могу описивати на исти начин као водови, уводећи еквивалентан вод. Еквивалентан вод датом таласоводу је фиктивни вод у коме су снаге које се преносе инцидентним и рефлектованим ТЕМ таласима и почетне фазе трансверзалних компоненти поља тих таласа исте као код оригиналног таласовода. Напомињемо да ће у овој књизи, када је реч о структурама за вођење, изразити нагласак бити на водовима са ТЕМ и квази-ТЕМ таласима, а пре свега на планарним водовима, зато што се они у пракси највише користе.

2.6.1. ТЕМ таласи

У одељцима 2.4.1 и 2.5 описане су особине вођеног ТЕМ таласа. Сада нам је циљ да овај талас опишемо преко напона и струја, служећи се еквивалентним електричним колом са расподељеним параметрима. Посматраћемо само двопроводничке водове са малим губицима. Нека је диелектрик вода хомоген, окарактерисан пермитивношћу ϵ , еквивалентном специфичном проводношћу σ_e (алтернативно, тангенсом угла губитака, $\tan \delta$) и пермеабилношћу μ . (Претпоставићемо да у диелектрику нема магнетских губитака.) Нека на воду постоје инцидентни и рефлектовани талас. Из формула (2.34), (2.35) и (2.52) се добија да на воду постоје инцидентни и рефлектовани таласи напона и струје,

$$U_i = U_{i0}e^{-\gamma z}, \quad U_r = U_{r0}e^{+\gamma z}, \quad I_i = I_{i0}e^{-\gamma z}, \quad I_r = I_{r0}e^{+\gamma z}. \quad (2.58)$$

Резултујући напон на воду је $U = U_i + U_r$, а резултујућа струја $I = I_i - I_r$. Референтни смерови ових напона и струја приказани су на слици 2.7.



Слика 2.7. Инцидентни и рефлектовани таласи напона и струје на воду.

Може се показати да се из Максвелових једначина примењених на TEM талас вода добијају следеће једначине за напон и струју вода,

$$\frac{dU}{dz} = -Z'I, \quad \frac{dI}{dz} = -Y'U, \quad (2.59)$$

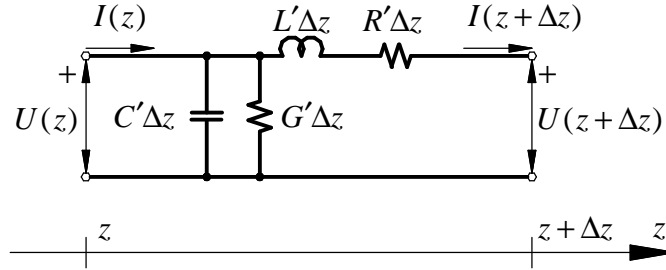
где су

$$Z' = R' + j\omega L', \quad Y' = G' + j\omega C', \quad (2.60)$$

а C' , L' и G' подужна капацитивност, индуктивност и одводност вода, добијене квазистатичком анализом вода. Подужна капацитивност вода добија се дводимензионалном електростатичком анализом. Подужна одводност вода може се добити тако што се у електростатичкој анализи вода, уместо пермитивности диелектрика у рачун узму еквивалентне комплексне пермитивности и тако добије еквивалентна комплексна подужна капацитивност, C'_e . Из релације $C'_e = C' - (j/\omega)G'$ се затим директно одређују C' и G' . Подужна отпорност вода, R' , добија се из формуле (2.18) као $R' = P'_p / |I|^2$. Подужна индуктивност састоји се од спољашње и унутрашње, $L' = L'_e + L'_i$. Спољашња подужна индуктивност најлакше се рачуна преко спољашњег подужног магнетског флукса и струје вода, $L'_e = \Phi' / I$. Унутрашња подужна индуктивност може се, када је површински ефекат изражен, израчунати из подужне отпорности као $L'_i = R' / \omega$. Ако су проводници савршени или ако је учестаност висока тако да је површински ефекат потпуно изражен, унутрашња подужна индуктивност може се занемарити у односу на спољашњу. На ниским учестаностима подужна отпорност једнака је подужној отпорности за сталну (једносмерну) струју, а унутрашња подужна индуктивност се одређује преко магнетске енергије. Због промене подужне индуктивности у функцији учестаности, мењају се и карактеристична импеданса вода и групна брзина простирања таласа.

Подужни параметри C' , L' , G' и R' називају се примарни параметри вода. Такође је Z' подужна импеданса, а Y' подужна адмитанса вода. Једначине (2.59) називају се једначине телеграфичара. Њима одговара модел кратке секције вода дужине Δz , у облику еквивалентне L-полућелије (слика 2.8), што је основ за приказивање вода

еквивалентним електричним колом са расподељеним (подужним) параметрима¹⁴. Једначине телеграфичара су веома добра апроксимација и за квази-ТЕМ талас, нпр. на воду са нехомогеним диелектриком и/или несавршеним проводницима.



Слика 2.8. L-полућелија еквивалентна краткој секцији двопроводничког вода.

Решење једначина (2.59) дато је изразима (2.58), где је

$$\frac{U_i}{I_i} = \frac{U_{i0}}{I_{i0}} = \frac{U_r}{I_r} = \frac{U_{r0}}{I_{r0}} = Z_c. \quad (2.61)$$

Величина Z_c је константа за дати вод и назива се карактеристична импеданса вода. Уводи се и карактеристична адмитанса вода, $Y_c = 1/Z_c$. Карактеристична импеданса и комплексни коефицијент простирања називају се секундарни параметри вода и одређују се из примарних параметара као

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}}, \quad \gamma = \sqrt{Z'Y'} = \alpha + j\beta. \quad (2.62)$$

За вод са малим губицима је (приближно) карактеристична импеданса чисто реална,

$$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}, \quad (2.63)$$

а фазни коефицијент, фазна брзина и коефицијент слабљења су,

$$\beta = \omega\sqrt{L'C'}, \quad c_\phi = 1/\sqrt{L'C'}, \quad \alpha = \alpha_p + \alpha_d = \frac{R'}{2Z_c} + \frac{G'}{2Y_c}. \quad (2.64)$$

За вод са хомогеним диелектриком, фазна брзина изражена преко параметара диелектрика је $c_\phi = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$, па се карактеристична импеданса може изразити само преко C' као

$$Z_c = \frac{1}{c_\phi C'}, \quad (2.65)$$

а β и α_d могу се израчунати и из формула (2.32) и (2.38). У спецификацијама произвођача водова, често се као податак даје фактор брзине (velocity factor),

¹⁴ Оваква каскада L-полућелија представља филтар пропусник ниских учестаности. Каскада добро апроксимира вод само под условом да је $\Delta z \ll \lambda$, односно да је радна учестаност довољно мања од граничне учестаности филтра.

$F_v = c_\phi / c_0$, који се за немагнетске диелектрике може израчунати из релативне пермитивности, $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$, као $F_v = 1 / \sqrt{\epsilon_r}$.

За вод са нехомогеним диелектриком по коме се простире квази-ТЕМ талас, дефинише се ефективна релативна пермитивност као однос подужне капацитивности вода и његове подужне капацитивности када се диелектрик замени вакуумом, $\epsilon_{re} = C' / C'_0$, па се за немагнетски диелектрик добија да је фактор брзине $F_v = c_\phi / c_0 = \sqrt{L'_0 C'_0} / \sqrt{L'_0 C'} = 1 / \sqrt{\epsilon_{re}}$.

Ако је вод завршен потрошачем (слика 2.7), према теорији изнетој у одељку 2.5.2 коефицијент рефлексије у неком пресеку вода је

$$\Gamma(z) = \frac{U_r}{U_i} = \frac{U_{r0}}{U_{i0}} e^{2\gamma z} = \Gamma_0 e^{2\gamma z}, \quad (2.66)$$

а пошто потрошач диктира $U_{i0} + U_{r0} = Z_p (I_{i0} - I_{r0}) = Z_p (U_{i0} - U_{r0}) / Z_c$, то је коефицијент рефлексије на месту потрошача

$$\Gamma_0 = \frac{Z_p - Z_c}{Z_p + Z_c}. \quad (2.67)$$

Коефицијент стојећих таласа на воду сада се може лакше дефинисати преко напона као

$$\sigma = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma_0|}{1 - |\Gamma_0|}. \quad (2.68)$$

Ако је $Z_p = Z_c$, нема рефлектованог таласа ($\Gamma_0 = 0$), вод је прилагођен и понаша се као да је бесконачно дугачак.

Импеданса која се у неком пресеку вода види гледано према потрошачу је

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_c \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)} = Z_c \frac{Z_p - Z_c \operatorname{th}(\gamma z)}{Z_c - Z_p \operatorname{th}(\gamma z)}, \quad \left(\operatorname{th}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \right) \quad (2.69)$$

што за вод без губитака прелази у

$$Z(z) = Z_c \frac{Z_p - jZ_c \operatorname{tg}(\beta z)}{Z_c - jZ_p \operatorname{tg}(\beta z)}. \quad (2.70)$$

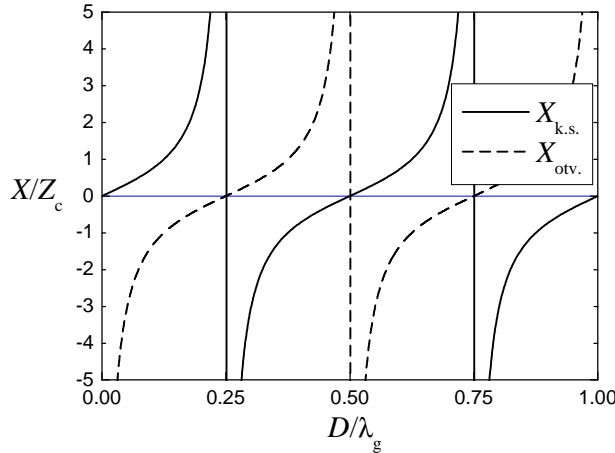
Адмитанса у неком пресеку вода је $Y(z) = 1/Z(z)$. Импеданса која се види на почетку вода (за $z = -D$, слика 2.7) назива се улазна импеданса вода и за водове са и без губитака рачуна се као

$$Z_{ul} = Z_c \frac{Z_p + Z_c \operatorname{th}(\gamma D)}{Z_c + Z_p \operatorname{th}(\gamma D)}, \quad Z_{ul} = Z_c \frac{Z_p + jZ_c \operatorname{tg}(\beta D)}{Z_c + jZ_p \operatorname{tg}(\beta D)}. \quad (2.71)$$

За бесконачно кратак вод (тј. за $|\gamma D| \ll 1$) је $Z_{ul} = Z_p$. Посебно је од интереса улазна импеданса кратко спојеног и отвореног вода без губитака,

$$Z_{k.s.} = jZ_c \operatorname{tg}(\beta D), \quad Z_{otv.} = \frac{Z_c}{j \operatorname{tg}(\beta D)}. \quad (2.72)$$

Овакви водови називају се огранци. Импедансе су им чисто реактивне, а њихове зависности од електричне дужине вода приказане су на слици 2.9. За фиксну дужину вода, D , зависност улазних реактанси ових водова од учестаности је истог облика као зависност од дужине, јер је $\beta D = 2\pi Df$. Дакле, отворени и кратко спојени вод одређене дужине остварују произвољну улазну реактансу (у опсегу од $-\infty$ до $+\infty$), што се често примењује у микроталасним колима. Посебно, ако при некој учестаности f_0 важи $D/\lambda_g = 1/4 + n/2$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), отворени вод се понаша као кратак спој, а кратко спојени вод као отворена веза. Обрнуто, ако је $D/\lambda_g = n/2$ ($n = 1, 2, \dots$), отворени вод се понаша као отворена веза, а кратко спојени вод као кратак спој. (У околини учестаности f_0 овакви водови се понашају као редно односно паралелно осцилаторно коло.) Предност реализације помоћу огранка водова је у томе што се компоненте могу лакше реализовати, имају боље особине (нпр. већи Q-фактор резонатора), а паразитски ефекти се могу лакше прорачунати у односу на концентрисане (дискретне) калемове и кондензаторе.



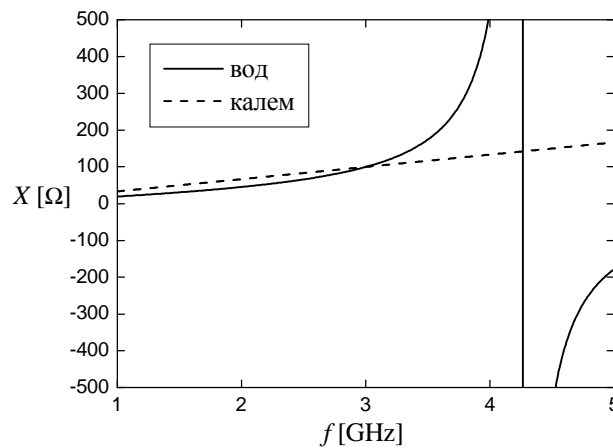
Слика 2.9. Улазна реактанса кратко спојеног и отвореног вода без губитака.

Формуле (2.69) и (2.70) имају велики значај јер један електромагнетски релативно сложен систем (вод завршен потрошачем) моделују једним концентрисаним елементом. Тако се прорачун улазне импедансе произвољне везе водова и потрошача своди на једноставан прорачун улазне импедансе мреже концентрисаних елемената.

Пример. На учестаности $f = 3 \text{ GHz}$ потребно је остварити реактансу од $X = 100 \Omega$ помоћу огранка микротракастог вода карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$, чији је диелектрик ефективне релативне пермитивности $\epsilon_{re} = 2$. Одредити потребну дужину огранка вода и зависност реактансе од учестаности у опсегу $1 - 5 \text{ GHz}$. Упоредити ову зависност са оном за идеални калем. Занемарити ефекте дисконтинуитета.

Решење. Из дијаграма на слици 2.9 види се да решење није јединствено. Определимо се за решење са најкраћим огранком вода. За позитивне реактансе то је кратко спојени вод. Из формуле (2.72) следи да је $\beta D = \text{arctg} 2$. Пошто је

$\beta = 2\pi f \sqrt{\epsilon_{re}} / c_0$ и $c_0 = 299792458$ m/s, добија се $D = 12,45$ mm. Иста реактанса добија се идеалним концентрисаним калемом индуктивности $L = X / \omega = 5,31$ nH. Зависност реактансе од учестаности за огранак вода је истог облика као на слици 2.9, а зависност реактансе калема од учестаности је линеарна. Обе зависности су приказане на слици 2.10. **Напомене:** 1. За тачнији прорачун треба урачунати и ефекте краја вода и споја вода са остатком кола. На пример, за кратко спојени вод овај ефекат се своди на еквивалентно продужење вода или еквивалентну индуктивност прикључену на крај вода. Највећа предност огранка вода у односу на концентрисани (дискретни) калем у овом случају је што се огранком добија компонента већег фактора добротe. 2. Оставља се читаоцу да прорачуна решење са отвореним огранком, који у пракси може бити погодније за реализацију (нпр. код микротракастог вода).



Слика 2.10. Реактанса остварена огранком вода и концентрисаним калемом.

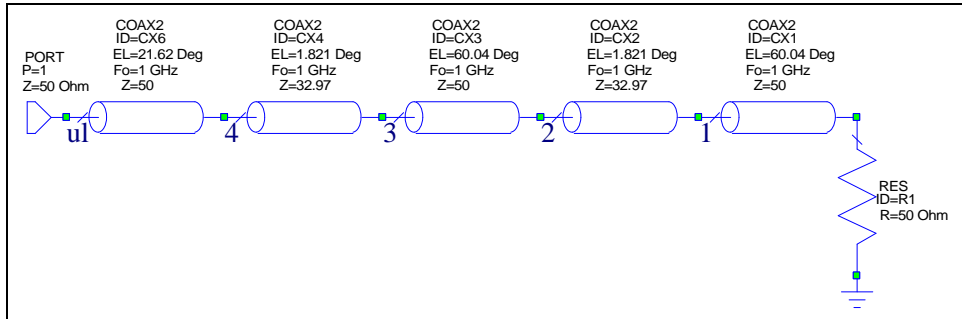
Пример. У коаксијалном воду дужине $D = 120$ mm, на међусобним растојањима $l = 50$ mm, почев од растојања l од краја вода, постављени су диелектрични дистанцери облика диска дебљине $d = 1$ mm и релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,3$ (полиетилен), који механички држе средишњи проводник, при чему је попречни пресек оба проводника вода исти дуж целог вода. Карактеристична импеданса вода (без дистанцера) износи $Z_c = 50 \Omega$. На крај вода прикључен је потрошач импедансе $Z_p = 50 \Omega$. Одредити модул коефицијента рефлексije на почетку вода у опсегу 10 MHz – 20 GHz. Претпоставити да су параметри диелектрика константни у читавом фреквенцијском опсегу. Занемарити губитке и ефекат краја вода.

Решење. Вод са дистанцерима се може посматрати као каскадна веза две врсте секција, једне дужине l и карактеристичне импедансе Z_c и друге дужине d и карактеристичне импедансе $Z_{c1} = \sqrt{L'/C'} = Z_c / \sqrt{\epsilon_r} \approx 33 \Omega$, при чему је последња секција вода дужине $l_1 = 18$ mm. Пошто је попречни пресек проводника униформан дуж целог вода, може се лако показати да се гранични услови за векторе **Е** и **Н** на прелазу између секција могу егзактно задовољити TEM таласом. Дакле, на овом дисконтинуитету не долази до нарушавања TEM структуре поља. Такви

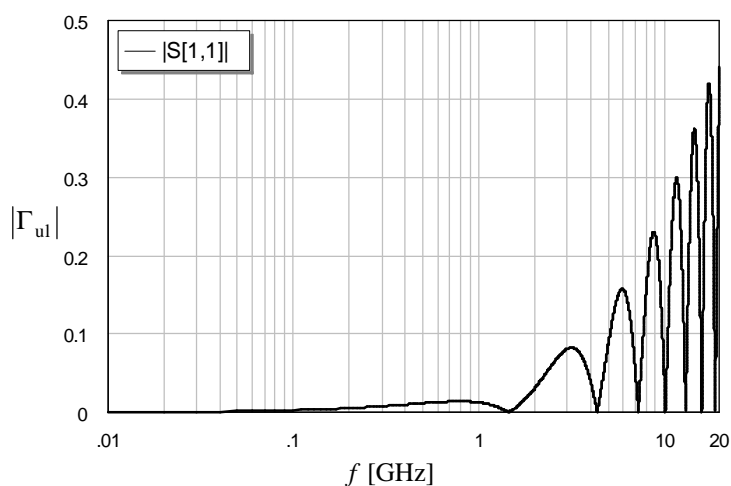
дисконтинуитети могу се назвати „чисти“. Модел низа оваквих секција приказан је на слици 2.11. Улазна импеданса вода може се одредити узастопном применом формуле (2.71) уз коришћење неког од програма погодног за рад са матрицама (нпр. Matlab-a), или неким програмом за анализу микроталасних кола. У пресеку 1 импеданса је $Z_1 = Z_c$, јер је последња секција прилагођена (овде смо занемарили ефекат краја вода), а у осталим пресецима је

$$Z_{2,4} = Z_{c1} \frac{Z_{1,3} + jZ_{c1} \operatorname{tg}(\beta_1 d)}{Z_{c1} + jZ_{1,3} \operatorname{tg}(\beta_1 d)}, \quad Z_3 = Z_c \frac{Z_2 + jZ_c \operatorname{tg}(\beta l)}{Z_c + jZ_2 \operatorname{tg}(\beta l)}, \quad Z_{ul} = Z_c \frac{Z_4 + jZ_c \operatorname{tg}(\beta l_1)}{Z_c + jZ_4 \operatorname{tg}(\beta l_1)}, \quad (2.73)$$

где је $\beta = 2\pi f / c_0$ и $\beta_1 = \beta \sqrt{\epsilon_r}$. Коефицијент рефлексије на почетку вода је $\Gamma_{ul} = (Z_{ul} - Z_c) / (Z_{ul} + Z_c)$. (Читаоцу се предлаже да објасни зашто се резултат не може добити узастопном применом формуле (2.66).) Резултат је приказан на слици 2.12. На нижим учестаностима електрична дебљина дистанцера је врло мала, па су они практично „невидљиви“ за вођени талас, што чини да је вод практично идеално прилагођен. (За $f < 1 \text{ GHz}$ је $|\Gamma_{ul}| < 0,015$.) На вишим учестаностима дебљина дистанцера више није електрички мала, па се уочавају све израженији ефекти вишеструке рефлексије и резонанција, што чини да је вод на тим учестаностима далеко од прилагођења. Ово је само једна илустрација ефеката који настају на високим учестаностима и потребе да се у микроталасном опсегу сви делови кола пројектују и реализују врло пажљиво и прецизно.



Слика 2.11. Модел вода као каскадне везе пет секција.



Слика 2.12. Модул коефицијента рефлексије вода у функцији учестаности.

2.6.2. ТЕ и ТМ таласи

ТЕ и ТМ таласи се, строго говорећи, не могу анализирати методама теорије електричних кола и кола са расподељеним параметрима, јер се не могу једнозначно дефинисати напон и струја у трансверзалним пресецима. Међутим, како је у микроталасним колима превасходно од интереса средња снага која се преноси таласом и фазне разлике, то се може искористити особина да су ТЕ и ТМ таласи равни (трансверзалне равни су еквифазне за компоненте \mathbf{e}_r и \mathbf{h}_r) и увести такозвани еквивалентни вод, као што је напоменуто у одељку 2.6. Наиме, прво се одабере карактеристична импеданса тог еквивалентног вода (нпр. тако да буде једнака таласној импеданси ТЕ/ТМ таласа), па се дефинишу комплексни напон инцидентног и рефлектованог таласа, тако да се добије исправан израз за снагу која се преноси таласоводом. У пракси се, међутим, уместо еквивалентних напона и струја, користе комплексни интензитети таласа (видети одељак 2.5.1), па се таласоводи и таласоводне компоненте карактеришу s -параметрима. Штавише, таласоводи и таласоводне компоненте најчешће имају прелазе са таласовода на водове (најчешће коаксијалне), па је описивање s -параметрима погодно јер се на јединствен начин третирају и водови и таласоводи.

2.6.3. Смитов дијаграм

За вод са малим губицима завршен потрошачем погодно је увести нормализоване импедансе и адмитансе, дељењем карактеристичном импедансом, односно карактеристичном адмитансом вода. Тако је нормализована импеданса на воду, $\zeta = Z/Z_c = r + jx$, где су r и x нормализована резистанса и реактанса. Нормализована адмитанса је, аналогно, $\eta = Y/Y_c = g + jb = 1/\zeta$, где су g и b нормализована кондуктанса и сусцептанса. За потрошач се могу увести ознаке $\zeta_p = Z_p/Z_c$ и

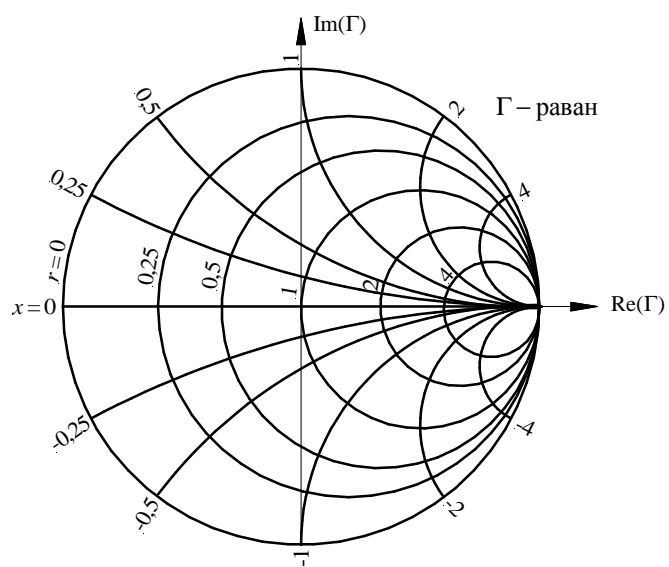
$\eta_p = Y_p / Y_c = 1 / \zeta_p$. Коефицијент рефлексије се сада може изразити преко ζ и η и обрнуто,

$$\Gamma = \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} = \frac{1 - \eta}{1 + \eta}, \quad \zeta = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}, \quad \eta = \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma}. \quad (2.74)$$

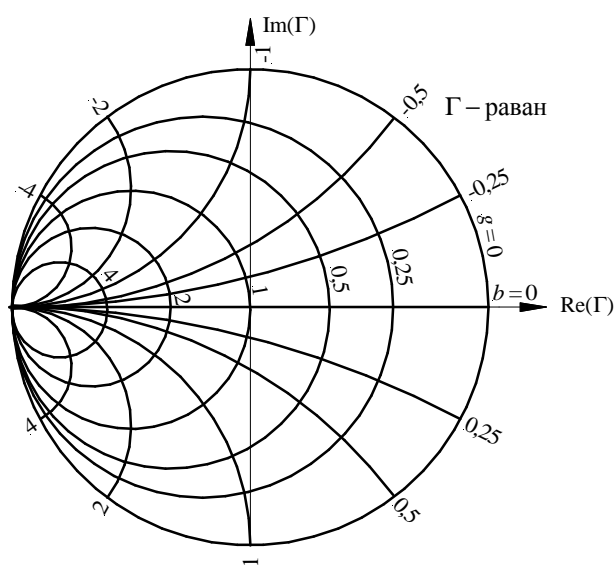
Прва од ових једначина представља пресликавање комплексне ζ -равни у комплексну Γ -раван. Пресликавање је билинеарног типа, па се праве линије у ζ -равни пресликавају у праве линије и кругове у Γ -равни. Мрежа линија $r = \text{const}$ и $x = \text{const}$ пресликана у Γ -раван представља основну мрежу Смитовог дијаграма (слика 2.13), која се назива и импедансна мрежа. Како је за потрошаче (тј. пасивне елементе) $r \geq 0$, то се пресликава само десна полураван и то у област унутар јединичног круга, $|\Gamma| \leq 1$. Две су основне сврхе Смитовог дијаграма. Прва је да омогући графичко прерачунавање између импеданси и коефицијената рефлексије на воду. Друга је да пружи сликовиту представу импеданси, коефицијената рефлексије, као и s -параметара, погодну за интуитивну анализу и пројектовање кола која садрже водове.

За пресликавање између коефицијента рефлексије и нормализоване адмитансе може се користити инверзни Смитов дијаграм (слика 2.14)¹⁵. На њему постоји мрежа линија $g = \text{const}$ и $b = \text{const}$ пресликана у Γ -раван. Ова мрежа назива се и адмитансна мрежа. Импедансна и адмитансна мрежа могу се, по потреби, и преклопити. Међутим, за прорачунавање адмитанси може да послужи и оригинални Смитов дијаграм на следећи начин. Ако се нормализована импеданса потрошача $\zeta_0 = r_0 + jx_0$, којој у Смитовом дијаграму одговара тачка (r_0, x_0) , прслика симетрично у односу на центар дијаграма, добијена тачка, (r_1, x_1) , представљаће нормализовану кондуктансу и сусцептансу потрошача, $\eta_0 = 1 / \zeta_0 = g_0 + jb_0 = r_1 + jx_1$.

¹⁵ Оригинални Смитов дијаграм назива се и импедансни, а инверзни Смитов дијаграм назива се и адмитансни.



Слика 2.13. Основна (импедансна) мрежа Смитовог дијаграма.



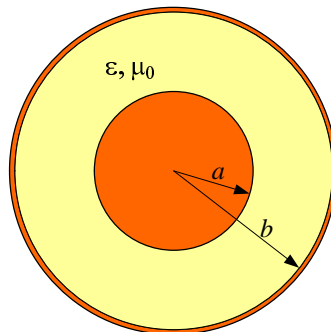
Слика 2.14. Адмитансна мрежа Смитовог дијаграма. (Инверзни Смитов дијаграм.)

2.7. Особине неких двопроводничких водова са TEM таласом

У овом одељку биће дат преглед три типична и врло често коришћена вода у микроталасној техници: коаксијалног вода, двојичног вода и микротракастог вода. Претпоставићемо да су губици мали (што је у пракси увек испуњено), као и да је скин-ефекат потпуно изражен. Посебно ћемо обратити пажњу на то који тип/мод таласа је доминантан, на радни опсег учестаности и на формуле за карактеристичну импедансу и подужну отпорност¹⁶.

2.7.1. Коаксијални вод

У данашње време коаксијални вод је, од свих водова који се праве у виду каблова, најчешће коришћен вод у микроталасним колима¹⁷. Попречни пресек коаксијалног вода са хомогеним немагнетским диелектриком приказан је на слици 2.15. Мономодно простирање (само TEM таласа) у оваквом воду могуће је до најниже критичне учестаности виших типова/модова таласа, а то је учестаност на којој је средњи обим проводника вода, $\pi(a+b)$, једнак таласној дужини TEM таласа. Тада почиње да се простире најнижи TE мод, TE₁₁. Стандардни коаксијални водови (у облику каблова) се користе за учестаности до неколико десетина GHz.



Слика 2.15. Попречни пресек коаксијалног вода са хомогеним диелектриком.

Ако су проводници савршени или ако је учестаност висока тако да је површински ефекат потпуно изражен, карактеристична импеданса коаксијалног вода је

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{b}{a}, \quad (2.75)$$

што за немагнетски диелектрик износи приближно

¹⁶ Преко карактеристичне импедансе и подужне отпорности рачуна се коефицијент слабљења услед губитака у проводницима, $\alpha_p = R'/(2Z_c)$.

¹⁷ У рачунарским мрежама више се користи упредени двопроводнички вод.

$$Z_c \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}. \quad (2.76)$$

За изражен скин ефекат подужна отпорност је

$$R' = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{R_{s1}}{a} + \frac{R_{s2}}{b} \right), \quad (2.77)$$

где су R_{s1} и R_{s2} површинске отпорности унутрашњег и спољашњег проводника (који не морају бити од истог материјала), а подужна индуктивност се добија као збир спољашње и унутрашње подужне индуктивности, $L' = L'_e + L'_i$, јер магнетско поље постоји и у проводницима. Једноставном квазистатичком анализом добија се $L'_e = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$, а

$L'_i = \frac{R'}{\omega}$ (в. одељак 2.6.1). Строго узевши, карактеристична импеданса вода је сада

$$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}, \text{ где је } C' = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}, \text{ али се са врло великом тачношћу може применити и}$$

израз (2.75), тј. занемарити унутрашња самоиндуктивност у односу на спољашњу. За водове чији је спољашњи проводник плетеница, индуктивност се не може аналитички одредити јер је расподела струја сложена. Наиме, струје релативно тешко прелазе са једне жичице на другу због слабих контаката.

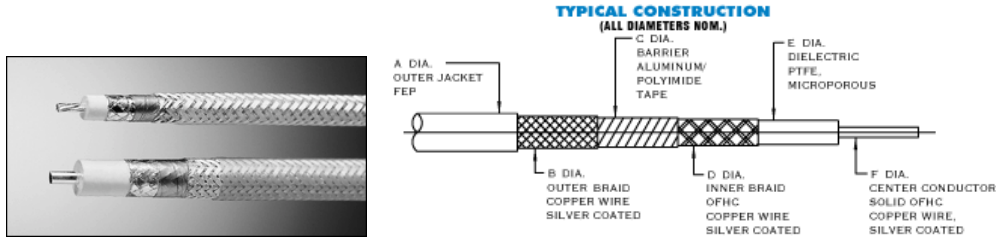
При ниским учестаностима, када површински ефекат није изражен, подужна отпорност је дата изразом $R' = \frac{1}{\pi\sigma_p} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2 - b^2} \right)$, где је c спољашњи полупречник

спољашњег проводника. Одговарајућа унутрашња индуктивност се може одредити преко магнетске енергије, али је израз за ту индуктивност гломазан. При средњим учестаностима изрази за отпорност и индуктивност вода од пуног проводника могу се добити употребом Беселових функција. Због промена индуктивности у функцији учестаности, мењају се и карактеристична импеданса вода и групна брзина простирања таласа.

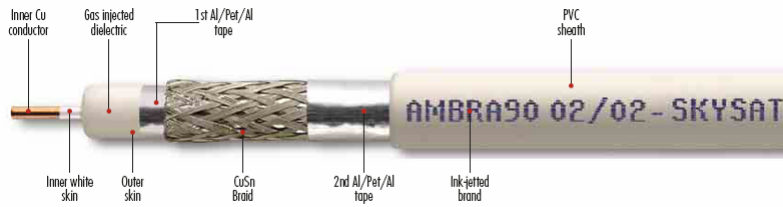
Код тањих каблова средишњи проводник најчешће је пуна бакарна жица, а спољашњи проводник плетеница од бакра или неке његове легуре. Код дебљих каблова и унутрашњи проводник је најчешће плетеница. Ради повећања ефикасности оклапања некада се, уз спољашњи проводник додају металне фолије (слике 2.16 и 2.17). Ове фолије имају функцију да повећају ефикасност заштите оклопа (спољашњег проводника) кабла, која код квалитетних каблова прелази 90 dB¹⁸. Овако велика ефикасност заштите је и најбоља особина коаксијалних водова и једини разлог због кога се ови водови, иако релативно компликовани за израду, широко користе. Ако је спољашњи проводник у виду плетенице, подужна отпорност се, типично, повећава за 20% у односу на ону дату изразом (2.77). Некада се унутрашњи и спољашњи проводник посребрују, пре свега ради заштите (слика 2.16). Коefицијент слабљења коаксијалних водова при 1 GHz је реда величине 0,1 dB/m и сразмеран је квадратном корену учестаности, јер при тој

¹⁸ Код крутих коаксијалних каблова (код којих је спољашњи проводник у виду пуне металне цеви), у погледу ефикасности оклапања, критичне тачке су спојевни – конектори.

учестаности обично доминирају губици у проводницима. При вишим учестаностима почињу да доминирају губици у диелектрику.



Слика 2.16. Структура 50-омског комерцијалног коаксијалног кабла произвођача ASTROLAB (САД).



Слика 2.17. Структура 75-омског комерцијалног коаксијалног кабла произвођача FANTON (Италија).

Уобичајени диелектрици код коаксијалних водова су тефлон, полиетилен и полистирен¹⁹, чије су релативне пермитивности, $\epsilon_r = 2,1; 2,25; 2,55$, респективно. Тефлон се користи за најквалитетније (и најскупље) каблове. Мана му је што је релативно мек, па услед савијања кабла може доћи до промене положаја унутрашњег проводника, а тиме и до нежељених рефлексија на воду. Добра особина тефлона је што добро подноси високу температуру (код лемљења). Полиетилен и полистирен су јефтине, нешто већих губитака од тефлона и топе се при лемљењу. Као диелектрик користе се и стандардни диелектрични материјали који се обрађује тако што се начине шупљикавим. Пример је гасно експандовани полиетилен (PEG). Такав диелектрик има релативно малу пермитивност, а шупљикава структура доприноси и смањењу тежине кабла.

Стандардне карактеристичне импедансе данашњих коаксијалних каблова су 50Ω и 75Ω . Прва вредност (50Ω) има особину да се за наведена три типична диелектрика и услов да α_p буде минимално (за $b/a \approx 3,59$) добијају вредности блиске $Z_c \approx 50 \Omega$. Ова импеданса је и најчешћа номинална импеданса у микроталасној техници. Друга вредност (75Ω) приближно одговара истом услову, али за ваздушни диелектрик, и стандардно се примењује у ТВ и радио техници. Историјски, карактеристична импеданса од 75Ω потиче од антена. Полуталасни дипол има резистансу блиску 75Ω . Пресавијени дипол

¹⁹ Велика мана полистирена је што се врло лако топи, па је изразито непогодан за лемљење.

има резистансу блиску 300Ω , а за прикључење на коаксијални вод користи се симетризатор који трансформише импедансу у односу $4:1$ ($300:75 = 4:1$).

Пример. Подаци из каталога комерцијалног 50-омског коаксијалног кабла ASTROLAB 32019 су: $2a = 0,051 \text{ in}$, $2b = 0,161 \text{ in}$, $F_v = 70,3\%$, диелектрик је тефлон (PTFE), проводници су од посребреног бакара. Одредити карактеристичну импедансу и коефицијент слабљења кабла на учестаности 18 GHz .

Решење. По прерачунавању инча у милиметре ($1 \text{ in} = 25,4 \text{ mm}$), према формули (2.76), добија се $Z_c = 60F_v \ln \frac{b}{a} = 48,5 \Omega$. Узимајући да су проводници од сребра ($\sigma_{\text{Ag}, 20^\circ\text{C}} = 63 \text{ MS/m}$), добија се $R' = 10,9 \Omega/\text{m}$ и $\alpha_p = R'/(2Z_c) = 0,112 \text{ Np/m}$. Узимајући за тефлон $\text{tg } \delta = 4 \cdot 10^{-4}$, добија се $\alpha_d = \frac{1}{2} \beta \text{tg } \delta = 0,107 \text{ Np/m}$ и $\alpha = \alpha_p + \alpha_d = 0,219 \text{ Np/m} = 191 \text{ dB}/100 \text{ m}$. Ово је релативно близу вредности дате у каталогу произвођача, $\alpha = 50 \text{ dB}/100 \text{ ft} = 164 \text{ dB}/100 \text{ m}$ ($1 \text{ ft} = 0,3048 \text{ m}$).

Пример. Подаци из каталога комерцијалног коаксијалног кабла FANTON A21.210 су: $2a = 0,75 \text{ mm}$, $2b = 3,5 \text{ mm}$, $F_v = 85\%$, диелектрик је гасно експандовани полиетилен (PEG), унутрашњи проводник је бакарна жица, спољашњи проводник састоји се од фолије алуминијум/полиетилен/алуминијум (Al/Pet/Al) преко које је постављена плетеница бакар-калај (CuSn) (слика 2.17). Одредити карактеристичну импедансу кабла, коефицијент слабљења на учестаности 1 GHz и релативну пермитивност диелектрика, занемарујући губитке у диелектрику.

Решење. Формула за карактеристичну импедансу (2.76) даје $Z_c = 60F_v \ln \frac{b}{a} = 78,6 \Omega$, јер је $F_v = 1/\sqrt{\epsilon_r}$. Према формули (2.77), узимајући да је спољашњи проводник од алуминијума ($\sigma_{\text{Al}, 20^\circ\text{C}} = 35 \text{ MS/m}$, $\sigma_{\text{Cu}, 20^\circ\text{C}} = 58 \text{ MS/m}$), добијамо $R' = 4,5 \Omega/\text{m}$, па је $\alpha \approx \alpha_p = R'/(2Z_c) = 0,029 \text{ Np/m} = 25 \text{ dB}/100 \text{ m}$. Релативна пермитивност диелектрика је $\epsilon_r = 1/F_v^2 = 1,4$. Израчунате вредности су врло близу вредностима датим у каталогу произвођача: $Z_c = 75 \pm 3 \Omega$, $\alpha = 26,8 \text{ dB}/100 \text{ m}$.

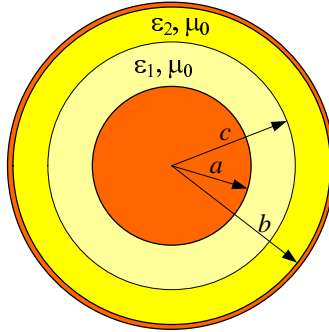
Коаксијални водови могу бити крути (rigid), полукрути (semi-rigid) и савитљиви (flexible). Крути се употребљавају у мерној опреми, за пренос великих снага и као резонатори великог фактора добротe (реда величине неколико хиљада). Полукрути (полусавитљиви) се најчешће користе за спајање појединих микроталасних кола у оквиру једног уређаја. Они су предвиђени да се савију само једном. Накнадна савијања и исправљања нису пожељна, јер водови пуцају. Савитљиви водови користе се када је потребно имати савитљиву и растављиву везу, а најчешће при мерењима и тестирањима уређаја. Код савијања полукрутих и савитљивих водова треба водити рачуна о минималном полупречнику кривине, декларисаног од стране произвођача (нпр., за кабл из претходног примера $r_{\text{min}} = 50 \text{ mm}$).

Коаксијални каблови са нехомогеним (део-по-део хомогеним) диелектриком, по којима се може протирати квази-ТЕМ талас, прорачунавају се тако што се квазистатичком анализом прво одреде њихови подужни (примарни) параметри, па преко

њих секундарни параметри. Ефективна пермитивност може се затим одредити преко фазне брзине (или преко фактора брзине). Тако је, за коаксијални вод чији је попречни пресек приказан на слици 2.18, подужна капацитивност

$$C' = \frac{2\pi}{\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{c}{a} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{b}{c}} \quad (2.78)$$

Ако су проводници савршени, подужна индуктивност је $L' = L'_e = \mu_0 \ln(b/a)/(2\pi)$ и иста је као за вод са слике 2.17. Ако замислимо да се између проводника вода, уместо диелектрика, налази вакуум, подужна капацитивност вода је C'_0 . За било какав двопроводнички вод са савршеним проводницима важи релација $L'C'_0 = \epsilon_0\mu_0$. Фазни коефицијент је $\beta = \omega\sqrt{L'C'}$. Ефективна релативна пермитивност вода, ϵ_{re} , се сада може одредити из једнакости $\beta = \omega\sqrt{\epsilon_{re}\epsilon_0\mu_0}$. За вод са слике 2.18 ϵ_{re} је између ϵ_{r1} и ϵ_{r2} .



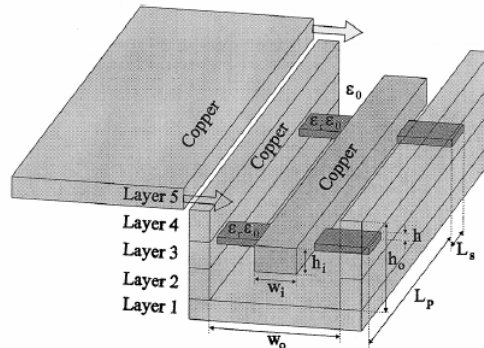
Слика 2.18. Попречни пресек коаксијалног вода са нехомогеним диелектриком.

Напоменимо да је доминантни тип таласа на воду са слике 2.18 квази-ТЕМ, чак и ако су проводници савршени. За разлику од тога, доминантни тип таласа на воду са слике 2.17 је ТЕМ ако су проводници савршени.

Подужна отпорност и унутрашња индуктивност за вод са слике 2.18 су идентични као за вод са слике 2.17. Подужна одводност вода са слике 2.18 се може добити тако што се вод анализира методима електростатике, али се уместо обичних пермитивности диелектрика узму одговарајуће комплексне пермитивности. Једино при сасвим ниским учестаностима, када је $\sigma \gg \omega\epsilon$, подужна одводност се може добити методима анализе стационарних струјних поља²⁰.

У новије време начињени су микро-коаксијални водови правоугаоног попречног пресека који се производе техникама микромашинства (micromachining). Скица једног таквог вода приказана је на слици 2.19. Ови водови омогућавају велику густину паковања и имају примену у области милиметарских таласа.

²⁰ При ниским учестаностима у диелектрику практично постоје само Џулови губици, односно поларизациони губици су занемарљиви.



Слика 2.19. Скица микро-коаксијалног вода правоугаоног попречног пресека. Димензије унутрашњег и спољашњег проводника су $w_1 \approx 100 \mu\text{m}$ и $w_0 \approx 250 \mu\text{m}$.

2.7.2. Двожични вод

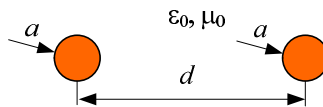
Симетричан двојични вод са ваздушним диелектриком скициран је на слици 2.20. Његова карактеристична импеданса и подужна отпорност су

$$Z_c = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \operatorname{arch}\left(\frac{d}{2a}\right), \quad R' = \frac{R_s}{\pi a} \frac{2d}{a} \left(\left(\frac{2d}{a}\right)^2 - 1 \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.79)$$

где је $\operatorname{arch}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$. За мало x је $\operatorname{arch}(x) \approx \ln(2x)$, што за танак вод ($d \gg a$) даје

$$Z_c \approx (120 \Omega) \ln \frac{d}{a}, \quad R' \approx \frac{R_s}{\pi a}. \quad (2.80)$$

Грешка у приближном изразу (2.80) за Z_c је мања од 10% за $d/a > 3,2$, а мања од 1% за $d/a > 7,2$. Ако су губици у проводницима занемарљиви, $L'C' = \epsilon_0 \mu_0$. Карактеристична импеданса двојичних водова типично је реда величине неколико стотина ома.



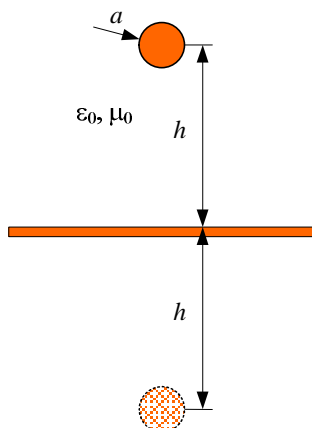
Слика 2.20. Попречни пресек симетричног ваздушног двојичног вода.

Анализа вода који сачињавају жичани проводник у ваздуху и проводна равна (слика 2.21) своди се, применом теореме ликова, на анализу симетричног двојичног вода. Подужна капацитивност оригиналног вода два пута је већа од подужне капацитивности одговарајућег симетричног двојичног вода, одакле следи да му је карактеристична импеданса два пута мања,

$$Z_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \operatorname{arch}\left(\frac{h}{a}\right). \quad (2.81)$$

За танак вод ($h \gg a$) горњи израз се своди на

$$Z_c \approx (60 \Omega) \ln \frac{2h}{a}. \quad (2.82)$$



Слика 2.21. Попречни пресек ваздушног вода који сачињавају жица и проводна равна.

Уколико је диелектрик вода хомоген, немагнетски и релативне пермитивности ϵ_r , за танак двојични вод добија се

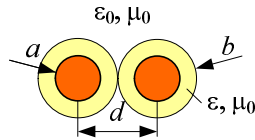
$$Z_c \approx \frac{120 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{d}{a}, \quad (2.83)$$

а за танак жичани проводник изнад проводне равни,

$$Z_c \approx \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{2h}{a}. \quad (2.84)$$

Скоро сви двојични водови, међутим, имају диелектричну изолацију, која пре свега служи да механички фиксира растојање између проводника и спречи додиривање, како међусобно, тако и са околним проводницима (слика 2.22)²¹. То су, дакле, водови са нехомогеним диелектриком по којима може да се простира квази-ТЕМ талас. Њихови примарни (подужни) параметри могу се одредити само нумерички. Тако, на пример, за вод са слике 2.22, за $a = 0,3 \text{ mm}$, $b = 0,5 \text{ mm}$ и $\epsilon_r = 3$, софтвер Linpar [LIN99] даје $C' = 45,8 \text{ pF/m}$ и $L' = 446 \text{ nH/m}$, чему одговара карактеристична импеданса $Z_c = 99 \Omega$, што је типична вредност за парице које се употребљавају у телефонији и рачунарским мрежама. Ефективна релативна пермитивност је $\epsilon_{re} = 1,83$.

²¹ Диелектрична изолација има и улогу климомеханичке заштите вода.

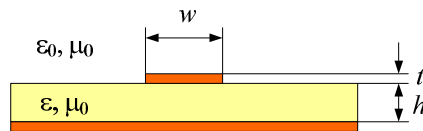


Слика 2.22. Попречни пресек симетричног двожишног вода са изолацијом.

Симетрични двожишни водови су погодни за рад у балансном режиму, у коме су потенцијали проводника у односу на масу (оклоп компоненте/уређаја или проводну раван) $+U/2$ и $-U/2$. Ово се користи при напајању симетричних антена (таквим напајањем се избегава да се на воду појави „антенска“ струја, тј. несиметрија у струјама проводника), у рачунарској техници и код баланских појачавача. Ови водови се користе за релативно ниске учестаности (испод 1 GHz). Најнеповољнија особина им је што се значајно спрежу са околином. Њихово поље, наиме, опада са попречним растојањем као r^{-2} , тј. као код линијског дипола. Самим тим су и подложни сметњама. Ова мана двожишних водова се може умањити упредањем и оклапањем. Упредени двожишни вод (упредена парица, twisted pair) има примену у рачунарским мрежама и жичној телефонији. У локалним рачунарским мрежама (LAN) рачунари се најчешће повезују неоклопљеним упреденим парицама (UTP, unshielded twisted pair). Оклапањем се добија оклопљени двожишни вод (слика 2.1, STP, shielded twisted pair). И ова два вода се користе само при релативно ниским учестаностима. Диелектрик телефонских водова је PVC (поливинилхлорид). За рачунарске мреже се употребљава FEP (Fluorinated Ethylene Propylene), који је сличан тефлону.

2.7.3. Микротракасти вод

Водови начињени у техници штампаних веза називају се планарни водови, јер се проводници водова (метализоване танке траке) налазе у једној или у више равни. Микротракасти вод је најједноставнији планарни вод. Један (сигнални, „врџи“) проводник вода је у облику танке траке начињене фотолитографским поступком на диелектричној подлози (супстрату). Други проводник је метална фолија или плоча са друге стране подлоге (слика 2.23). Као проводници најчешће се користе бакар и алуминијум. За подлоге се користе различите врсте диелектрика (в. табелу 2.1).



Слика 2.23. Микротракасти вод.

Микротракасти вод има нехомоген диелектрик (подлогу и ваздух). За одређивање његових параметара може се, на пример, применити поступак који се базира на квазистатичкој анализи. Према њему, прво се одреди подужна капацитивност оригиналног вода, C' . Затим се одреди подужна капацитивност вода када се диелектрик замени ваздухом, C'_0 . Одавде се одређује ефективна релативна пермитивност,

$\epsilon_{re} = C'/C'_0$. Из релације $L'_0C'_0 = L'C'_0 = \epsilon_0\mu_0$ одређује се L' , а карактеристична импеданса као $Z_c = \sqrt{L'/C'}$. Овај поступак се практично може спровести само нумерички.

Пример. Одредити примарне параметре, карактеристичну импедансу и коефицијент слабљења микротракастог вода са слике 2.23, ако је $w = 0,9 \text{ mm}$, $h = 0,508 \text{ mm}$ (једна од стандардних дебљина супстрата, односно²² $h = 20 \text{ mil}$), $t = 36 \mu\text{m}$ (једна од стандардних дебљина металације²³), $\epsilon_r = 4,6$ и $\text{tg } \delta = 0,02$ (супстрат FR-4), при $f = 1 \text{ GHz}$ (када је површински ефекат изражен у потпуности). Проводници су од бакра. Због повећања губитака у проводницима услед површинских неравнина усвојити $\sigma_p = 14 \text{ MS/m}$.

Решење. Софтвер Linrag даје $L' = 308 \text{ nH/m}$, $C' = 122 \text{ pF/m}$, $R' = 18,4 \Omega/\text{m}$ и $G' = 13,6 \text{ mS/m}$. Тим параметрима одговара карактеристична импеданса $Z_c = 50,4 \Omega$, ефективна релативна пермитивност $\epsilon_{re} = 3,41$ и коефицијент слабљења $\alpha = 4,57 \text{ dB/m}$ (од чега од губитака у проводницима потиче $\alpha_p = 1,58 \text{ dB/m}$, а остатак, $\alpha_d \approx 3 \text{ dB/m}$, потиче од губитака у диелектрику).

За практичну примену често су погодне формуле за ефективну пермитивност и карактеристичну импедансу добијене интерполацијом и апроксимацијом нумеричких резултата. Софтвери за анализу и синтезу микроталасних кола стандардно имају неке од ових формула уграђене у своје „калкулаторе“ (слика 2.24)²⁴. На пример, за ϵ_{re} могу се користити обрасци према Hammerstad-у,

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{12h}{w}}} + 0,04 \left(1 - \frac{w}{h} \right)^2 \right], \quad \frac{w}{h} < 1, \quad (2.85)$$

$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{12h}{w}}}, \quad \frac{w}{h} \geq 1, \quad (2.86)$$

где је ϵ_r релативна пермитивност супстрата. За карактеристичну импедансу могу се користити обрасци према Hammerstad-у и Schneider-у,

²² Произвођачи материјала за штампане плоче често дају димензије у хиљадитим деловима инча: $1 \text{ mil} = 0,001 \text{ in} = 25,4 \mu\text{m}$. За дебљину подлоге увек се узима само дебљина диелектрика, без металације.

²³ Дебљина металације (бакра) се обично даје посредно, преко масе бакра сведене на јединицу површине штампане плоче. При томе, 1 oz/sq ft (где је једна унца, $1 \text{ oz} = 28,35 \text{ g}$, једна стопа, $1 \text{ ft} = 12 \text{ in} = 304,8 \text{ mm}$, а густина бакра за металацију $\rho = 8,5 \text{ g/cm}^3$) одговара $t = 36 \mu\text{m}$.

²⁴ Ово се односи и на друге планарне водове, као што су, на пример, тракасти вод, копланарни вод и копланарни таласовод, који ће бити описани у наредним одељцима.

$$Z_c = \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \ln \left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h} \right), \quad \frac{w}{h} < 1, \quad (2.87)$$

$$Z_c = \frac{377 \Omega}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \left(\frac{w}{h} + 1,393 + 0,667 \ln \left(\frac{w}{h} + 1,444 \right) \right)^{-1}, \quad \frac{w}{h} \geq 1. \quad (2.88)$$

За синтезу вода могу се користити обрасци према Wheeler-у,

$$\frac{w}{h} = \frac{4}{0,5e^A - e^{-A}}, \quad \frac{w}{h} < 2, \quad (2.89)$$

$$\frac{w}{h} = \frac{\epsilon_r - 1}{\pi \epsilon_r} \left(\ln(B - 1) + 0,39 - \frac{0,61}{\epsilon_r} \right) + \frac{2}{\pi} (B - 1 - \ln(2B - 1)), \quad \frac{w}{h} \geq 2, \quad (2.90)$$

где је

$$A = \pi \sqrt{2(\epsilon_r + 1)} \frac{Z_c}{Z_0} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0,23 + \frac{0,11}{\epsilon_r} \right), \quad (2.91)$$

$$B = \frac{\pi}{2\sqrt{\epsilon_r}} \frac{Z_0}{Z_c} \quad (2.92)$$

и $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} \approx 377 \Omega$.

Дебљину метализације, t , је потребно узети у обзир само код врло уских трака (код којих је ширина траке, w , реда величине неколико дебљина t). Дебљина метализације се може приближно узети у обзир заменом стварне ширине траке, w , у горњим изразима ефективном ширином траке,

$$w_e = w + \frac{t}{\pi} \left(1 + \ln \left(\frac{2x}{t} \right) \right), \quad x = \begin{cases} h, & w > \frac{h}{2\pi}, \\ 2\pi w, & 2t < w \leq \frac{h}{2\pi}. \end{cases} \quad (2.93)$$

За процену коефицијента слабљења услед губитака у проводницима може се употребити једноставан израз добијен занемаривањем ивичних ефеката,

$$\alpha_p = \frac{R_s}{wZ_c}. \quad (2.94)$$

Овај и слични обрасци из литературе, међутим, обично дају резултате који су и до два пута мањи од резултата мерења, јер не узимају у обзир храпавост проводника (в. одељак 2.3). Повећање коефицијента слабљења α_p услед храпавости може се узети у обзир, на пример, применом емпиријске формуле [Whe78]

$$\alpha'_p = \alpha_p \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctg \left(1,4 \frac{\Delta^2}{\delta_p^2} \right) \right), \quad (2.95)$$

где је α'_p коефицијент слабљења са узимањем у обзир ефекта храпавости, α_p коефицијент слабљења без узимања у обзир ефекта храпавости, $\delta_p = (\pi \mu_p f \sigma_p)^{-1/2}$

дубина продирања услед површинског ефекта, а Δ храпавост проводника. Ова формула важи и за остале планарне водове (тракасти вод, копланарни вод, копланарни таласовод,...). Уколико се за прорачун губитака и слабљења користи софтверски калкулатор параметара водова, ефекат храпавости је најједноставније узети у обзир дељењем бројне вредности специфичне проводности проводника, σ_p , фактором једнаким квадрату израза у спољашњој загради формуле (2.95).

Коефицијент слабљења услед губитака у диелектрику може се израчунати помоћу обрасца

$$\alpha_d = \pi \frac{\epsilon_{re} - 1}{\epsilon_r - 1} \frac{\epsilon_r \operatorname{tg} \delta}{\epsilon_{re} \lambda_g} . \quad (2.96)$$

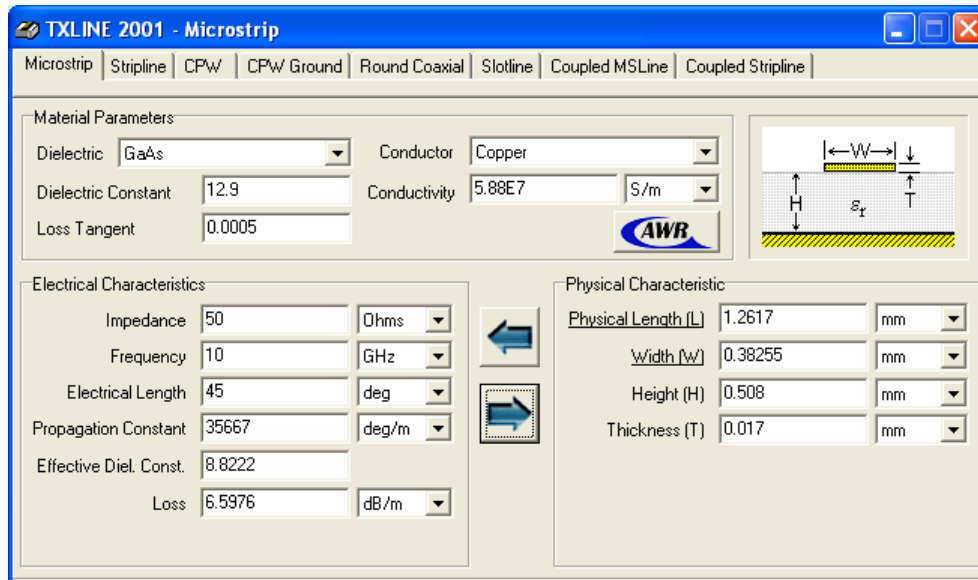
Код неких поступака обраде метала, постоји изражена анизотропија: специфична проводност метала је мања у једном правцу него у другом. Нечистоће у металу смањују специфичну проводност. Такав утицај има и некавалитетно урађена нанета сребрна превлака. У VHF, UHF и микроталасном подручју треба избегавати калајисање штампаних плоча, јер калај повећава губитке у проводницима. По потреби, површина бабра се штити танком превлаком од злата или, евентуално, епоксидним слојем (маском за лемљење).

До губитака долази и због зрачења које настаје на дисконтинуитетима микротракастог вода. Ови губици расту са учестаношћу и представљају ограничење у погледу горње граничне учестаности вода. Учестаност при којој се на отвореном крају микротракастог вода израчи 1% снаге инцидентног таласа је, приближно,

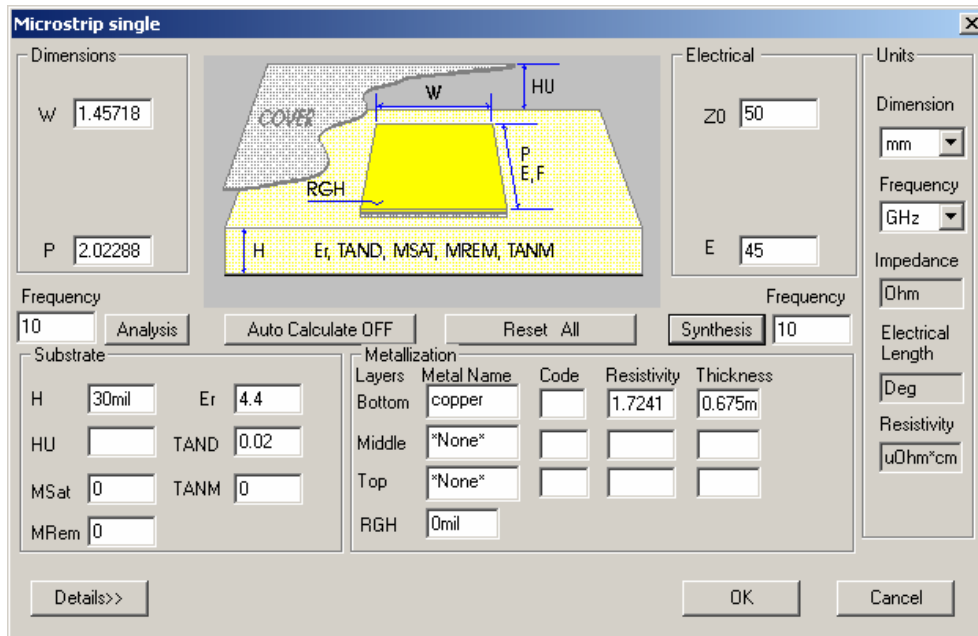
$$f_{m[\text{GHz}]} = 2,14 \frac{\sqrt[4]{\epsilon_r}}{h_{[\text{mm}]} . \quad (2.97)$$

Табела 2.1. Електричне особине неких подлога за израду планарних кола.

Подлога	Дебљине (mm)	ϵ_r	1000 tg δ при 10 GHz	Својства
Чист тефлон		2,10	0,4	Мек и скуп
Тефлон ојачан стакленом тканином	0,1–12	2,17–2,62	0,9–2,2	Механички јак, изражени губици
Тефлон ојачан микрофибер стакленим влакнима	0,1–0,2	2,17–2,40	0,9–1,5	Скуп
Тефлон ојачан кварцом		2,47	0,6	Скуп
Тефлон пуњен керамичким прахом		6,0	1,8	Изражени губици
Тефлон пуњен керамичким прахом	0,2–1	10,2	2	Изражени губици
Чист полистирен	0,8–6	2,53	0,5	Јефтин, не подноси лемљење
Полистирен ојачан стакленим влакнима	0,2–6	2,62	1	Јефтин, не подноси лемљење
Полистирен ојачан кварцом		2,65	0,5	Јефтин, не подноси лемљење
Полистирен пуњен керамичким прахом		3–15	0,5–1,5	Јефтин, не подноси лемљење
Чист полиолефин	0,2–3	2,32	0,5	Механички слаб
Полиолефин ојачан стакленим влакнима		2,42	1	Механички слаб
Полифенилен оксид		2,55	1,6	Механички слаб
Силицијумске смоле пуњене керамичким прахом	1,6–5	3–25	0,5–5	Нехомогене, велики губици
Берилијум оксид (BeO)		6,1–6,6	0,1	Отрован
Алуминијум оксид (Al ₂ O ₃) (алумина)		9,6–10,3	0,1–0,4	
Кварц (SiO ₂)		3,8	0,1	За милиметарске таласе
Лискун		7,5	2	
Галијум арсенид (GaAs)		12,3	1,6	За монолитна интегрисана кола
Силицијум		11,7	5	Велики губици
Сафир		9–11,7	0,1	За хибридна интегрисана кола
FR-4	0,2–4	4–5	20–30	Велики губици
Rogers RO3035	0,13–1,5	3,5±0,05	1,7	Мали губици, применљив до 40 GHz

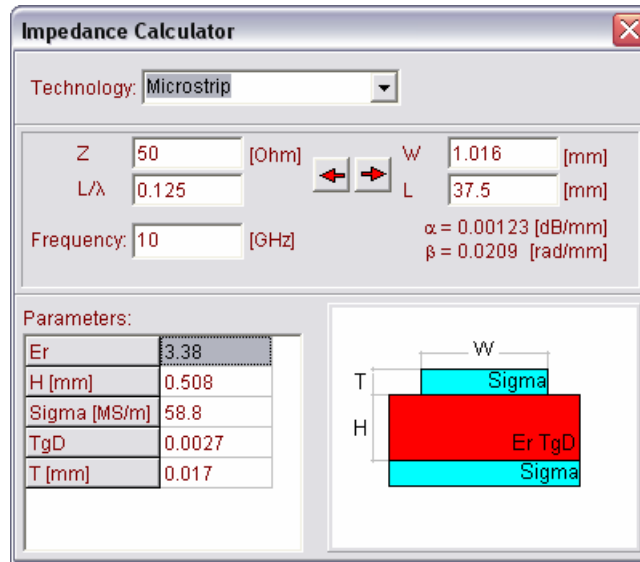


(a)



(б)

Слика 2.24. Калкулатори за микротракасти вод уграђени у софтвере
(a) Microwave Office (MWO) и (б) Ansoft Designer.



Слика 2.24в. Калкулатор за микротракасти вод уграђен у софтвер WIPL-D Microwave.

Доминантни тип талас на микротракастом воду је квази-ТЕМ. При вишим учестаностима (изнад неколико GHz), услед хибридне природе квази-ТЕМ таласа, долази до промене расподеле поља, па се мења и ефективна релативна пермитивност. Тиме се мења и фазна брзина, па микротракасти вод постаје дисперзиван. Гранична фреквенција при којој је потребно узети у обзир ове нове ефекте је, оквирно, 2–4 GHz за дебљину супстрата $h = 1 \text{ mm}$, а 4–8 GHz за дебљину $h = 0,5 \text{ mm}$. Генерално се, при порасту учестаности, поље све више концентрише испод траке, тј. у диелектрику. Због тога је гранична вредност ϵ_{re} за $f \rightarrow \infty$ релативна пермитивност диелектрика, ϵ_r . Пошто је гранична вредност ϵ_{re} за $f \rightarrow 0$ она добијена квазистатичком анализом, ϵ_{re0} , дијаграм $\epsilon_{re}(f)$ има генерални облик као на слици 2.25. За промену ϵ_{re} са учестаношћу може се користити образац према Getsinger-у,

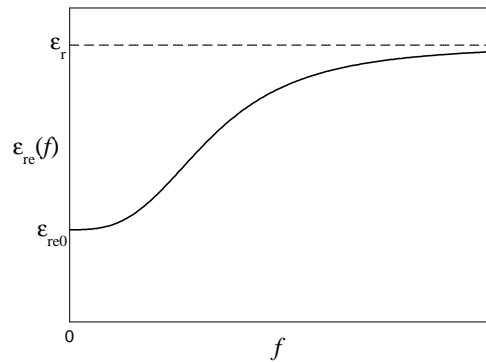
$$\epsilon_{re}(f) = \epsilon_r - (\epsilon_r - \epsilon_{re0}) \left(1 + \left(\frac{f}{f_p} \right)^2 G \right)^{-1}, \quad f_p = \frac{1}{2\mu_0} \frac{Z_c}{h}. \quad (2.98)$$

Овде је G параметар који зависи од дебљине и врсте подлоге. Нпр., за подлогу од алумине дебљине $h = 0,635 \text{ mm}$ је $G = 0,6 + 0,009Z_{c[\Omega]}$.

Отворен крај микротракастог вода који занемарљиво мало зрачи, понаша се као идеалан вод завршен малом (паразитном) капацитивношћу, или, еквивалентно, као идеалан отворен вод нешто веће дужине од стварне. То еквивалентно продужење може се израчунати применом приближног обрасца

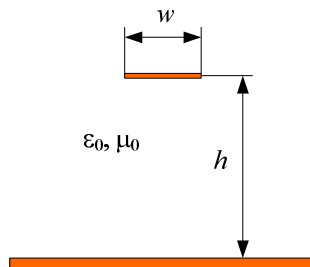
$$\frac{\Delta l}{h} = 0,412 \frac{\epsilon_{re} + 0,3 \frac{w}{h} + 0,264}{\epsilon_{re} - 0,258 \frac{w}{h} + 0,8}. \quad (2.99)$$

Кратко спојен микротракасти вод остварује се бушењем једне или више рупа кроз подлогу и постављањем краткоспојних проводника („вија“), што се најчешће чини металовањем избушених рупа. Овакав кратак спој понаша се као идеалан вод завршен малом (паразитном) индуктивношћу, односно, као идеалан кратко спојени вод нешто веће дужине од стварне.



Слика 2.25. Скица зависности ефективне релативне пермитивности од учестаности.

Вод који сачињавају танка трака и проводна равна у ваздуху (слика 2.26) може се посматрати као микротракасти вод са ваздушним диелектриком. За $h \ll w$, подужна капацитивност је, као код танког плочастог кондензатора, $C' \approx \epsilon_0 w/h$.



Слика 2.26. Попречни пресек ваздушног вода који сачињавају танка трака и проводна равна.

За $h \gg w$, трака се може еквивалентирати жичаним проводником кружног попречног пресека (као на слици 2.21), чији је полупречник $a = w/4$, а онда применити формуле (2.81) и (2.82). Еквиваленција траке и жице строго важи за усамљену бесконачно танку траку, а може се доказати аналитички²⁵.

У табели 2.2 приказани су резултати за подужну капацитивност овог система добијени на разне начине.

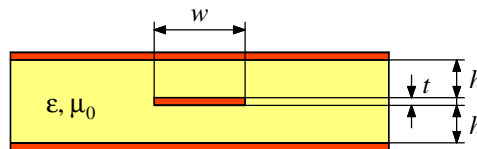
²⁵ Ова еквиваленција се употребљава и у анализи антена, да би се тракасти проводници заменили еквивалентним жицама.

Табела 2.2. Подужна капацитивност (C') у pF/m система са слике 2.26, израчуната на разне начине.

$\frac{w}{h}$	Linpar	Обрасци Hammerstad-a и Schneider-a	$\frac{\epsilon_0 w}{h}$	$\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{4h}{w} + \sqrt{\left(\frac{4h}{w}\right)^2 - 1}\right)}$
0,01	8,31	8,32	0,0885	8,32
0,1	12,7	12,7	0,885	12,7
1	26,2	26,4	8,85	27,0
10	115	115	88,5	–
100	924	924	885	–

2.7.4. Тракасти вод

Тракасти вод (слика 2.27) састоји се од проводне траке која се налази у диелектрику између две проводне фолије (или плоче) која има улогу референтног проводника („маса“). Тракасти вод најчешће има хомоген диелектрик, што у техници планарних водова може бити значајна предност у односу на микротракасти вод и друге планарне водове са нехомогеним диелектриком²⁶. Ако су растојања траке од проводних фолија једнака, тракасти вод је симетричан (као на слици 2.27). Тракасти вод може бити оклопљен (слика 2.1), док се у техници планарних водова електрични контакт између горње и доње фолије најчешће остварује вијама. Типичан однос ширине траке и одстојања траке од фолија је $w/h = 1$, или мало мањи.



Слика 2.27. Симетричан тракасти вод.

За вод са бесконачно танком траком ($t = 0$ на слици 2.27 и под претпоставком да су проводне фолије бесконачне) постоји следећи егзактан израз за карактеристичну импедансу:

$$Z_c = \frac{Z_0}{4} \frac{K(u)}{K'(u)}, \quad u = \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi w}{4h}\right)}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}, \quad (2.100)$$

²⁶ На пример, овакав вод може водити TEM таласа, а код вишепроводничког тракастог вода не постоји модална дисперзија (в. поглавље 3).

где је $K(u)$ потпуни елиптички интеграл прве врсте, $K(u) = \int_0^{\pi/2} (1 - u^2 \sin^2 \phi)^{-1/2} d\phi$, а $K'(u) = K(u')$, где је $u' = \sqrt{1 - u^2}$. Однос $K'(u)/K(u)$ се може приближно израчунати применом следеће формуле [Hil69]:

$$\frac{K'(u)}{K(u)} = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \ln \left(2 \frac{1 + \sqrt{u'}}{1 - \sqrt{u'}} \right), & 0 \leq u \leq \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \frac{\pi}{\ln \left(2 \frac{1 + \sqrt{u}}{1 - \sqrt{u}} \right)}, & \frac{\sqrt{2}}{2} \leq u \leq 1. \end{cases} \quad (2.101)$$

Максимална релативна грешка ове формуле је $3 \cdot 10^{-6}$.

За вод са траком коначне дебљине мора се применити нумерички поступак, или нека приближна формула, као, на пример,

$$Z_c = \frac{30 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(1 + \frac{A}{2} \left(A + \sqrt{A^2 + 6,27} \right) \right), \quad (2.102)$$

где је

$$A = \frac{16h}{\pi w_e}, \quad w_e = w + \Delta w, \quad \Delta w = \frac{t}{\pi} \left(1 - \frac{1}{2} \ln \left(\left(\frac{1}{1 + 4h/t} \right)^2 + \left(\frac{0,0796}{1,1 + w/t} \right)^m \right) \right), \quad m = \frac{6}{3 + t/h}.$$

Пример. Одредити примарне параметре и коефицијент слабљења за симетричан тракасти вод са слике 2.27, ако је $w = 1,7 \text{ mm}$, $t = 18 \mu\text{m}$, $h = 1 \text{ mm}$, $\epsilon_r = 2,1$, $\text{tg } \delta = 0,0002$ (чист тефлон) и $\sigma_p = 14 \text{ MS/m}$.

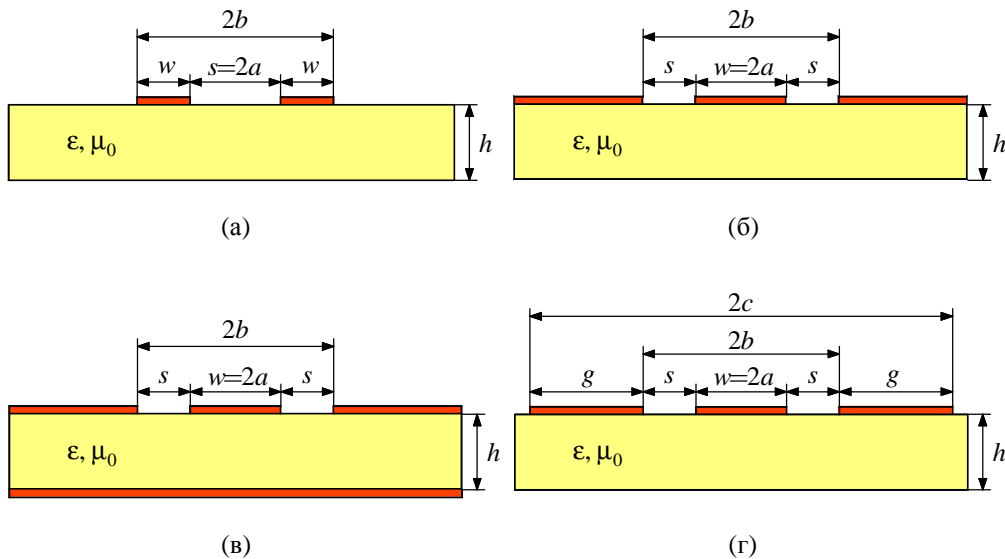
Решење. Програм Linrag даје $L' = 238 \text{ nH/m}$, $C' = 98 \text{ pF/m}$, $R' = 10 \Omega/\text{m}$ и $G' = 123 \mu\text{S/m}$. Карактеристична импеданса вода је $Z_c = 49,5 \Omega$, ефективна релативна пермитивност је $\epsilon_{re} = \epsilon_r = 2,1$ јер је диелектрик хомоген²⁷, а коефицијент слабљења је $\alpha = 0,9 \text{ dB/m}$. **Напомене:** 1. Практично целокупно слабљење у овом случају потиче од губитака у проводницима. 2. Читаоцу се предлаже да овај вод прорачуна и применом формула (2.100)–(2.102) и међусобно упореди све добијене резултате.

²⁷ У пракси постоје мали ваздушни зазори око ивица трака (због непотпуног налегања горњег диелектрика на доњи), који у извесној мери утичу на карактеристичну импедансу и ефективну релативну пермитивност тракастог вода.

2.7.5. Копланарни вод и копланарни таласовод

Копланарни вод састоји се од две паралелне проводне траке начињене на површи диелектричног супстрата. Ако су траке истих ширина, вод је симетричан (слика 2.28а). Наспрамна страна диелектричне подлоге копланарног вода може бити метализирана²⁸.

Копланарни таласовод састоји се од једне проводне траке начињене на површи диелектричног супстрата, која се налази између две, теоријски полубесконачне, проводне фолије. Ако су растојања траке од проводних фолија једнака, копланарни таласовод је симетричан (слика 2.28б). Проводне фолије имају улогу „масе“ и у пракси је потребно обезбедити добар електрични контакт између проводних фолија, што се може остварити употребом жица за спајање или проводних трака (мостова) које „прескачу“ средишњи проводник. Наспрамна страна диелектричне подлоге копланарног вода може бити метализирана (слика 2.28в), а проводне фолије у пракси увек имају коначну ширину (слика 2.28г).



Слика 2.28. (а) Симетричан копланарни вод, (б) симетричан копланарни таласовод, (в) симетричан копланарни таласовод са проводном равни, (г) симетричан копланарни таласовод коначне ширине референтног проводника („маса“).

Уз претпоставку да су проводници водова бесконачно танки и да је диелектрична подлога бесконачно широка, постоје егзактни изрази за карактеристичну импедансу свих водова са слике 2.28. За копланарни вод (слика 2.28а) је

$$Z_c = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \frac{K(u_1)}{K'(u_1)}, \quad (2.103)$$

²⁸ У том случају копланарни вод се може посматрати као систем два спрегнута микротракаста вода по коме се простире диференцијални (непарни) мод. Ово је детаљно описано у одељку 3.2.3.

а за копланарни таласовод (слика 2.28б),

$$Z_c = \frac{Z_0}{4\sqrt{\epsilon_{re}}} \frac{K'(u_1)}{K(u_1)}, \quad (2.104)$$

где је

$$\epsilon_{re} = 1 + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{K'(u_1)}{K(u_1)} \frac{K(u_2)}{K'(u_2)}, \quad (2.105)$$

$$u_1 = \frac{a}{b}, \quad u_2 = \frac{A}{B}, \quad (2.106)$$

$$A = \operatorname{sh}\left(\frac{\pi a}{2h}\right), \quad B = \operatorname{sh}\left(\frac{\pi b}{2h}\right). \quad (2.107)$$

Код копланарног вода $a = s/2$, $b = w + s/2$, а код копланарног таласовода $a = w/2$, $b = s + w/2$.

За копланарни таласовод коначне ширине референтног проводника (слика 2.28г) карактеристична импеданса дата је формулом (2.104), где је ефективна релативна пермитивност дата формулом (2.105),

$$u_1 = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{c^2 - b^2}{c^2 - a^2}}, \quad u_2 = \frac{A}{B} \sqrt{\frac{C^2 - B^2}{C^2 - A^2}}, \quad C = \operatorname{sh}\left(\frac{\pi c}{2h}\right), \quad (2.108)$$

A и B дати формулом (2.107) и $c = g + s + w/2$.

За копланарни таласовод са проводном равни (слика 2.28в) је

$$Z_c = \frac{Z_0}{2\sqrt{\epsilon_{re}}} \left(\frac{K(u_1)}{K'(u_1)} + \frac{K(u_2)}{K'(u_2)} \right)^{-1}, \quad (2.109)$$

где је

$$\epsilon_{re} = 1 + (\epsilon_r - 1) \left(\frac{K(u_1)}{K'(u_1)} \frac{K'(u_2)}{K(u_2)} + 1 \right)^{-1}, \quad u_1 = \frac{a}{b}, \quad u_2 = \operatorname{th}\left(\frac{\pi a}{2h}\right) / \operatorname{th}\left(\frac{\pi b}{2h}\right). \quad (2.110)$$

У свим случајевима са слике 2.28, за бесконачно дебео диелектрик ($h \rightarrow \infty$) добија се $\epsilon_{re} = (\epsilon_r + 1)/2$.

Ове или сличне формуле, укључујући и формуле које узимају у обзир и дебљину проводника, стандардно се уграђују у „калкулаторе“ програма за анализу и синтезу микроталасних кола.

2.8. Утицај особина диелектрика на карактеристике планарних водова

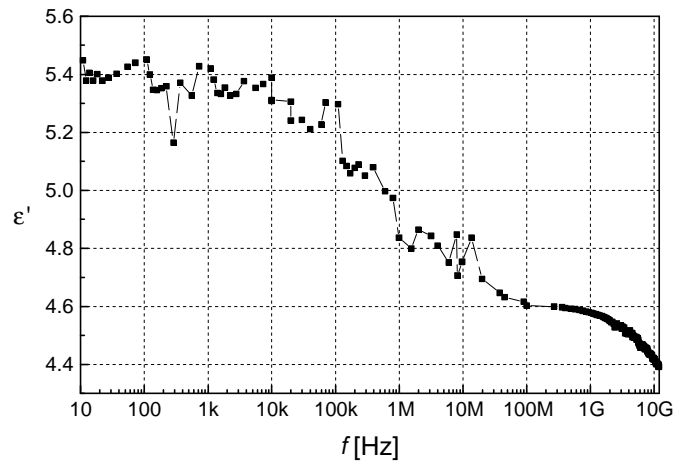
У овом одељку биће речи о фреквенцијским карактеристикама диелектричних материјала за израду подлога планарних водова, о диелектрично анизотропним подлогама и феритним подлогама.

2.8.1. Фреквенцијске карактеристике диелектрика FR-4

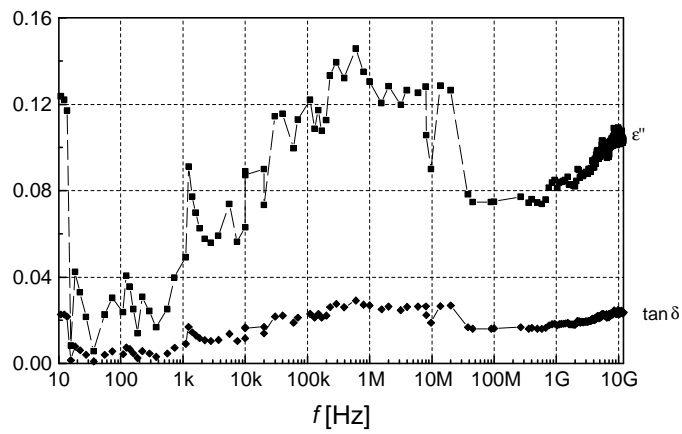
Параметри диелектрика (пермитивност и тангенс угла губитака) нису константе, већ се мењају са учестаношћу. За прецизније моделовање и синтезу планарних водова и планарних микроталасних кола често је потребно узети у обзир и ове фреквенцијске зависности.

Диелектрик FR-4 (код нас познат под називом витропласт) од свих диелектрика приказаних у табели 2.1 има највеће губитке. Међутим, због својих других добрих особина (лако се праве вишеслојна штампана кола, механички је врло јак, лако се праве металзоване рупице, релативно се лако буши и сече), а и због релативно ниске цене, врло је погодан за велики број практичних и експерименталних примена, па ћемо му у овој књизи посветити доста пажње. На слици 2.29 приказани су експериментално одређени параметри FR-4 у опсегу учестаности од 10 Hz до 10 GHz. Карактеристично за FR-4 је да му тангенс угла губитака практично не зависи од учестаности.

У микроталасном подручју тангенс угла губитака квалитетних диелектрика знатно расте са учестаношћу, што се може видети и на примеру тефлона ојачаног стакленом тканином, чија је зависност приказана у табели 2.3.



(a)



(б)

Слика 2.29. Фреквенцијске зависности параметара диелектрика FR-4:
(a) реални део комплексне пермитивности,
(б) имагинарни део комплексне пермитивности и тангенс угла губитака.

Табела 2.3. Фреквенцијска зависност $\text{tg} \delta$ тефлона ојачаног стакленом тканином.

f [GHz]	$1000 \text{tg} \delta$
1	0,5
10	0,9
20	1,5

2.8.2. Анизотропне диелектричне подлоге

Анизотропни диелектрици су они који у различитим правцима имају различите особине. То су кристални материјали и њихова анизотропност потиче од особина кристалне решетке. Типичан представник анизотропних диелектрика који имају примену у микроталасним колима је сафир. Он се карактерише врло малим губицима, добром термичком проводношћу, могућношћу прецизне израде штампаних кола и прецизне оптичке обраде површине и стабилности електричних параметара. Потпуно је прозрчан, што олакшава и повећава прецизност монтаже компоненти.

Код прорачуна подлоге од анизотропног диелектрика, циљ је да се и она окарактерише истим параметрима (пре свега ефективном релативном пермитивношћу) као и изотропне подлоге. Код диелектрично анизотропних материјала веза вектора \mathbf{E} и \mathbf{D} је преко тензора пермитивности, $\mathbf{D} = \bar{\bar{\epsilon}} \mathbf{E}$, где је $\bar{\bar{\epsilon}}$ димензија 3×3 . У свим практичним применама сафира, основна оса кристалне структуре је управна на његову површ, па ако оријентишемо u -осу координатног система у том правцу, тензор пермитивности постаје

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,40 & 0 & 0 \\ 0 & 11,60 & 0 \\ 0 & 0 & 9,40 \end{bmatrix}. \quad (2.111)$$

Ова нотација значи да је $D_x = \epsilon_{\perp} E_x$, $D_y = \epsilon_{\parallel} E_y$ и $D_z = \epsilon_{\perp} E_z$. Циљ је одредити ефективну релативну пермитивност, дефинисану на стандардни начин, $\epsilon_{\text{re}} = C'/C'_0$. Теоријски и експериментални резултати показују да се за микротракасте водове на овој подлози са великом тачношћу (од око 1% у опсегу $0,1 \leq w/h \leq 10$) може применити емпиријски образац

$$\epsilon_{\text{re}} = 12,0 - \frac{1,21}{1 + 0,39 \left(\log \frac{10w}{h} \right)^2}. \quad (2.112)$$

Постоје и друге анизотропне подлоге, као што су епсилам-10 и монокристални кварц. И за њих постоје приближне формуле сличног типа. Неки композитни материјали су такође анизотропни. На пример, стаклена тканина којом се механички ојачава супстрат има влакна која су хоризонтална и приближно ортогонална, што узрокује анизотропне особине оваквог супстрата. Да би се разбила та правилност и супстрат учинио изотропним, користе се минијатурна стаклена влакна (микрофибер) која су у тканини оријентисана статистички подједнако у свим правцима.

2.8.3. Феритне подлоге

Феритне подлоге користе се само ако је потребно остварити нерезипрочне особине микроталасних компоненти. За све друге примене диелектричне подлоге су боље по свим битним параметрима (као што су губици, једноставност израде, цена).

У предмагнетизованом фериту (фериту изложеном сталном и хомогеном магнетском пољу) веза простопериодичних компоненти вектора \mathbf{V} и \mathbf{H} је преко тензора магнетске пермеабилности, $\mathbf{V}_\omega = \bar{\mu} \mathbf{H}_\omega$, где је, за предмагнетизационо поље у смеру z -осе,

$$\bar{\mu} = \mu_0 \begin{bmatrix} \mu_r & j\kappa & 0 \\ -j\kappa & \mu_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.113)$$

Због анизотропије прорачун оваквих компоненти је нешто компликованији.

2.9. Правоугаони таласоводи

У овом одељку биће укратко приказани шупљи метални таласоводи правоугаоног попречног пресека. Претпоставићемо да су испуњени хомогеним, линеарним и изотропним диелектриком и да су са малим губицима. Пре свега нам је од интереса доминантни мод у овим таласоводима, формуле за прорачун фазног коефицијента и коефицијента слабљења, као и структура електромагнетског поља. Неке од битних формула за прорачун таласовода су већ приказане у одељку 2.4.2. Део њих ћемо овде поновити.

Метални таласоводи су на нижим микроталасним учестаностима гломазне микроталасне компоненте и тешко се уклапају у тренд минијатуризације микроталасних уређаја. Међутим, постоје примене у којима су таласоводи и даље непревазиђени, као што су:

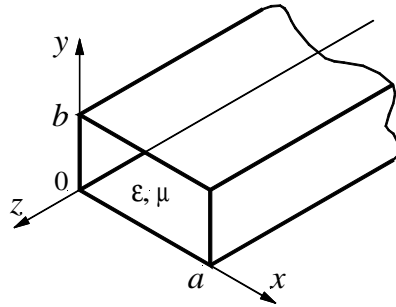
1. преношење великих снага (нпр. код киловатних и мегаватних предајника и код радара),
2. кола високог Q -фактора (нпр. резонатори),
3. за преношење милиметарских таласа.

Значајна је и употреба таласовода за неке специфичне мерне системе високе тачности, као и за антене (често радарске) у виду прореза на таласоводу. Шупљи метални

таласоводи су оклопљене структуре, што их заједно са коаксијалним водовима сврстава у групу система са максималном ЕМ изолацијом од околине (реда 100 dB).

2.9.1. ТЕ и ТМ таласи у правоугаоном таласоводу

Правоугаони таласовод приказан је на слици 2.30. Усвојићемо координатни систем тако да x -оса буде оријентисана дуж дуже (хоризонталне) ивице таласовода, y -оса дуж краће (вертикалне) ивице, а z -оса у смеру простирања инцидентног таласа.



Слика 2.30. Правоугаони таласовод.

Решавањем таласне једначине за таласе типа ТЕ и ТМ, уз граничне услове на површи зида таласовода, добијају се одговарајућа решења за ЕМ поље.

За ТЕ талас:

$$E_x(x, y, z) = \frac{j\omega\mu}{K^2} H_0 \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}, \quad (2.114)$$

$$E_y(x, y, z) = -\frac{j\omega\mu}{K^2} H_0 \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}, \quad (2.115)$$

$$H_x(x, y, z) = \frac{j\beta}{K^2} H_0 \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}, \quad (2.116)$$

$$H_y(x, y, z) = \frac{j\beta}{K^2} H_0 \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}, \quad (2.117)$$

$$H_z(x, y, z) = H_0 \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}. \quad (2.118)$$

За ТМ талас:

$$E_z(x, y, z) = E_0 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}, \quad (2.119)$$

$$E_x(x, y, z) = -\frac{j\beta}{K^2} E_0 \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}, \quad (2.120)$$

$$E_y(x, y, z) = -\frac{j\beta}{K^2} E_0 \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}, \quad (2.121)$$

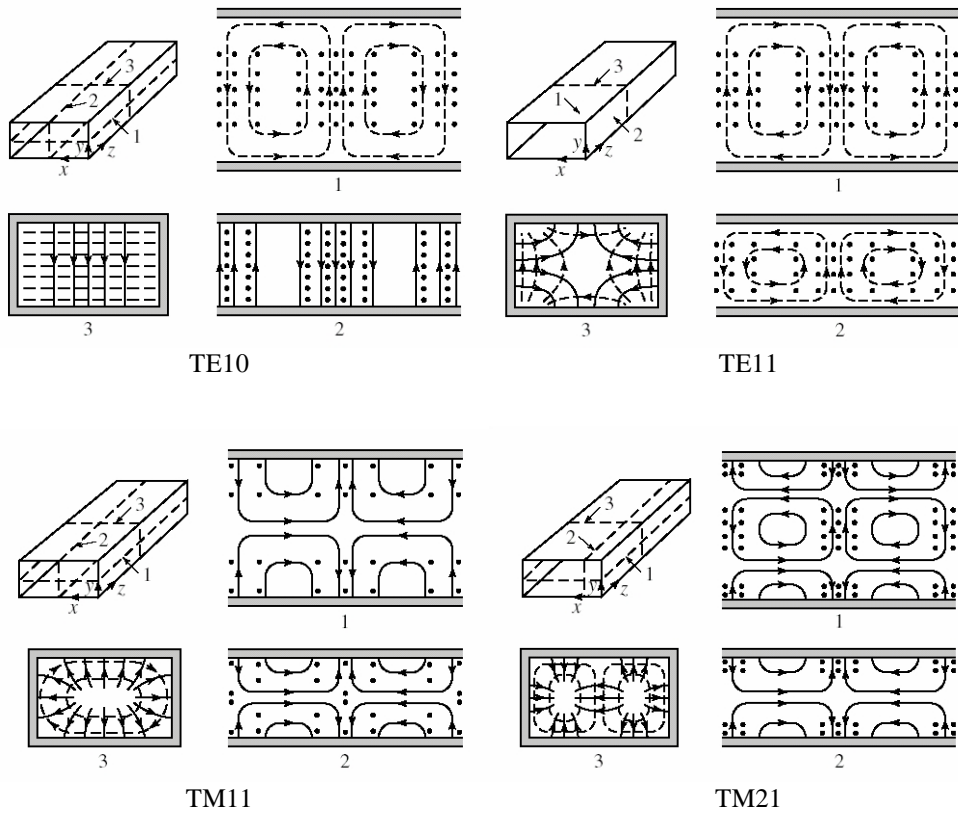
$$H_x(x, y, z) = \frac{j\omega\epsilon}{K^2} E_0 \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}, \quad (2.122)$$

$$H_y(x, y, z) = -\frac{j\omega\epsilon}{K^2} E_0 \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z}. \quad (2.123)$$

Параметар K дат је формулом

$$K^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.124)$$

Свако од решења које се добија за одређене вредности бројева m и n представља један ТЕ или ТМ мод и означава се као TE_{mn} , односно као TM_{mn} . Из горњих једначина следи да за ТЕ таласе не може истовремено бити $m = 0$ и $n = 0$, док за ТМ таласе мора бити $m > 0$ и $n > 0$. Тако постоје модови TE_{10} , TE_{20} , TE_{01} , TE_{02} , TE_{11} , TE_{21} , ..., TM_{11} , TM_{21} , TM_{31} , TM_{12} , TM_{22} , ... На слици 2.31 приказана је структура ЕМ поља неколико ТЕ и ТМ модова.



Слика 2.31. Линије електричног поља (—) и магнетског поља (---) неких ТЕ и ТМ модова у уздужном и попречном пресеку правоугаоног таласовода.

Сваки мод има своју критичну учестаност (доњу граничну учестаност), од које почиње да се простире. Она је дата истом формулом за ТЕ и ТМ таласе. Из (2.46) следи

$$f_{cmm} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (2.125)$$

Фазни коефицијент, фазна и групна брзина дати су формулама (2.45) и (2.47) које овде понављамо,

$$\beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}, \quad c_\phi = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}, \quad c_g = c \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}. \quad (2.126)$$

Најнижу критичну учестаност (пошто је $a > b$) има мод ТЕ₁₀

$$f_{c10} = \frac{c}{2a}, \quad (2.127)$$

и он је доминантни мод правоугаоног таласовода. Следећу критичну учестаност има мод ТЕ₂₀ или ТЕ₀₁, $f_{c20} = c/a$, $f_{c01} = c/(2b)$, у зависности да ли је b веће или мање од $a/2$. Радни опсег таласовода је практично ограничен опсегом учестаности у коме се може простирати само доминантни тип таласа. Да би овај опсег био максималан, потребно је да буде $b \leq a/2$. Стандардни таласоводи се управо праве тако да задовољавају овај услов. Код њих је најчешће $b = a/2$. Преглед стандардних правоугаоних таласовода дат је у табели 2.4.

Снага која се простире таласоводом добија се из формуле (2.15) и износи:

$$P = \frac{ab}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{f^2}{f_c^2} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} |H_0|^2 \quad \text{за ТЕ}_{10}, \quad (2.128)$$

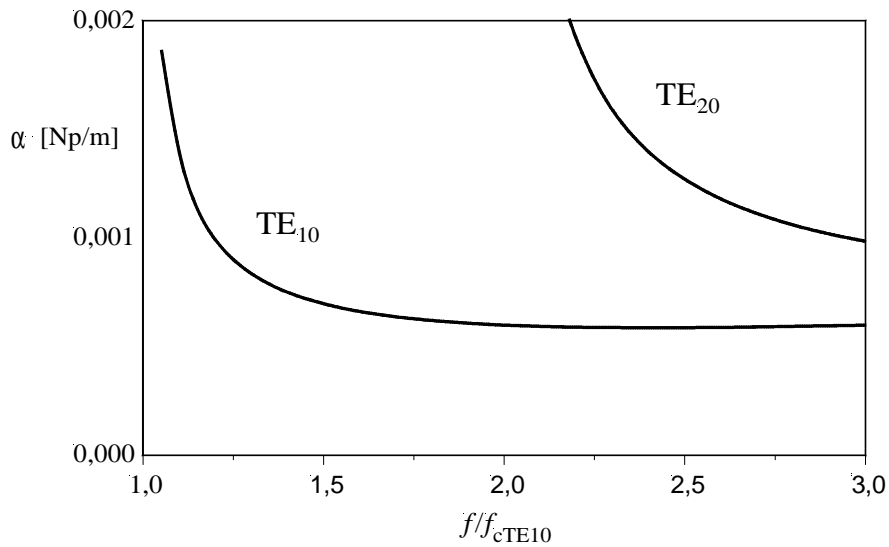
$$P = \frac{ab}{4} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{f^2}{f_c^2} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} |H_0|^2 \quad \text{за ТЕ}_{mn}, \quad m, n > 0, \quad (2.129)$$

$$P = \frac{ab}{4} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{f^2}{f_c^2} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} |E_0|^2 \quad \text{за ТМ}_{mn}. \quad (2.130)$$

Ако је таласовод испуњен диелектриком, коефицијент слабљења α_d дат је формулом (2.45). Таласоводи су, међутим, обично испуњени ваздухом, па је $\alpha_d = 0$. Коефицијент слабљења α_p рачуна се из формуле (2.21). На слици 2.32 приказан је коефицијент слабљења за модове ТЕ₁₀ и ТЕ₂₀. Може се уочити да губици јако расту приближавањем критичној учестаности, што ограничава радни опсег таласовода одоздо. Са друге стране, ако је учестаност јако близу f_{c20} , еванесцентан мод ТЕ₂₀ има мало слабљење, па има значајан интензитет и на већим растојањима од дисконтинуитета таласовода, што је неповољно. Због овога се за стандардни (мономодни) радни опсег таласовода узима интервал $1,25f_{c10} - 0,95f_{c20}$.

Табела 2.4. Стандардни правоугаони таласоводи.

Тип		Опсег учестаности [GHz]		Димензије [mm]		Теоријско слабљење		Максимална снага [MW]
153 IEC-	WR-	од f_d	до f_g	a	b	@ f [GHz]	α [dB/m]	@ $f_d - @ f_g$
R3	2300	0,32	0,49	584,2	292,1	0,386	0,00078	153–212
R4	2100	0,35	0,53	533,4	266,7	0,422	0,00090	120–173
R5	1800	0,41	0,62	457,2	228,6	0,49	0,00113	93,4–131,9
R6	1500	0,49	0,75	381,0	190,5	0,59	0,00149	67,6–93,3
R8	1150	0,64	0,98	292,1	146,05	0,77	0,00222	35,0–53,8
R9	975	0,76	1,15	247,65	123,82	0,91	0,00284	27,0–38,5
R12	770	0,96	1,46	195,58	97,79	1,15	0,00405	17,2–24,1
R14	650	1,14	1,73	165,10	82,55	1,36	0,00522	11,9–17,2
R18	510	1,45	2,20	129,54	64,77	1,74	0,00749	7,5–10,7
R22	430	1,72	2,61	109,22	54,61	2,06	0,00970	5,2–7,5
R26	340	2,17	3,30	86,36	43,18	2,61	0,0138	3,1–4,5
R32	284	2,60	3,95	72,14	34,04	3,12	0,0189	2,2–3,2
R40	229	3,22	4,90	58,17	29,083	3,87	0,0249	1,6–2,2
R48	187	3,94	5,99	47,55	22,149	4,73	0,0355	1,4–2,0
R58	159	4,64	7,05	40,39	20,193	5,57	0,0431	0,79–1,0
R70	137	5,38	8,17	34,82	15,799	6,46	0,0576	0,56–0,71
R84	112	6,57	9,99	28,499	12,624	7,89	0,0794	0,35–0,46
R100	90	8,20	12,5	22,860	10,160	9,84	0,110	0,20–0,29
R120	75	9,84	15,0	19,050	9,525	11,8	0,1133	0,17–0,23
R140	62	11,9	18,0	15,799	7,898	14,2	0,176	0,12–0,16
R180	51	14,5	22,0	12,954	6,477	17,4	0,238	0,080–0,107
R220	42	17,6	26,7	10,668	4,318	21,1	0,370	0,043–0,058
R260	34	21,7	33,0	8,636	4,318	26,1	0,435	0,034–0,048
R320	28	26,4	40,0	7,112	3,556	31,6	0,583	0,022–0,031
R400	22	32,9	50,1	5,690	2,845	39,5	0,815	0,014–0,020
R500	19	39,2	59,6	4,775	2,388	47,1	1,060	0,011–0,015
R620	15	49,8	75,8	3,759	1,880	59,9	1,52	0,0063–0,0090
R740	12	60,5	91,9	3,099	1,549	72,6	2,03	0,0042–0,0060
R900	10	73,8	112	2,540	1,270	88,6	2,74	0,0030–0,0041
R1200	9	92,2	140	2,032	1,016	111	3,82	0,0018–0,0026
R1400	7	114	173	1,651	0,826	136,3	5,21	0,0012–0,0017
R1800	5	145	220	1,295	0,648	174,0	7,50	0,00071–0,0010
R2200	4	172	261	1,092	0,546	206,0	9,70	0,00051–0,0007
R2600	3	217	330	0,864	0,432	260,5	13,76	0,00035–0,0004



Слика 2.32. Коефицијент слабљења за модове TE_{10} и TE_{20} у таласоводу ИЕС-R14.

2.10. Резонатори у облику секција водова и таласовода

Од кратко спојених или отворених секција водова и кратко спојених секција таласовода могу се начинити резонатори. Разлог за то су много већи фактори добротe (неоптерећеног резонатора) у односу на концентрисана (LC) резонантна кола. Ако се идеални вод или таласовод заврши идеалним кратким спојем, на њему ће се формирати стојећи талас, па ће у трансверзалним равнима на растојањима

$$D = p \frac{\lambda_g}{2}, \quad p = 1, 2, \dots \quad (2.131)$$

од краја вода бити $e_t = 0$. То значи да се постављањем кратког споја у неку од ових равни, структура поља у тако изолованом делу вода или таласовода неће променити. Тиме ће се добити домен који не размењује ЕМ енергију са околином и у коме постоје осцилације ЕМ поља одређене учестаности – ЕМ резонатор. За резонаторе су нарочито погодни оклопљени водови (нпр. коаксијални) и метални таласоводи, јер су губици услед зрачења ЕМ енергије минимални. Резонатор од металног таласовода, кратко спојеног на оба краја, је потпуно затворена метална кутија која се назива резонантна шупљина.

Уколико је резонатор отворен на оба краја, његова дужина је такође дата формулом (2.131). Може се добити резонатор и са једним кратким спојем и једним отвореном крајем. За њега је дужина дата формулом

$$D = (2p - 1) \frac{\lambda_g}{4}, \quad p = 1, 2, \dots \quad (2.132)$$

Предност отворених крајева је што њихова реализација обично не захтева никакве допунске операције. Потенцијалне мане су, међутим, што отворени крајеви могу довести до повећања губитака услед зрачења и нежељених спрега са околним компонентама²⁹. У пракси се отворени крајеви користе само код резонатора направљених од водова. Код отвореног краја таласовода губици услед зрачења су толико велики, да је такав резонатор у пракси неупотребљив.

У односу на резонантна кола од концентрисаних елемената, резонатори у облику секције водова и таласовода имају бесконачан низ резонантних учестаности. На пример, вод кратко спојен на оба краја, дужине D и фазне брзине c_ϕ има резонантне учестаности које се добијају из формуле (2.131) стављањем $\lambda_g = c_\phi / f_0$,

$$f_0 = p \frac{c_\phi}{2D}. \quad (2.133)$$

Осим резонантне учестаности, други основни параметар резонатора је фактор добротe или Q -фактор. Он се дефинише преко резонантне учестаности, енергије резонатора и средње снаге губитака као

$$Q = 2\pi f_0 \frac{W_{em}}{P_{gub}}. \quad (2.134)$$

Средња снага губитака рачуна се на исти начин као што је описано код водова и таласовода. Када се резонатор прикључи на остатак кола, додатна енергија се губи услед настале спреге, па се смањује и Q -фактор. Зато се дефинише Q -фактор оптерећеног и неоптерећеног резонатора, при чему је Q -фактор оптерећеног резонатора увек мањи. Фактори добротe неоптерећених резонатора у облику кратко спојених водова су реда величине неколико хиљада, што је за ред величине веће од Q -фактора кола са концентрисаним параметрима, а Q -фактори неоптерећених резонантних шупљина су реда величине неколико десетина хиљада.

О резонаторима ће бити детаљније речи у шестом поглављу.

²⁹ Код коаксијалних водова нежељено зрачење може се ефикасно смањити продужавањем спољашњег проводника. Оставља се читаоцу да објасни зашто.

3. Вишепроводнички водови

3.1. Увод

Вод је систем за вођење таласа који има бар два проводника. „Обичан“ вод (коаксијални, двојични) има два проводника. Вод који има више од два проводника назива се вишепроводнички вод. Вишепроводнички вод може се посматрати и као систем спрегнутих обичних водова¹.

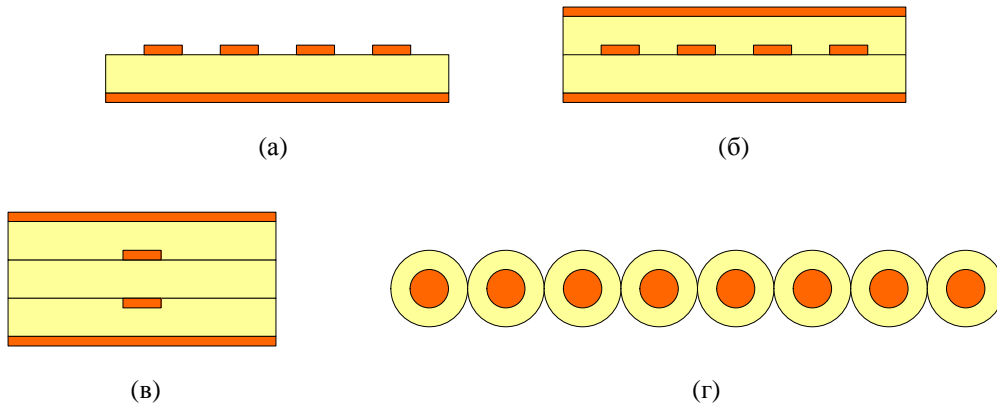
Вишепроводнички водови се јављају у разним применама у електротехници. Трофазни електроенергетски водови су најстарији пример вишепроводничких водова. У неким применама водови се спрежу намерно, са циљем да се остваре жељене карактеристике које омогућавају конструисање разних кола (на пример, микроталасних филтара и усмерених спрежњака). У другим применама спрега између водова је ненамерна, а последица је велике густине паковања проводника за повезивање (на пример, у рачунарима).

На слици 3.1 су приказани примери вишепроводничких водова. Спрегнути микротракасти водови (coupled microstrip lines, слика 3.1а) често се употребљавају у микроталасној техници за реализацију разних кола. Микротракасти водови се лако реализују (техникама израде штампаних кола), доступни су за монтирање концентрисаних (дискретних) компоненти и накнадно подешавање, а основна мана спрегнутих микротракастих водова је велика дисперзија.

Магистрале података у рачунарима се понекад праве у микротракастој техници, али је тракаста техника (coupled striplines, слика 3.1б) чешћа јер је ту дисперзија мања (због чега се јавља мање преслушавање између спрегнутих водова). Осим тога, спрега веома брзо опада са повећавањем растојања између трака. Тракаста техника се употребљава и за прављење квалитетних микроталасних кола, али је таква техника скупа. Наиме, микроталасна кола се обично праве на подлогама са малим губицима (на пример, на бази тефлона), али је прављење вишеслојних структура са таквим подлогама компликовано

¹ Ти спрегнути водови могу (а не морају) имати заједнички повратни проводник.

јер захтева добар механички притисак између слојева или скупе технолошке поступке лепљења.



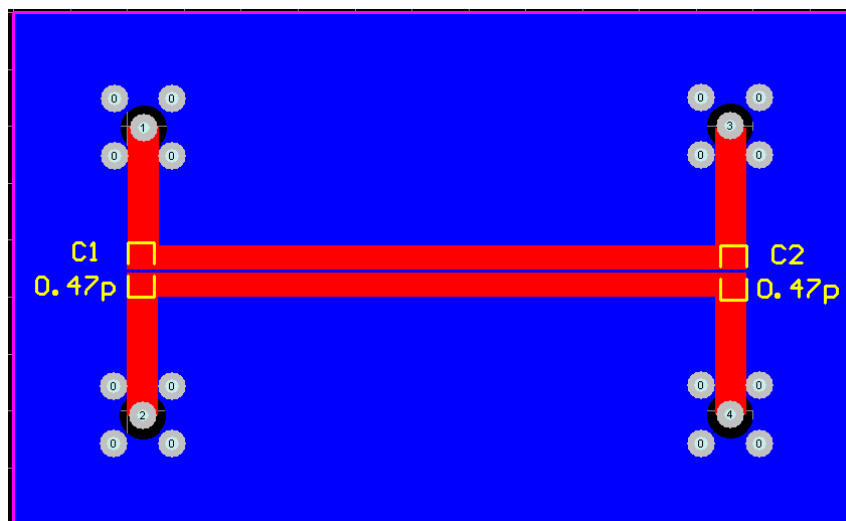
Слика 3.1. Попречни пресеци практичних вишепроводничких водова: (а) спрегнути микротракасти водови, (б) спрегнути тракасти водови са тракама на истој висини и (в) једна изнад друге и (г) пљоснати кабл.

У случајевима када је потребно направити веома јаке спреге (на пример, код хибридних усмерених спрежњака), употребљавају се тракасти водови са тракама постављеним једна изнад друге (broadside-coupled lines, слика 3.1в).

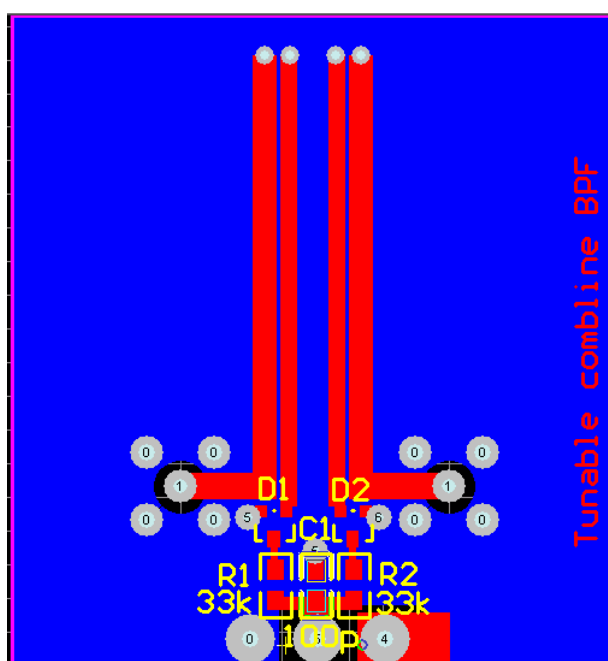
У неким рачунарским применама среће се пљоснати кабл (flat cable, слика 3.1г), који се састоји од већег броја изолованих жица. Главни недостатак пљоснатог кабла је велико преслушавање, па се у критичним апликацијама уместо њега употребљавају танка савитљива штампана кола (flexible circuits), обично са микротракастим водовима.

За пројектовање дигиталних уређаја битна је анализа вишепроводничких водова у временском домену (да би се одредило изобличење и преслушавање дигиталних сигнала). За потребе микроталасних кола, међутим, потребна је анализа водова у фреквенцијском домену. У овој књизи ћемо се искључиво бавити анализом у фреквенцијском домену.

Вишепроводничке водове ћемо посматрати као елементе микроталасних кола. Осим вишепроводничких водова, таква кола могу садржавати и друге компоненте (концентрисане компоненте и обичне водове). Као пример, на слици 3.2 је приказана штампана плочица микротракастог усмереног спрежњака који се састоји од два спрегнута вода и концентрисаних кондензатора (који служе за повећавање директивности спрежњака). Усмерене спрежњаке ћемо разматрати у поглављу 6. Као други пример, на слици 3.3 је приказана штампана плочица једног микроталасног филтра (чешљастог филтра у микротракастој техници) који, осим спрегнутих водова, садржи и варактор диоде (као концентрисане компоненте променљиве капацитивности). Филтре ћемо разматрати у поглављу 8.



Слика 3.2. Цртеж штампане плочице (у програму Protel) усмереног спрежњака у техници спрегнутих микротракастих водова.



Слика 3.3. Цртеж штампане плочице (у програму Protel) чешљастиг филтра у техници микротракастих водова.

Оваква кола се могу анализирати на два начина. Први начин је да се коло издели у мање целине, које се могу (приближно) анализирати независно једна од друге (дијакоптички приступ). У тој анализи се сматра да су водови веома дугачки. Методима анализе електромагнетских поља одреде се параметри водова који описују простирање

таласа дуж водова. По потреби, електромагнетском анализом се одреде и параметри дисконтинуитета (као што су отворени крајеви водова, кратки спојеви, гранања и прелази са једног вода на други), сматрајући сваки дисконтинуитет изолованим проблемом. Даља анализа се остварује методама теорије електричних кола, склапајући коло од блокова који карактеришу поједине делове кола. У овој књизи ћемо микроталасна кола са водовима анализирати практично искључиво на такав начин јер је релативно једноставан и брз, а тиме омогућава ефикасну оптимизацију кола. Осим тога, дијакоптички приступ је довољно тачан за велики број практичних примена.

Други начин је да се примене методи анализе електромагнетских поља, посматрајући цело микроталасно коло као јединствен проблем. Овај начин је општији од првог, у принципу је тачнији (јер обухвата ефекте дисконтинуитета, губитке, зрачење и друго), али је обично много захтевнији, како у погледу припреме улазних података, тако и у погледу рачунарског времена.

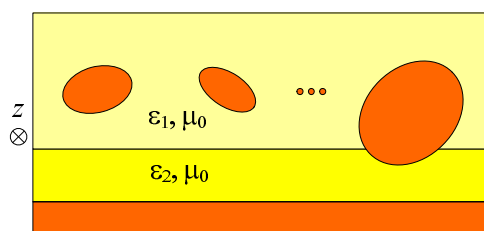
У овом поглављу ћемо се бавити само анализом вишепроводничких водова, не улазећи у проблеме анализе дисконтинуитета. Ако је диелектрик вишепроводничког вода хомоген, а проводници савршени (или губици у проводницима занемарљиви), доминантни тип таласа који се простире дуж вода је ТЕМ. У свим осталим случајевима доминантни тип таласа код водова је квази-ТЕМ. Критична учестаност доминантних таласа на водовима је увек нула.

Постоје два приступа анализи простирања таласа дуж спрегнутих (вишепроводничких) водова, исто као и дуж обичних (двопроводничких) водова. Први приступ је квазистатичка анализа. Резултат ове анализе су примарни и секундарни параметри вода². Други приступ је анализа брзо променљивих електромагнетских поља, тј. вођених таласа. Такав приступ (full-wave analysis) је сложенији од квазистатичке анализе, а употребљава се првенствено при веома високим учестаностима, када резултати квазистатичке анализе нису довољно тачни. У овој књизи ћемо примењивати само квазистатички приступ.

Вишепроводничке водове ћемо анализирати у простопериодичном режиму, у комплексном домену. Радна учестаност је f , а одговарајућа кружна учестаност је $\omega = 2\pi f$. У основној анализи, када одређујемо примарне и секундарне параметре, сматрамо да је вод веома дугачак и да му је попречни пресек униформан (исти дуж целог вода). На слици 3.4 је приказан пример попречног пресека вишепроводничког вода. Претпоставићемо да је z -оса постављена дуж вода. Увек ћемо сматрати да је средина немагнетска (и проводници, и диелектрици), односно да је пермеабилност свуда μ_0 , што је најчешћи случај у пракси.

Код анализе вишепроводничких водова, прво ћемо изложити општу квазистатичку теорију простирања таласа на вишепроводничким водовима, а затим ћемо извести једначине које омогућавају повезивање анализе вишепроводничких водова са остатком микроталасног кола.

² Примарни и секундарни параметри вишепроводничких водова су матрични и о њима ће бити речи у наредним одељцима.



Слика 3.4. Попречни пресек вишепроводничког вода.

3.2. Анализа вишепроводничких водова

3.2.1. Примарни параметри

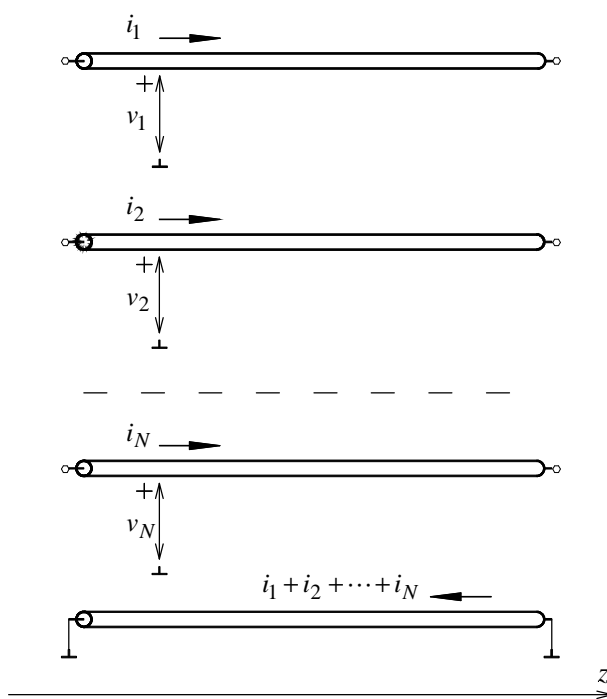
Посматрајмо вишепроводнички вод, који има $N + 1$ проводник (слика 3.5). Претпоставимо да су првих N проводника тзв. сигнални („врући“) проводници, а последњи је референтни (заједнички, повратни) проводник (маса)³. Вод је униформан целом својом дужином (D), али диелектрик може бити нехомоген по попречном пресеку вода (као на слици 3.6).

Вишепроводнички вод можемо другачије посматрати као N спрегнутих водова који имају заједнички референтни проводник. Претпоставимо да је један од тих водова побуђен, односно да на њему постоји талас. На врућем проводнику тог вода (и референтном проводнику) постоји наелектрисање (јер постоји и електрично поље), које у оближњим, непобуђеним, проводницима индукује друга наелектрисања (електростатичка индукција). Ова спрега се назива електричном спрегом. Временски променљива струја у побуђеном воду (и повратна струја у референтном проводнику) индукује у осталим проводницима електромоторну силу (електромагнетска спрега). Ова спрега се назива магнетском спрегом. Дакле, између водова постоје електрична и магнетска спрега⁴. Као последица ових спрега, у непобуђеним водовима се индукују таласи, односно долази до преслушавања. Међутим, и ти непобуђени водови делују повратно на побуђени вод, услед чега су услови простирања таласа на побуђеном воду другачији него да је тај вод усамљен.

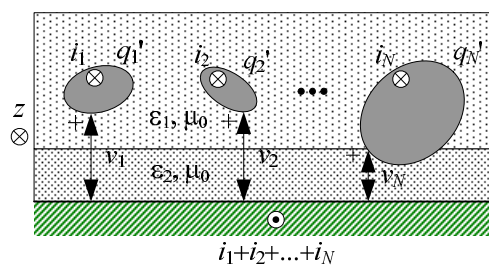
У овом одељку ћемо увести параметре који описују електричну и магнетску спрегу, а на основу њих ћемо формирати једначине телеграфичара за вишепроводничке водове.

³ Референтни проводник код штампаних водова је проводна фолија, а код оклопљених водова је оклоп (ширм). Код неких водова (на пример, пљоснатог кабла у рачунарима, који се састоји од великог броја идентичних изолованих жица) ниједан проводник није предодређен да буде маса, али се у овој анализи један (и само један) проводник мора узети за референтни.

⁴ Због губитака у проводницима и диелектрику, постоје и додатна спреге између водова, али у пракси обично доминирају електрична и магнетска спрега.



Слика 3.5. Скица вода са N сигналних проводника и масом.



Слика 3.6. Попречни пресек вишепроводничког вода.

Електрична спрега се може описати коефицијентима електростатичке индукције. Из електростатике је познато да између подужних наелектрисања ($Q'_i, i = 1, \dots, N$) и потенцијала ($V_i, i = 1, \dots, N$)⁵ проводника (слика 3.4) постоји веза која у комплексном домену гласи

⁵ Потенцијал проводника једнак је напону између тог проводника и масе.

$$\begin{aligned}
Q'_1 &= b'_{11}V_1 + b'_{12}V_2 + \dots + b'_{1N}V_N, \\
Q'_2 &= b'_{21}V_1 + b'_{22}V_2 + \dots + b'_{2N}V_N, \\
&\vdots \\
Q'_N &= b'_{N1}V_1 + b'_{N2}V_2 + \dots + b'_{NN}V_N,
\end{aligned} \tag{3.1}$$

где су b'_{ij} подужни коефицијенти електростатичке индукције. Систем једначина (3.1) се може написати у матричном облику⁶

$$[Q'(z)] = [B'] [V(z)], \tag{3.2}$$

где је

$$[Q'(z)] = [Q'_1(z) \ Q'_2(z) \ \dots \ Q'_N(z)]^t \tag{3.3}$$

матрица-колона (вектор) подужних наелектрисања врућих проводника вода („t“ означава транспоновану матрицу),

$$[B'] = \begin{bmatrix} b'_{11} & b'_{12} & \dots & b'_{1N} \\ b'_{21} & b'_{22} & \dots & b'_{2N} \\ \vdots & & & \\ b'_{N1} & b'_{N2} & \dots & b'_{NN} \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

матрица подужних коефицијената електростатичке индукције⁷ и

$$[V(z)] = [V_1(z) \ V_2(z) \ \dots \ V_N(z)]^t \tag{3.5}$$

вектор потенцијала врућих проводника.

Пример. На слици 3.8 је приказан ваздушни вишепроводнички вод ($N = 2$). Врући проводници су две танке жице полупречника $a = 1 \text{ mm}$, а референтни проводник је проводна раван. Остале димензије су $d = h = 10 \text{ mm}$ ($d, h \gg a$). Одредити матрицу $[B']$ и делимичне подужне капацитивности овог вода.

Решење. Означимо леву жицу као врући проводник 1, а десну као врући проводник 2. Из електромагнетике [Ђорђевић07] је познато да су апроксимативни изрази за коефицијенте потенцијала⁸ у овом систему $a_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a} = a_{22}$ (једнакост коефицијената је због симетрије) и $a_{12} = a_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(2h)^2 + d^2}}{d}$ (једнакост је због реципроцитета). Ови коефицијенти се могу сложити у матрицу

⁶ У временском домену посматрано, наелектрисања и потенцијали су функције координате z и времена t , док су у комплексном домену функције само координате z .

⁷ У литератури се матрица $[B']$ често назива матрицом подужних капацитивности, али тај термин не треба мешати са делимичним капацитивностима. Наиме, све делимичне капацитивности (сопствене и међусобне) су увек ненегативне. За разлику од тога, сви сопствени коефицијенти електростатичке индукције су увек позитивни, а међусобни су непозитивни.

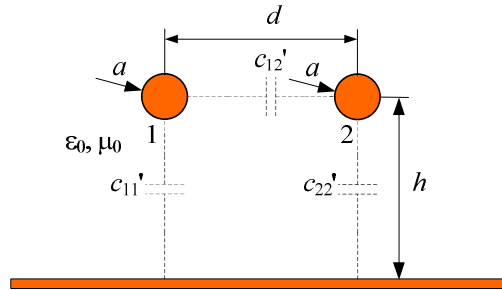
⁸ Изрази важе само за танке жице.

$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,385 & 1,446 \\ 1,446 & 5,385 \end{bmatrix} \cdot 10^{10} \text{ F}^{-1}\text{m}$. Тој матрици је инверзна матрица (подужних)

кофицијената електростатичке индукције⁹,

$[B'] = [A]^{-1} = \begin{bmatrix} b'_{11} & b'_{12} \\ b'_{21} & b'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20,01 & -5,37 \\ -5,37 & 20,01 \end{bmatrix} \text{ pF/m}$. Сопствени коефицијенти електроста-

тичке индукције су увек позитивни, а међусобни негативни (или нула ако нема спреге). Треба уочити да коефицијенти потенцијала и коефицијенти електростатичке индукције не зависе од скале: не мењају се ако се све линеарне димензије попречног пресека вода помноже истим бројем. Матрице $[A]$ и $[B']$ су увек симетричне. Одговарајућа еквивалентна шема, која представља делимичне подужне капацитивности, састоји се од три кондензатора, који су приказани испрекиданим линијама на слици 3.8. Сопствене делимичне подужне капацитивности су једнаке (због симетрије), $c'_{11} = b'_{11} + b'_{12} = 14,64 \text{ pF/m} = c'_{22}$, а делимична је $c'_{12} = -b'_{12} = 5,37 \text{ pF/m}$.

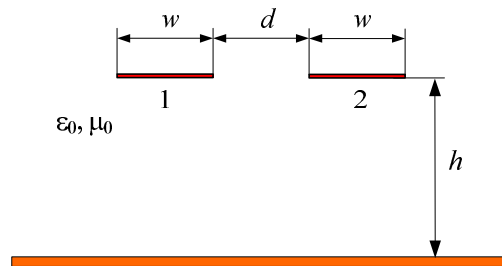


Слика 3.8. Попречни пресек ваздушног вода који сачињавају две жице и проводна равна.

Пример. На слици 3.9 је приказан ваздушни вишепроводнички вод ($N = 2$) чији су врући проводници веома танке траке ширине $w = 4 \text{ mm}$. Растојање између трака је $d = 6 \text{ mm}$, а растојање између трака и проводне равни је $h = 10 \text{ mm}$. Одредити матрицу $[B']$ овог вода.

Решење. Овакав систем се може анализирати само нумерички. Програм Linrag даје $[B'] = \begin{bmatrix} 20,11 & -5,56 \\ -5,56 & 20,11 \end{bmatrix} \text{ pF/m}$. Ови резултати су релативно блиски резултатима претходног примера, што се и могло очекивати, јер је $a = w/4$ а центри кружних проводника са слике 3.8 и центри трака са слике 3.9 се поклапају.

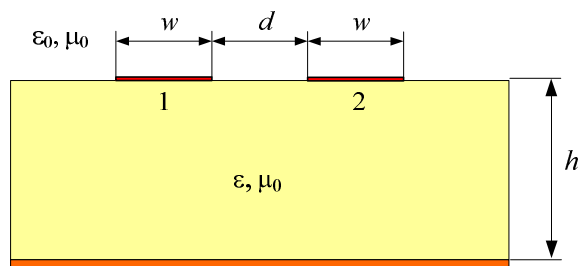
⁹ У овом извођењу смо пошли од коефицијената потенцијала јер је тако поступак једноставнији. Међутим, у нумеричким поступцима се обично непосредно одређује матрица $[B']$.



Слика 3.9. Попречни пресек ваздушног вода који сачињавају две танке траке и проводна раван.

Пример. Поновити претходни пример, али са диелектричном подлогом релативне пермитивности $\epsilon_r = 4,6$, као на слици 3.10. Сматрати да је ширина диелектрика веома велика (теоријски бесконачна).

Решење. Програм Linrag даје $[B'] = \begin{bmatrix} 60,86 & -12,44 \\ -12,44 & 60,86 \end{bmatrix} \text{pF/m}$.



Слика 3.10. Попречни пресек микротракастог вода који сачињавају две танке траке и проводна раван.

Пример. На слици 3.11 је приказан вишепроводнички вод ($N = 2$) чији су врући проводници коаксијални цилиндри веома танког зида, постављени изнад проводне равни¹⁰, при чему важи $h \gg b$. Одредити матрицу $[B']$ и делимичне подужне капацитивности овог вода.

¹⁰ Оваква структура се употребљава, на пример, за реализацију завршних капацитивности чешљастих или интердигиталних филтара у колима велике снаге.

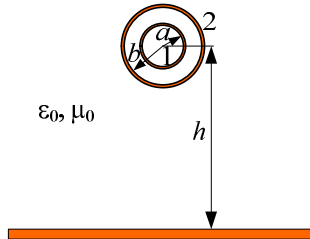
Решење. Матрица коефицијената потенцијала је $[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{b} \\ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{b} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{b} \end{bmatrix}$, па

је $[B'] = [A]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} & -\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} \\ -\frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} & \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}} \end{bmatrix}$. Делимичне подужне капацитивности су $c'_{11} = 0$,

$c'_{22} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h}{a}} - \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$ и $c'_{12} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$. Резултат $c'_{11} = 0$ није неочекиван: унутрашњи

цилиндар је у потпуности оклопљен спољашњим цилиндром. Стога не постоје линије вектора електричне индукције (нема туба електричног флукса) које полазе од унутрашњег цилиндра и непосредно се завршавају на проводној равни. Међусобна подужна капацитивност је иста као код коаксијалног вода. Ако би између два цилиндра, уместо ваздуха, био диелектрик пермитивности ϵ , делимичне подужне капацитивности

би биле $c'_{11} = 0$, $c'_{22} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2h}{a}} - \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{b}{a}}$ и $c'_{12} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}}$.



Слика 3.11. Попречни пресек вода који сачињавају два коаксијална шупља цилиндра и проводна раван.

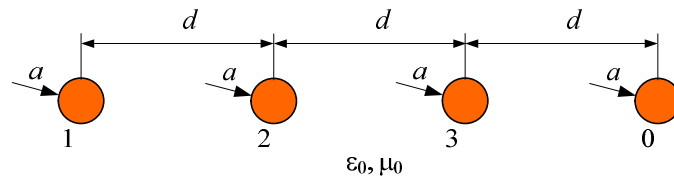
Пример. На слици 3.12 је приказан вишепроводнички вод ($N = 3$) који се састоји од четири паралелне танке жице ($d \gg a$). Одредити матрице $[A]$ и $[B']$ овог вода.

Решење. Усвојимо да је десна жица референтни проводник и означимо је са 0. Одредимо најпре коефицијенте потенцијала. Као што је показано у другом поглављу, код вода је укупно подужно наелектрисање свих проводника увек једнако нули. У свим претходним примерима вишепроводничких водова, тај услов је био аутоматски испуњен јер је наелектрисање проводне равни супротно збиру наелектрисања свих врућих

проводника¹¹. Овде тај услов није аутоматски обезбеђен, па га морамо испунити тако што ћемо увек сматрати да је подужно наелектрисање референтног проводника $Q'_0 = -(Q'_1 + Q'_2 + Q'_3)$. Претпоставимо да је подужно наелектрисање првог врућег проводника $Q'_1 \neq 0$, а да су остали врући проводници ненаелектрисани ($Q'_2 = Q'_3 = 0$). Истовремено је $Q'_0 = -Q'_1$. Уз претпоставку да су жице танке, утицај ненаелектрисаних проводника 2 и 3 на расподелу потенцијала је занемарљив. Потенцијал проводника 1 у односу на проводник 0 је $V_1 = U_{10} = \frac{Q'_1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{3d}{a}$, потенцијал проводника 2 је $V_2 = U_{20} = \frac{Q'_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{4d}{a}$, а потенцијал проводника 3 је $V_3 = U_{30} = \frac{Q'_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{2a}$. Када је $Q'_2 = -Q'_1 \neq 0$ и $Q'_3 = 0$, добијамо $V_2 = \frac{Q'_1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d}{a}$ и $V_3 = \frac{Q'_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d}{a}$. Најзад, када је $Q'_3 = -Q'_1 \neq 0$ и $Q'_2 = 0$, добијамо $V_3 = \frac{Q'_1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{a}$. Тако је

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{3d}{a} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{4d}{a} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{2a} \\ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{4d}{a} & \frac{1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d}{a} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d}{a} \\ \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{2a} & \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d}{a} & \frac{1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{a} \end{bmatrix}. \quad \text{Одавде се може израчунати матрица}$$

$$[B'] = [A]^{-1}.$$



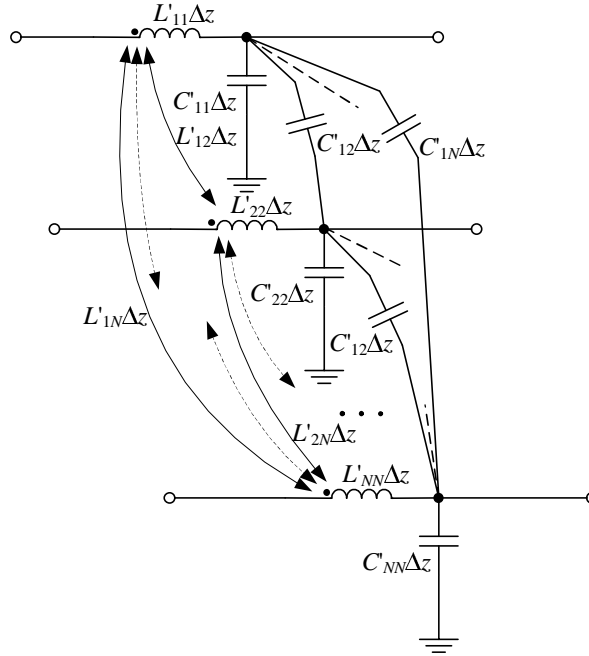
Слика 3.12. Попречни пресек вода који сачињавају четири жице.

Полазећи од коефицијената електростатичке индукције, формираћемо прву једначину телеграфичара. Претпостављамо да је диелектрик савршен (без губитака). Јачине струја врућих проводника вода мењају се дуж вода јер струје дренирају наелектрисања вода. Да бисмо применили методе теорије кола, замислимо да је вод издељен у низ кратких секција (одсечака) дужине Δz (као код обичног вода на слици 2.8). Код вишепроводничких водова, у оквиру сваке секције, између сваког врућег проводника и масе, као и између свака два врућа проводника, постоји по један кондензатор (који одговара делимичној капацитивности у електростатици), као на слици

¹¹ Наелектрисање проводне равни једнако је збиру наелектрисања свих ликова, што следи из уопштеног Гаусовог закона примењеног на доњи полупростор у оригиналном систему (у коме постоји проводна раван) и у еквивалентном систему (у коме је раван замењена ликовима).

3.13. Тако посматрано, струје врућих проводника мењају се дуж вода због присуства кондензатора. На основу ове еквивалентне шеме, у граничном случају када $\Delta z \rightarrow 0$, добија се, за референтне смерове на слици 3.5, прва једначина телеграфичара за вишепроводнички вод без губитака,

$$\frac{d[I(z)]}{dz} = -j\omega[B'] [V(z)], \quad 0 < z < D. \quad (3.6)$$



Слика 3.13. Еквивалентна шема једне секције вишепроводничког вода без губитака.

До исте једначине можемо доћи и једноставније, ако применимо једначину континуитета за жичане проводнике:

$$\frac{d[I(z)]}{dz} = -j\omega[Q'(z)], \quad (3.7)$$

где је

$$[I(z)] = [I_1(z) \ I_2(z) \ \dots \ I_N(z)]^t \quad (3.8)$$

вектор јачина струја врућих проводника вода. Заменом једначине (3.2) у (3.7) добија се једначина (3.6).

Другу једначину телеграфичара ћемо формирати анализирајући индуктивне ефекте. Сматраћемо да су проводници савршени. Као што се код двопроводничког вода ти ефекти у свакој секцији моделују калемом (слика 3.4), тако се и у дискретној апроксимацији вишепроводничког вода са слике 3.13 јавља по један калем за сваки врући проводник. Међутим, калемови су међусобно спрегнути, због чега су на еквивалентној шеми убележене сопствене и међусобне индуктивности. Друга једначина

телеграфичара за вишепроводнички вод без губитака може се добити анализом мреже са слике 3.13, стављајући да $\Delta z \rightarrow 0$. Та једначина гласи

$$\frac{d[V(z)]}{dz} = -j\omega[L']I(z), \quad 0 < z < D. \quad (3.9)$$

Ова једначина може се извести и на други начин. Потенцијали врућих проводника мењају се због индиковане електромоторне силе у њима. Подужне електромоторне силе индиковане у врућим проводницима дате су системом једначина

$$\begin{aligned} E'_{\text{ind1}}(z) &= -j\omega(L'_{11}I_1 + L'_{12}I_2 + \dots + L'_{1N}I_N), \\ E'_{\text{ind2}}(z) &= -j\omega(L'_{21}I_1 + L'_{22}I_2 + \dots + L'_{2N}I_N), \\ &\vdots \\ E'_{\text{indN}}(z) &= -j\omega(L'_{N1}I_1 + L'_{N2}I_2 + \dots + L'_{NN}I_N), \end{aligned} \quad (3.10)$$

где су L'_{ij} подужне индуктивности вода. И овај систем једначина се може приказати у матричном облику,

$$[E'_{\text{ind}}(z)] = -j\omega[L']I(z), \quad (3.11)$$

где је

$$[E'_{\text{ind}}(z)] = [E'_{\text{ind1}}(z) \ E'_{\text{ind2}}(z) \ \dots \ E'_{\text{indN}}(z)]^t \quad (3.12)$$

вектор подужних индикованих емс, а

$$[L'] = \begin{bmatrix} L'_{11} & L'_{12} & \dots & L'_{1N} \\ L'_{21} & L'_{22} & \dots & L'_{2N} \\ \vdots & & & \\ L'_{N1} & L'_{N2} & \dots & L'_{NN} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

матрица подужних индуктивности вода (сопствених и међусобних). Како је код спрегнутих водова

$$\frac{d[V(z)]}{dz} = [E'_{\text{ind}}(z)], \quad (3.14)$$

заменом једначине (3.10) у (3.14) добија се једначина телеграфичара (3.9).

Подужне индуктивности вишепроводничког вода добијају се електромагнетском анализом. Према квазистатичкој апроксимацији, индуктивности не зависе од особина диелектрика вода. Ако замислимо да смо све диелектричне материјале вода заменили вакуумом, матрица подужних коефицијената електростатичке индукције је $[B'_0]$. За вод са савршеним проводницима између матрица $[B'_0]$ и $[L']$ постоји аналогна релација као код двопроводничког вода, $[L'] [B'_0] = \epsilon_0 \mu_0 [1]$, где је $[1]$ јединична матрица димензија N са N . Одавде је $[L'] = \epsilon_0 \mu_0 [B'_0]^{-1} = \epsilon_0 \mu_0 [A_0]$, где је $[A_0]$ матрица коефицијената потенцијала вода код кога је средина свуда вакуум. Стога се одређивање примарних параметара вода без губитака своди на две електростатичке анализе: једну за вод са задатим диелектрицима, одакле се добија матрица $[B']$, и другу за вод у коме је средина свуда вакуум, одакле се добија матрица $[L']$. С обзиром на то да су сви елементи матрице $[A_0]$ позитивни (осим ако нема спреге, када су одговарајући међусобни

елементи једнаки нули), следи да су за вод са савршеним проводницима и сви елементи матрице $[L']$ позитивни (или, евентуално, нула).

Пример. Одредити подужне индуктивности вода са слике 3.8.

Решење. Подужне индуктивности се добијају из матрице $[A_0]=[A]$ и износе

$$L'_{11} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h}{a} = L'_{22} \quad (\text{једнакост због симетрије}) \quad \text{и} \quad L'_{12} = L'_{21} = \frac{\mu_0}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{(2h)^2 + d^2}}{d}$$

(једнакост је због реципроцитета). **Напомена:** До истог резултата се може доћи ако сматрамо да у једном врућем проводнику и у проводној равни постоји струја, па онда одредимо одговарајуће магнетске флуксе. Напоменимо да је, при високим учестаностима, струја у проводној равни локализована непосредно испод проводника (као што су локализована и наелектрисања). Магнетска индукција која потиче од струје у проводној равни најлакше се одређује увођењем ликова. Стога, када претпоставимо да у једном врућем проводнику и проводној равни постоји струја, магнетску индукцију одређујемо као да потиче од двојичног вода (оригиналног проводника и његовог лика).

Пример. Одредити матрице подужних индуктивности водова са слика 3.9 и 3.10.

Решење. Матрице $[L']$ за ова два вода су међусобно једнаке јер диелектрик нема

$$\text{утицаја, } [L'] = \epsilon_0 \mu_0 [A_0] = \begin{bmatrix} 599,1 & 165,6 \\ 165,6 & 599,1 \end{bmatrix} \frac{\text{nH}}{\text{m}}.$$

Оставља се читаоцу да одреди матрице $[L']$ за водове са слика 3.11 и 3.12, као и да уочи да је за вод са слике 3.11 $C'_{11} = 0$, али $L'_{11} > 0$.

Губици у водовима могу се описати увођењем матрице подужних отпорности, $[R']$, и матрице подужних одводности, $[G']$. Матрица подужних отпорности описује губитке у проводницима. Губици постоје не само у врућим проводницима, већ и у заједничком проводнику. Код штампаних проводника (трака) губици су израженији него код округлих проводника због ивичног ефекта. Ако су проводници постављени веома близу један друге, губици се повећавају због ефекта близине. При томе су посебно критичне ситуације када су смерови струја у суседним проводницима супротни. Код тракастих проводника, ивични ефекат и ефекат близине постају изражени већ при релативно ниским учестаностима, које зависе од ширине трака и њихових отпорности [Djo94]. Површински ефекат постаје изражен када је најмања димензија проводника (дебљина траке) приближно једнака дубини продирања. Као пример, једна од стандардних дебљина бабра код штампаних плоча је $t = 36 \mu\text{m}$. Дубина продирања за бакар је дата нумеричким изразом $\delta_{\text{Cu}} = (67 \mu\text{m}) / \sqrt{f_{[\text{MHz}]}}$. Одавде следи да је површински ефекат приметан већ при учестаностима од неколико MHz.

При веома ниским учестаностима елементи матрице $[R']$ се одређују методама анализе сталних струја и не зависе од учестаности. На вредности елемената те матрице утичу не само димензије врућих проводника, већ и заједничког проводника. Ако су проводници начињени од хомогених материјала, при тим учестаностима је струја равномерно распоређена по попречном пресеку сваког проводника.

Са порастом учестаности долази до изражаја ефекат близине. Ако је заједнички проводник проводна равна (као, на пример, за водове на сликама 3.8–3.10), струја у заједничком проводнику се концентрише испод проводника, што у извесној мери

повећава губитке. Затим долази до неравномерне расподеле струје по ширини трака због ивичног ефекта (густина струје је већа на ивицама) и ефекта близине, што додатно повећава губитке. Најзад, када површински ефекат постане изражен, при високим учестаностима, елементи матрице $[R']$ расту приближно сразмерно квадратном корену учестаности. За већину практичних примена у микроталасној техници може се сматрати да је површински ефекат у потпуности изражен. Сопствени елементи матрице $[R']$ су увек позитивни. Међусобни елементи могу бити негативни ако су проводници вода постављени веома близу један друге.

Ако се проводници вода могу сматрати савршеним, магнетско поље постоји само у диелектрику (изван проводника), па постоје само спољашње индуктивности. Међутим, у реалности магнетско поље постоји и у унутрашњости проводника, па се матрица подужних индуктивности вода може написати као збир спољашњих и унутрашњих индуктивности, $[L'] = [L'_e] + [L'_i]$.

При сасвим ниским учестаностима матрица $[L']$ је константна. Са порастом учестаности, када до изражаја долазе ивични ефекат и ефекат близине, сопствене индуктивности опадају. При учестаностима када је површински ефекат изражен, матрица $[L'_e]$ практично не зависи од учестаности, док је $\omega[L'_i] \approx [R']$. Стога је тада матрица $[L']$ сразмерна са $1/\sqrt{f}$, па се у практичним применама често узима да је $[L'] \approx [L'_e]$.

С обзиром на то да су сви елементи матрице $[L'_e]$ ненегативни при високим учестаностима ($[L'] = \epsilon_0 \mu_0 [A_0]$), и сви елементи матрице $[L']$ су такође ненегативни. Међутим, могуће је да при ниским учестаностима међусобни елементи матрице $[L']$ буду негативни, али се у детаље овог феномена нећемо упуштати.

Поларизациони губици су изражени у свим диелектрицима¹². Код неких диелектричних подлога (примери су керамичке и тефлонске подлоге) тангенс угла губитака приближно линеарно расте са порастом учестаности. Код других подлога (пример је материјал FR-4) тангенс угла губитака практично не зависи од учестаности. Елементи матрице $[G']$ су у првом случају приближно сразмерни квадрату учестаности, а у другом случају приближно линеарно сразмерни учестаности¹³. Матрица $[G']$ може се израчунати из електростатичке анализе вода на аналоган начин као код двопроводничких водова. Наиме, ако се у електростатичкој анализи вода, уместо пермитивности диелектрика у рачун узму еквивалентне комплексне пермитивности, добија се комплексна матрица $[B'_c]$. Раздвајајући њене реалне и имагинарне делове и имајући у виду релацију $[B'_c] = [B'] - (j/\omega)[G']$, директно се одређују матрице $[B']$ и $[G']$. Дијагонални елементи матрице $[G']$ су увек позитивни. Једноставно правило за знак елемената ван главне дијагонале не постоји. Ако је диелектрик вода хомоген, важи релација $[G'] = \omega \operatorname{tg} \delta [B']$, па су сви међусобни елементи негативни. Ако је диелектрик

¹² Ако је вод направљен на полупроводнику (Si, GaAs), онда су изражени кондукциони губици у супстрату.

¹³ Са променом учестаности мења се и релативна пермитивност материјала, што доводи до промена матрице $[B']$. У наведеним случајевима пермитивност опада са порастом учестаности, али су те промене релативно мале.

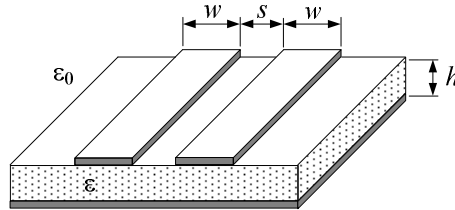
нехомоген, а губици у диелектрику нису велики, онда су елементи који описују спрегу између блиских проводника обично негативни. Код полупроводничких подлога, међутим, губици су велики, па ти елементи матрице $[G']$ могу бити и позитивни.

Матрице $[L']$, $[B']$, $[R']$ и $[G']$ су примарни матрични параметри вишепроводничких водова са губицима.

Пример. Одредити примарне матричне параметре спрегнутих микротракастих водова са слике 3.14, ако је $w = 0,9 \text{ mm}$, $h = 0,508 \text{ mm}$, $s = 0,3 \text{ mm}$, $t = 36 \text{ }\mu\text{m}$, $\epsilon_r = 4,6$ и $\text{tg } \delta = 0,02$, при $f = 1 \text{ GHz}$. Усвојити $\sigma_p = 14 \text{ MS/m}^{14}$. Упоредити добијене резултате са резултатима примера микротракастог вода са слике 2.23 поглавља 2.

Решење. Софтвер Linrag даје $[L'] = \begin{bmatrix} 301,1 & 76,2 \\ 76,2 & 301,1 \end{bmatrix} \frac{\text{nH}}{\text{m}}$, $[B'] = \begin{bmatrix} 126,7 & -18,1 \\ -18,1 & 126,7 \end{bmatrix} \frac{\text{pF}}{\text{m}}$,
 $[R'] = \begin{bmatrix} 19,9 & 1,29 \\ 1,29 & 19,9 \end{bmatrix} \frac{\Omega}{\text{m}}$ и $[G'] = \begin{bmatrix} 13,9 & -1,34 \\ -1,34 & 13,9 \end{bmatrix} \frac{\text{mS}}{\text{m}}$. Сопствени параметри (дијагонални

чланови) се не разликују много од одговарајућих параметара микротракастог вода са слике 2.23, али сада постоје и међусобни чланови, који описују спрегу. С обзиром на то да је карактеристична импеданса усамљених водова са слике 3.14 близу 50Ω , можемо рећи да у посматраном примеру имамо спрегнуте 50-омске микротракасте водове.



Слика 3.14. Два спрегнута микротракаста вода.

Губици у проводницима и диелектрицима улазе у једначине телеграфичара на аналоган начин као код двопроводничких водова. Тако сада, уместо једначина (3.6) и (3.9), имамо једначине телеграфичара у облику

$$\frac{d[V(z)]}{dz} = -[Z'] [I(z)], \quad (3.15)$$

$$\frac{d[I(z)]}{dz} = -[Y'] [V(z)], \quad (3.16)$$

где су

$$[Z'] = [R'] + j\omega[L'], \quad (3.17)$$

$$[Y'] = [G'] + j\omega[B'] \quad (3.18)$$

матрице подужних импеданси, односно адмитанси вода.

¹⁴ Проводници од бакра, са узетим у обзир повећањем губитака услед храпавости.

3.2.2. Модови и секундарни параметри

Из једначина (3.15) и (3.16) се може елиминисати вектор струја $[I(z)]$, чиме се добија таласна једначина за потенцијале која гласи

$$\frac{d^2[V(z)]}{dz^2} - [Z'] [Y'] [V(z)] = 0. \quad (3.19)$$

Потражимо решење таласне једначине (3.19) у облику таласа чији је коефицијент простирања γ и који се простира у смеру z -осе, тј.

$$[V(z)] = [V_0] \exp(-\gamma z), \quad (3.20)$$

где је $[V_0]$ вектор чији су елементи константе (вектор потенцијала сигналних проводника за $z = 0$). Заменом (3.20) у (3.19) добија се

$$\left([Z'] [Y'] - \gamma^2 [1] \right) [V_0] \exp(-\gamma z) = 0. \quad (3.21)$$

Једначина (3.21) се може схватити као систем линеарних једначина по елементима вектора $[V_0]$. Та једначина има нетривијална решења по $[V_0]$ само ако је матрица система, $\left([Z'] [Y'] - \gamma^2 [1] \right)$, сингуларна, односно ако је

$$\det \left([Z'] [Y'] - \gamma^2 [1] \right) = 0. \quad (3.22)$$

Развијањем детерминанте из једначине (3.22) добија се полином N -тог степена по γ^2 . У општем случају, стога, једначина (3.22) има N комплексних корена¹⁵ по γ^2 , које ћемо означити са γ_m^2 , $m = 1, \dots, N$. Свакој вредности γ_m^2 одговарају две вредности коефицијента γ (тј. $\pm \gamma_m$), које се разликују само по предзнаку. За вод са губицима једна од тих вредности (означимо је са γ_m), има позитиван реални део и одговара таласу који се простира у смеру z -осе. Друга вредност, $-\gamma_m$, одговара таласу који се простира у супротном смеру.

Овим смо добили да се на вишепроводничком воду може простирати N различитих типова таласа (модова). Коефицијенти простирања тих таласа су γ_m , $m = 1, \dots, N$. Коефицијент простирања сваког мода може се разложити на реални и имагинарни део, $\gamma_m = \alpha_m + j\beta_m$. Реални део (α_m) је коефицијент слабљења мода (у Np/m). Множењем са $20 \log_{10} e \approx 8.686$ претвара се у dB/m. Имагинарни део коефицијента простирања мода може се написати у облику

$$\beta_m = \frac{\omega}{c_m} = \frac{\omega \sqrt{\epsilon_{\text{rem}}}}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda_m}, \quad (3.23)$$

где је c_m фазна брзина простирања мода, c_0 брзина простирања у вакууму, ϵ_{rem} ефективна релативна пермитивност мода, а λ_m таласна дужина мода.

¹⁵ Полином N -тог степена има увек N корена (нула), од који се неки могу поклапати (вишеструке нуле).

За сваки коефицијент $\gamma_m, m=1, \dots, N$, из једначине (3.21) се може одредити одговарајући вектор $[V_0^m], m=1, \dots, N$, са тачношћу до мултипликативне константе¹⁶. Потенцијали проводника који одговарају m -том моду су

$$[V^m(z)] = [V_0^m] \exp(\mp \gamma_m z), \quad m=1, \dots, N. \quad (3.24)$$

Заменом (3.24) у (3.15) добијају се одговарајуће јачине струја проводника,

$$[I^m(z)] = \pm [I_0^m] \exp(\mp \gamma_m z), \quad m=1, \dots, N, \quad (3.25)$$

где је

$$[I_0^m] = [Z']^{-1} [V_0^m] \gamma_m. \quad (3.26)$$

Горњи знаци у једначинама (3.24) и (3.25) одговарају моду који се простире у смеру z -осе (инцидентном таласу), а доњи моду који се простире у супротном смеру (рефлектованом таласу).

У циљу лакше манипулације, вектори $[V_0^m]$ и $[I_0^m]$ се аранжирају у квадратне матрице: модалну матрицу потенцијала,

$$[S_V] = \begin{bmatrix} [V_0^1] & \dots & [V_0^N] \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

и модалну матрицу струја,

$$[S_I] = \begin{bmatrix} [I_0^1] & \dots & [I_0^N] \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Између ових матрица постоји релација

$$[S_I] = [Z']^{-1} [S_V] [\Lambda], \quad (3.29)$$

где је $[\Lambda]$ дијагонална матрица чији су елементи γ_m , односно

$$[\Lambda] = \text{diag}[\gamma_1 \dots \gamma_N]. \quad (3.30)$$

Дакле, у општем случају се дуж вода са N врућих (сигналних) проводника простире N различитих типова таласа (мода), од којих сваки има свој коефицијент простирања и своју „структуру“ потенцијала и струја (односно структуру електричног и магнетског поља). Сваком моду одговара један инцидентни талас и један рефлектовани талас. Сви ти таласи су квази-ТЕМ таласи, доминантни, чија је критична учестаности једнака нули.

Математички исказано, стање на вишепроводничком воду смо разложили на $2N$ независних таласа¹⁷, што се може написати у облику

$$[V(z)] = [V_i(z)] + [V_r(z)] = [S_V] \{ [G_i(z)] + [G_r(z)] \}, \quad (3.31)$$

$$[I(z)] = [I_i(z)] + [I_r(z)] = [S_I] \{ [G_i(z)] - [G_r(z)] \}, \quad (3.32)$$

где индекси i и r одговарају инцидентном, односно рефлектованом таласу. У овим једначинама је

¹⁶ Једначина (3.22) је карактеристична (својствена) једначина за (3.21), γ_m^2 је карактеристична вредност, а $[V_0^m]$ карактеристични вектор једначине (3.21).

¹⁷ На двопроводничком воду ($N=1$) смо имали укупно два таласа: један инцидентни и један рефлектовани.

$$[G_i(z)] = [G_i^1(z) \cdots G_i^N(z)]^t, \quad (3.33)$$

и

$$[G_r(z)] = [G_r^1(z) \cdots G_r^N(z)]^t, \quad (3.34)$$

где су $G_i^m(z), m=1, \dots, N$, интензитети инцидентних таласа¹⁸, а $G_r^m(z), m=1, \dots, N$, интензитети рефлектованих таласа. На основу дефиниције модова, односно једначине (3.24), интензитети таласа се дуж вода једноставно мењају, по експоненцијалном закону, односно

$$G_i^m(z) = G_i^m(0) \exp(-\gamma_m z), \quad m = 1, \dots, N, \quad (3.35)$$

и

$$G_r^m(z) = G_r^m(0) \exp(\gamma_m z), \quad m = 1, \dots, N. \quad (3.36)$$

Ако посматрамо све инцидентне таласе заједно (тј. суму свих модова који се простиру у смеру z -осе), између потенцијала и струја вода постоји релација

$$[V_i(z)] = [Z_c][I_i(z)], \quad (3.37)$$

где је

$$[Z_c] = [S_V][S_I]^{-1} \quad (3.38)$$

матрична карактеристична импеданса вода¹⁹. То следи из једначина (3.31) и (3.32): потенцијали суперпозиције свих инцидентних таласа су $[V_i(z)] = [S_V][G_i(z)]$, а струје $[I_i(z)] = [S_I][G_i(z)]$. Слично томе, ако посматрамо све рефлектоване таласе, важи

$$[V_r(z)] = -[Z_c][I_r(z)]. \quad (3.39)$$

Матрична карактеристична адмитанса је инверзна матричној импеданси, односно

$$[Y_c] = [Z_c]^{-1}. \quad (3.40)$$

Секундарни параметри вишепроводничких водова су коефицијенти простирања модова, $\gamma_m, m=1, \dots, N$, и модалне матрице $[S_V]$ и $[S_I]$. У секундарне параметре се убрајају и матрице $[Z_c]$ и $[Y_c]$ које се непосредно изводе из модалних матрица.

Пример. Одредити примарне и секундарне параметре ваздушног вишепроводничког вода са слике 3.12, на учестаности $f = 1 \text{ GHz}$, ако је $a = 0,5 \text{ mm}$ и $d = 5 \text{ mm}$. Усвојити $\sigma_p = 14 \text{ MS/m}$.

¹⁸ Интензитети таласа су неименовани комплексни бројеви. Модалне матрице $[S_V]$ и $[S_I]$ су по природи потенцијали, односно струје, а елементи тих матрица су, у општем случају, такође комплексни бројеви.

¹⁹ Одговарајућа величина код двопроводничких водова (карактеристична импеданса) скаларна је величина. Као и код двопроводничких водова, једначине (3.37) и (3.39) важе само за прогресивне таласе, а не важе за стојећи талас.

Решење. Софтвер Linpar (Accuracy Parameter 4) даје

$$[L'] = \begin{bmatrix} 1356 & 814,1 & 542,1 \\ 814,1 & 1194 & 597,0 \\ 542,1 & 597,0 & 921,6 \end{bmatrix} \frac{\text{nH}}{\text{m}}, \quad [B'] = \begin{bmatrix} 14,42 & -8,27 & -3,12 \\ -8,27 & 18,54 & -7,14 \\ -3,12 & -7,14 & 18,54 \end{bmatrix} \frac{\text{pF}}{\text{m}} \quad \text{и}$$

$$[R'] = \begin{bmatrix} 11,3 & 5,8 & 5,5 \\ 5,8 & 11,3 & 5,6 \\ 5,5 & 5,6 & 11,0 \end{bmatrix} \frac{\Omega}{\text{m}}. \text{ Сви елементи матрице } [G'] \text{ су нула јер је диелектрик ваздух.}$$

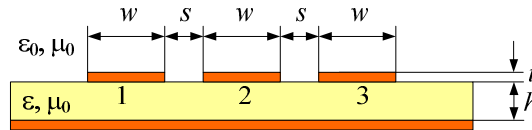
Коефицијенти простирања модова су $\gamma_1 = (0,0128 + j20,97) \text{ m}^{-1}$, $\gamma_2 = (0,0228 + j20,98) \text{ m}^{-1}$ и $\gamma_3 = (0,019 + j20,98) \text{ m}^{-1}$. Сва три мода се простиру практично истом фазном брзином, блиском брзини светлости у вакууму. Модалне матрице су практично реалне,

$$[S_V] = \begin{bmatrix} 0,7887 + j0 & 0,5095 + j0,0001 & 0,0020 + j0,0001 \\ 0,5787 - j0 & -0,2941 - j0,0002 & 0,7088 + j0 \\ 0,2074 + j0 & 0,8086 + j0 & 0,7054 + j0,0002 \end{bmatrix} \text{ V и}$$

$$[S_I] = \begin{bmatrix} 1,779 - j0,001 & 2,173 + j0,003 & -2,407 - j0,002 \\ 0,815 + j0 & -4,624 - j0,007 & 2,422 + j0,002 \\ -0,824 - j0 & 4,641 + j0,005 & 2,398 + j0,003 \end{bmatrix} \text{ mA. Матрична карактеристична}$$

импеданса је $[Z_c] = \begin{bmatrix} 406,8 - j0,3 & 244,2 - j0,1 & 162,6 - j0,1 \\ 244,2 - j0,1 & 358,1 - j0,3 & 179,1 - j0,1 \\ 162,6 - j0,1 & 179,1 - j0,1 & 276,5 - j0,3 \end{bmatrix} \Omega$ и практично је реална.

Пример. Одредити примарне и секундарне параметре три спрегнута микротракаста вода са слике 3.15, на учестаности $f = 1 \text{ GHz}$, ако је $w = 0,9 \text{ mm}$, $s = 0,3 \text{ mm}$, $h = 0,508 \text{ mm}$, $t = 36 \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 4,6$ и $\text{tg } \delta = 0,02$. Усвојити $\sigma_p = 14 \text{ MS/m}$.



Слика 3.15. Попречни пресек три спрегнута микротракаста вода.

Решење. Примарни параметри вода при $f = 1 \text{ GHz}$ су

$$[L'] = \begin{bmatrix} 300,4 & 74,0 & 26,4 \\ 74,0 & 293,6 & 74,0 \\ 26,4 & 74,0 & 300,4 \end{bmatrix} \frac{\text{nH}}{\text{m}}, \quad [B'] = \begin{bmatrix} 126,7 & -18,0 & -0,94 \\ -18,0 & 131,1 & -18,0 \\ -0,94 & -18,0 & 126,7 \end{bmatrix} \frac{\text{pF}}{\text{m}},$$

$$[R'] = \begin{bmatrix} 20,0 & 1,65 & 0,39 \\ 1,65 & 21,0 & 1,65 \\ 0,39 & 1,65 & 20,0 \end{bmatrix} \frac{\Omega}{\text{m}} \quad \text{и} \quad [G'] = \begin{bmatrix} 13,9 & -1,35 & 0,006 \\ -1,35 & 14,1 & -1,35 \\ 0,006 & -1,35 & 13,9 \end{bmatrix} \frac{\text{mS}}{\text{m}}. \quad \text{Коефицијенти}$$

простирања модова су $\gamma_1 = (0,5665 + j41,31) \text{ m}^{-1}$, $\gamma_2 = (0,5340 + j37,37) \text{ m}^{-1}$ и

$\gamma_3 = (0,5438 + j35,48) \text{ m}^{-1}$. Одговарајуће ефективне пермитивности су $\epsilon_{r1} = 3,884$, $\epsilon_{r2} = 3,180$ и $\epsilon_{r3} = 2,865$. (Брзине простирања модова се међусобно разликују за око

15%.) Модалне матрице су $[S_V] = \begin{bmatrix} 0,5483 + j0,0006 & 0,7071 + j0 & -0,4329 + j0,0008 \\ 0,6314 + j0 & 0 + j0 & 0,7907 + j0 \\ 0,5483 + j0,0006 & -0,7071 + j0 & -0,4329 + j0,0008 \end{bmatrix} \text{ V}$

и $[S_I] = \begin{bmatrix} 8,764 - j0,0318 & 15,18 - j0,0046 & -12,16 + j0,0031 \\ 9,597 - j0,0522 & 0 + j0 & 21,12 - j0,0029 \\ 8,764 - j0,0318 & -15,18 + j0,0046 & -12,16 + j0,0031 \end{bmatrix} \text{ mA}$. Матрична

карактеристична импеданса је $[Z_c] = \begin{bmatrix} 49,36 + j0,17 & 9,52 + j0,10 & 2,77 + j0,04 \\ 9,52 + j0,10 & 48,4 + j0,15 & 9,52 + j0,10 \\ 2,77 + j0,04 & 9,52 + j0,10 & 49,36 + j0,17 \end{bmatrix} \Omega$.

Код вода са нехомогеним диелектриком, фазне брзине модова се могу знатно разликовати, што се види из претходног примера. Код преноса импулсних сигнала (на пример, дуж водова у брзим рачунарима) то проузрокује знатно изобличење и преслушавање сигнала. Код микроталасних кола која су начињена од вишепроводничких водова (неки филтри и спрежњаци) разлике фазних брзина модова могу знатно погоршати особине кола. О томе ће бити речи на другим местима у овој књизи.

Ако је диелектрик вода хомоген (параметара ϵ и μ_0), а губици у проводницима занемарљиви, тада важи релација

$$[L'] [B'] = \epsilon \mu_0 [I]. \quad (3.41)$$

Ако нема губитака ни у диелектрику, карактеристични полином има N -гоструку реалну негативну нулу. Коefицијенти простирања свих модова су једнаки и чисто имагинарни, $\gamma_m = j\beta_m = j\omega\sqrt{\epsilon\mu_0} = j\beta$, $m = 1, \dots, N$. Фазне брзине модова су, такође, међусобно једнаке, $c_m = 1/\sqrt{\epsilon\mu_0} = c$, $m = 1, \dots, N$. У том случају, модални вектори $[V_0^m]$ могу бити произвољни линеарно независни вектори као, на пример,

$$[V_0^1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \text{ V}, \quad [V_0^2] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \text{ V}, \quad \dots, \quad [V_0^N] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \text{ V}, \quad (3.42)$$

односно $[S_V] = [I] \text{ V}$. Међутим, одговарајући вектори $[I_0^m]$ су попуњени (модална матрица $[S_I]$ је попуњена), односно захватају све проводнике вода²⁰. Уопште, за било какав вишепроводнички вод, сваки мод захвата све проводнике вода, ма како била слаба спрега између проводника.

²⁰ Могли смо претпоставити и обрнуто, $[S_I] = [I] \text{ A}$, када је одговарајућа модална матрица $[S_V]$ попуњена.

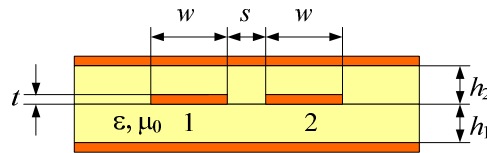
Ако усвојимо да је $[S_V] = [I] V$, тада је, из (3.29) и (3.30), $[S_I] = [Z']^{-1} [S_V] [\Lambda] = j\beta [Z']^{-1} = \frac{1}{c} [L']^{-1}$ (изостављена је јединица волт), па је матрична карактеристична импеданса вода без губитака са хомогеним диелектриком дата изразом $[Z_c] = [S_V] [S_I]^{-1} = [S_I]^{-1} = c [L']$ (3.43) ($c = 1/\sqrt{\epsilon\mu_0}$). На основу (3.41) је

$$[Y_c] = \frac{1}{c} [L']^{-1} = c [B']. \quad (3.44)$$

Могли смо поћи и обрнутим путем: усвојити да је $[S_I] = [I] A$, па је $[S_V] = [Z'] [S_I] [\Lambda]^{-1} = \frac{1}{j\beta} [Z'] = c [L']$ (изостављена је јединица ампер), одакле се добија релација (3.43).

Пример. Диелектрик спрегнутих тракастих водова са слике 3.16 је хомоген, релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,1$. Димензије вода су $w = 1,7 \text{ mm}$, $s = 1 \text{ mm}$, $t = 18 \mu\text{m}$ и $h_1 = h_2 = 1 \text{ mm}$. Губици у проводницима су занемарљиви. Одредити примарне и секундарне параметре овог вода.

Решење. Примарни параметри вода су $[L'] = \begin{bmatrix} 237,8 & 12,74 \\ 12,74 & 237,8 \end{bmatrix} \frac{\text{nH}}{\text{m}}$ и $[B'] = \begin{bmatrix} 98,54 & -5,28 \\ -5,28 & 98,54 \end{bmatrix} \frac{\text{pF}}{\text{m}}$. Коefицијенти слабљења модова су нула, а фазне брзине простирања су $c_1 = c_2 = 206,9 \text{ Mm/s} = c_0/\sqrt{\epsilon_r}$. Linrag даје $[S_V] = \begin{bmatrix} 0,2567 & 0,9539 \\ -0,9665 & 0,3002 \end{bmatrix} V$ и $[S_I] = \begin{bmatrix} 6,289 & 19,12 \\ -19,98 & 5,077 \end{bmatrix} \text{mA}$. Међутим, и најмања промена било ког улазног податка доводи до промене модалних вектора, што је карактеристично за дегенерисане модове, али су резултати за карактеристичну импедансу, $[Z_c] = \begin{bmatrix} 49,20 & 2,638 \\ 2,638 & 49,20 \end{bmatrix} \Omega$, стабилни. Очигледно важи једначина (3.43). **Напомена:** Уместо модалних матрица које даје Linrag, могли бисмо узети, на пример, $[S_I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A$ и $[S_V] = \begin{bmatrix} 49,20 & 2,638 \\ 2,638 & 49,20 \end{bmatrix} V$ и са тим матрицама даље анализирати вод као део микроталасног кола.



Слика 3.16. Попречни пресек два спрегнута тракаста вода.

3.2.3. Пар симетричних спрегнутих водова

Посматрајмо посебан случај два симетрична спрегнута вода ($N = 2$). Пример су водови са слика 3.8–3.10 и 3.16. Код таквих водова постоје два мода: парни мод и непарни мод²¹. Код парног мода потенцијали оба врућа проводника су исти, а струје су истих интензитета и истих смерова. Код непарног мода потенцијали проводника су супротни, а супротне су и њихове струје.

Модалне матрице овог вишепроводничког вода имају општи облик

$$[S_V] = \begin{bmatrix} V_e & V_o \\ V_e & -V_o \end{bmatrix}, \quad (3.45)$$

односно

$$[S_I] = \begin{bmatrix} I_e & I_o \\ I_e & -I_o \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Матрична карактеристична импеданса симетричних спрегнутих водова има облик

$$[Z_c] = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_s \end{bmatrix}. \quad (3.47)$$

На слици 3.17 приказан је попречни пресек два симетрична спрегнута микротракаста вода, а на слици 3.18 су скициране линије електричног и магнетског поља парног и непарног мода. Код парног мода микротракастих водова поље је мало локализованије у диелектрику²² него код непарног мода. Стога је брзина простирања парног мода нешто мања²³. Типично, разлике између брзина простирања модова су реда величине неколико процената.

Пример. Нека је ширина траке сваког вода са слике 3.17 $w = 0,9 \text{ mm}$, дебљина диелектрика $h = 0,508 \text{ mm}$, растојање између трака $s = 0,3 \text{ mm}$, релативна пермитивност подлоге $\epsilon_r = 4,6$, дебљина металације $t = 36 \mu\text{m}$, а губици занемарљиво мали, одредити примарне и секундарне параметре вода, као и брзине простирања парног и непарног мода.

Решење. Софтвер Linrag даје следеће резултате: $[L'] = \begin{bmatrix} 301,1 & 4,14 \\ 4,14 & 301,1 \end{bmatrix} \frac{\text{nH}}{\text{m}}$,
 $[B'] = \begin{bmatrix} 126,7 & -18,14 \\ -18,14 & 126,7 \end{bmatrix} \frac{\text{pF}}{\text{m}}$, брзина простирања парног мода је $156,3 \text{ Mm/s}$, а непарног

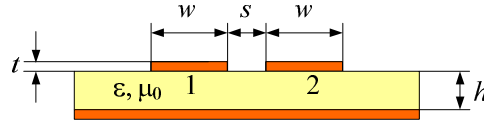
²¹ Нећемо се упуштати у разматрање дегенерисаних модова.

²² Брзина простирања у диелектрику је мања од брзине простирања у вакууму.

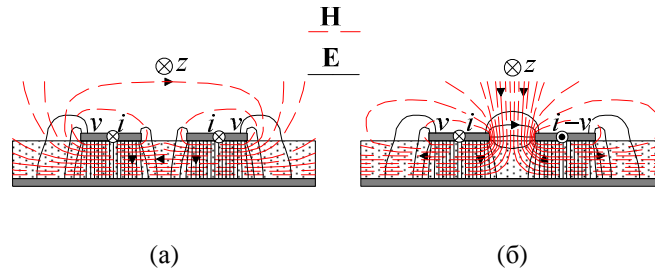
²³ Код неких симетричних спрегнутих водова брзина простирања непарног мода је мања од брзине простирања парног мода. Пример су водови типа „broadside coupled lines“ (слика 3.1в) код којих између врућих проводника уметнут диелектрик чија је релативна пермитивност већа од релативне пермитивности околног диелектрика.

$$175,2 \text{ Mm/s}, \quad [S_V] = \begin{bmatrix} 0,7071 & -0,7071 \\ 0,7071 & 0,7071 \end{bmatrix} \text{ V}, \quad [S_I] = \begin{bmatrix} 11,99 & -17,94 \\ 11,99 & 17,94 \end{bmatrix} \text{ mA} \quad \text{и}$$

$$[Z_c] = \begin{bmatrix} 49,18 & 9,77 \\ 9,77 & 49,18 \end{bmatrix} \Omega.$$



Слика 3.17. Попречни пресек два спрегнута микротракаста вода.



Слика 3.18. Линеје електричног и магнетског поља (а) парног и (б) непарног мода код структуре са слике 3.17.

Симетрични спрегнути водови се јављају у разним микроталасним колима, као што су усмерени спрежњаци и филтри. У анализи таквих водова употребљава се концепт парне и непарне карактеристичне импедансе. По дефиницији, парна карактеристична импеданса је количник потенцијала и струје једног вода када у систему постоји само парни мод, а дата је изразом

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e}. \quad (3.48)$$

Аналогно томе, непарна карактеристична импеданса се дефинише у ситуацији када постоји само непарни мод,

$$Z_o = \frac{V_o}{I_o}. \quad (3.49)$$

Парна и непарна карактеристична импеданса су повезане следећим релацијама са елементима матричне карактеристичне импедансе:

$$Z_e = Z_s + Z_m, \quad (3.50)$$

$$Z_o = Z_s - Z_m. \quad (3.51)$$

У литератури постоји генерализација концепта парне и непарне импедансе и на пар асиметричних спрегнутих водова. Постоји и генерализација на случај $N = 3$. Међутим, ове генерализације нису неопходне за прорачун и анализу спрегнутих водова у

микроталасним колима јер је за то увек довољан поступак који је описан у следећем одељку.

У анализи антена (код симетризатора), симетричних појачавача у микроталасној техници и у дигиталној техници (када се ради са диференцијалном побудом спрегнутих водова) употребљавају се појмови заједничког мода и диференцијалног мода. Физички, заједнички мод је исто што и парни мод. Међутим, у поменутиим применама, уместо парне карактеристичне импедансе, уводи се појам заједничке карактеристичне импедансе. При томе се сматра да врући проводници два симетрична спрегнута вода чине један проводник. Заједничка карактеристична импеданса је количник потенцијала тог проводника и струје проводника, а једнака је једној половини парне импедансе. Диференцијални мод је исто што и непарни мод. Код њега се употребљава појам диференцијалне карактеристичне импедансе, која је количник напона између врућих проводника и струје једног врућег проводника. (Струја другог врућег проводника има исти интензитет, а супротан смер.) Диференцијална карактеристична импеданса је једнака двострукој непарној импеданси спрегнутих водова.

Пример. Одредити заједничку и диференцијалну карактеристичну импедансу за вод из претходног примера (са слике 3.17).

Решење. Добија се $Z_e = 58,96 \Omega$ и $Z_o = 39,41 \Omega$. Заједничка карактеристична импеданса је $29,48 \Omega$, а диференцијална $78,82 \Omega$.

3.2.4. Укључивање у анализу микроталасних кола

Претпоставимо да је почетак вода за $z=0$, а завршетак за $z=D$. Да би се вишепроводнички вод укључио у анализу микроталасног кола, довољно је манипулисати напонима и струјама на крајевима вода. Ти напони и струје се могу изразити преко интензитета модова на следећи начин. Најпре из (3.33)–(3.36) имамо да је

$$[G_i(D)] = [E][G_i(0)], \quad (3.52)$$

односно

$$[G_r(0)] = [E][G_r(D)], \quad (3.53)$$

где је

$$[E] = \text{diag} [\exp(-\gamma_1 D) \cdots \exp(-\gamma_N D)]. \quad (3.54)$$

На основу тога је

$$[V(0)] = [S_V] \{ [G_i(0)] + [E][G_r(D)] \}, \quad (3.55)$$

$$[I(0)] = [S_I] \{ [G_i(0)] - [E][G_r(D)] \}, \quad (3.56)$$

$$[V(D)] = [S_V] \{ [E][G_i(0)] + [G_r(D)] \}, \quad (3.57)$$

$$[I(D)] = [S_I] \{ [E][G_i(0)] - [G_r(D)] \}. \quad (3.58)$$

Једначинама (3.55)–(3.58) је $2N$ потенцијала и $2N$ струја на крајевима вода изражено преко $2N$ интензитета модова, односно N елемената вектора $[G_i(0)]$ и N елемената вектора $[G_r(D)]$.

Вишепроводнички вод се може посматрати као линеарна мрежа са $2N$ приступа^{24,25} (слика 3.19). Напони на приступима су, у ствари, елементи вектора $[V(0)]$ и $[V(D)]$, а струје су елементи вектора $[I(0)]$ и $[-I(D)]$. При томе су референтни смерови напона и струја усклађени гледано према воду. Знак минус у вектору $[-I(D)]$ потиче од тога што је референтни смер струје вода за $z = D$ оријентисан од вода упоље, а референтни смер струје порта је ка воду. На основу тога се једначине (3.55)–(3.58) могу написати у компактном облику

$$\begin{bmatrix} [V(0)] \\ [V(D)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_V] & [S_V][E] \\ [S_V][E] & [S_V] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [G_i(0)] \\ [G_r(D)] \end{bmatrix}, \quad (3.59)$$

$$\begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_I] & -[S_I][E] \\ -[S_I][E] & [S_I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [G_i(0)] \\ [G_r(D)] \end{bmatrix}. \quad (3.60)$$

Одавде се релативно једноставно добијају различите репрезентације посматране мреже које се даље употребљавају за анализу целог микроталасног кола.

Пример. Полазећи од једначина (3.59) и (3.60) извести изразе за импедансну и адмитансну матрицу вишепроводничког вода.

Решење. Ако се из (3.60) вектор $\begin{bmatrix} [G_i(0)] \\ [G_r(D)] \end{bmatrix}$ изрази преко $\begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix}$ и замени у (3.59), добија се релација између $\begin{bmatrix} [V(0)] \\ [V(D)] \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix}$ преко импеданских параметара, која

гласи $\begin{bmatrix} [V(0)] \\ [V(D)] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [S_V] & [S_V][E] \\ [S_V][E] & [S_V] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [S_I] & -[S_I][E] \\ -[S_I][E] & [S_I] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix}$. У овом изразу је

$$[Z] = \begin{bmatrix} [S_V] & [S_V][E] \\ [S_V][E] & [S_V] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [S_I] & -[S_I][E] \\ -[S_I][E] & [S_I] \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.61)$$

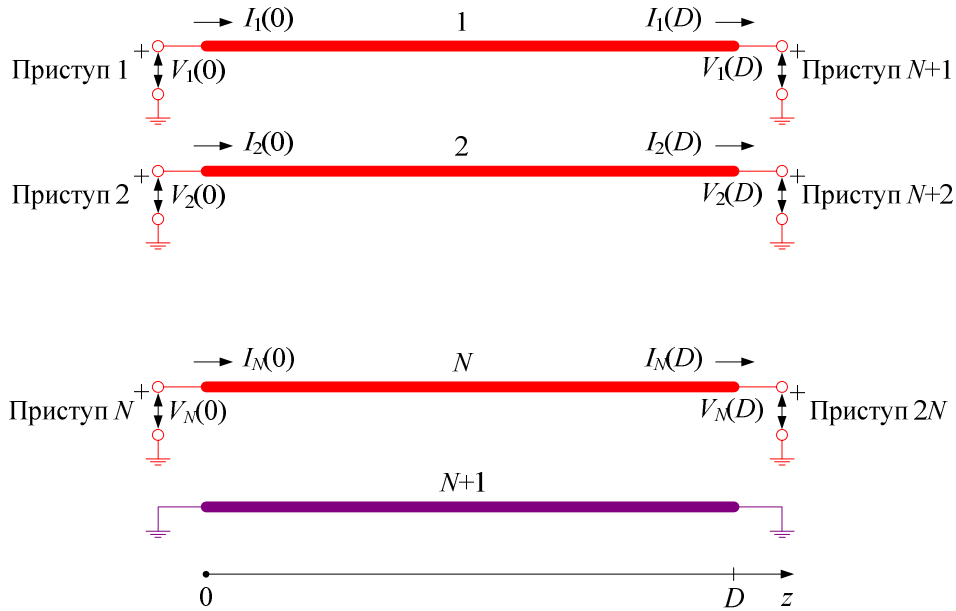
импедансна матрица вишепроводничког вода. На сличан начин се показује да је

$$[Y] = \begin{bmatrix} [S_I] & -[S_I][E] \\ -[S_I][E] & [S_I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [S_V] & [S_V][E] \\ [S_V][E] & [S_V] \end{bmatrix}^{-1} = [Z]^{-1} \quad (3.62)$$

адмитансна матрица. **Напомена:** На основу трансформација из поглавља 4 могу се одредити и други матрични параметри ове мреже (на пример, параметри расејања или каскадни параметри).

²⁴ Под условом да у колу не постоји нерегуларна веза између улаза и излаза вода која би у пракси довела до појаве антенског мода на вишепроводничкој структури.

²⁵ Нумерација приступа није стандардизована. На пример, приступи се могу нумерисати у смеру супротном од смера кретања казаљке часовника (приступ $2N$ са слике 3.28 би тада био нумерисан као $N+1$...). Још једна честа могућност је да се узимају прво приступи који су на једном врућем проводнику, па на другом итд. (Приступ $N+1$ са слике 3.28 би тада био нумерисан као 2, приступ 2 као 3, приступ $N+2$ као 4...).



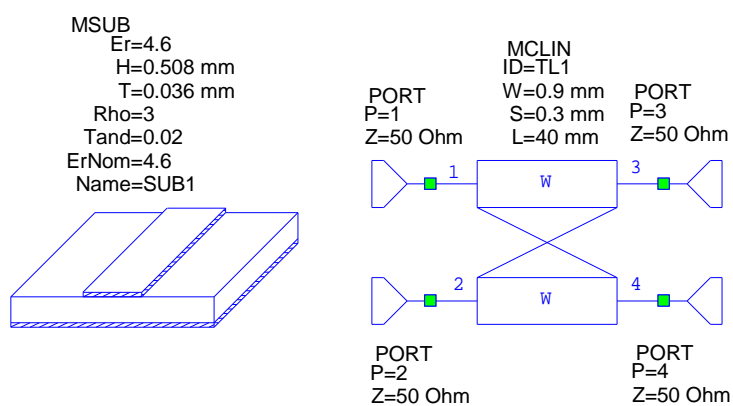
Слика 3.19. Вишепроводнички вод као мрежа са $2N$ приступа.

Пример. Нека су дужине спрегнутих микротракастих водова са слике 3.17 $D = 40 \text{ mm}$. Остали подаци су $w = 0,9 \text{ mm}$, $h = 0,508 \text{ mm}$, $s = 0,3 \text{ mm}$, $t = 36 \mu\text{m}$, $\epsilon_r = 4,6$, $\text{tg } \delta = 0,02$ и $\sigma_p = 14 \text{ MS/m}$. Користећи се неким од софтвера за анализу микроталасних кола одредити параметре расејања²⁶ спрегнутих водова, посматраних као мрежа са 4 приступа. Номиналне импедансе свих приступа су $Z_0 = 50 \Omega$.

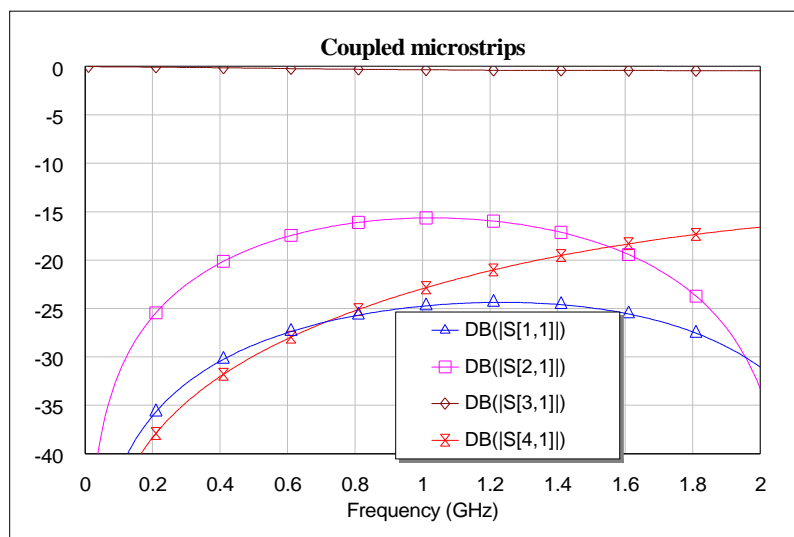
Решење. На слици 3.20а је приказана електрична шема у програму Microwave Office помоћу које се могу одредити ови параметри. На шеми су дефинисани подаци са супстрат (FR-4): релативна пермитивност (ϵ_r), дебљина диелектрика (H), дебљина метализације (T), релативна специфична отпорност у односу на злато (R_{ho} , $\sigma_{\text{Au}} = 41 \text{ MS/m}$) и тангенс угла губитака (Tand). Спрегнути симетрични микротракасти водови су моделовани елементом MCLIN. Тај модел се заснива на апроксимативним формулама у затвореном облику (мада у програму постоје и други модели, од којих је један заснован на програму Linrag). Приступ мреже је дефинисан симболом PORT. Нумерација приступа одговара оној на слици 3.19. Водови су симетрични, па је мрежа симетрична и $s_{11} = s_{22} = s_{33} = s_{44}$. Због симетрије и реципроцитета је $s_{21} = s_{12} = s_{43} = s_{34}$, $s_{31} = s_{13} = s_{42} = s_{24}$ и $s_{41} = s_{14} = s_{32} = s_{23}$. Стога је, од укупно 16 s -параметара, довољно приказати 4 параметра. На слици 3.20б су приказани модули s -параметара (у децибелима) у функцији учестаности. Посматрана мрежа је добро прилагођена (кофицијент рефлексије s_{11} је мањи од око -24 dB). Када се мрежа побуди на приступу 1, главни део енергије иде на приступ 3 (кофицијент трансмисије

²⁶ За дефиницију параметара расејања и номиналне импедансе видети литературу [Ђорђе06] или поглавље 4 ове књиге.

s_{21} је само мало мањи од 0 dB). Део енергије се губи у проводницима и диелектрику, а део се појављује на приступима 2 и 4. На 1 GHz је пренос до приступа 2 за око 7,5 dB већи од преноса до приступа 4. Стога посматрана мрежа представља усмерени спрежњак, али му је директивност веома лоша (7,5 dB)²⁷.



(a)



(б)

Слика 3.20. Параметри расејања два спрегнута микротракаста вода.

²⁷ Лоша директивност је последица различитих брзина простирања парног и непарног мода, што се може компензовати додавањем капацитивности између врућих трака на почетку и крају вода, као на слици 3.2.

3.3. Неке карактеристичне мреже начињене од вишепроводничких водова

3.3.1. Матрични параметри вишепроводничког вода без губитака са хомогеним диелектриком

Надаље ћемо посматрати само водове са хомогеним диелектриком и занемарљивим губицима. Анализираћемо неке случајеве који ће нам бити од значаја као основ за пројектовање филтара (поглавље 8).

Ако је диелектрик вода хомоген, а губици занемарљиви, тада су модови дегенерисани, сви коефицијенти простирања су једнаки $\gamma = j\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu_0}$ и важе једначине (3.41), (3.43) и (3.44). Тада је и $[E] = [1]\exp(-j\beta D) = [1]e$, где смо увели ознаку $e = \exp(-j\beta D)$.

Ако усвојимо да је $[S_I] = [1] A$, тада је $[S_V] = [Z_c]$ (изостављена је јединица волт).

Релација (3.61) сада гласи $[Z] = \begin{bmatrix} [Z_c] & e[Z_c] \\ e[Z_c] & [Z_c] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [1] & -e[1] \\ -e[1] & [1] \end{bmatrix}^{-1}$. Инверзија матрице

$\begin{bmatrix} [1] & -e[1] \\ -e[1] & [1] \end{bmatrix}$ је лака: $\begin{bmatrix} [1] & -e[1] \\ -e[1] & [1] \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{1-e^2} \begin{bmatrix} [1] & e[1] \\ e[1] & [1] \end{bmatrix}$, па је импедансна матрица вода посматраног као мрежа са $2N$ приступа (слика 3.19) дата изразом

$$[Z] = \frac{1}{1-e^2} \begin{bmatrix} (1+e^2)[Z_c] & 2e[Z_c] \\ 2e[Z_c] & (1+e^2)[Z_c] \end{bmatrix} = \frac{1}{j \sin(\beta D)} \begin{bmatrix} \cos(\beta D)[Z_c] & [Z_c] \\ [Z_c] & \cos(\beta D)[Z_c] \end{bmatrix}, \quad (3.63)$$

који је аналоган изразу за импедансну матрицу двопроводничког вода, $\frac{Z_c}{j \sin(\beta D)} \begin{bmatrix} \cos(\beta D) & 1 \\ 1 & \cos(\beta D) \end{bmatrix}$. На сличан начин се доказује да је адмитансна матрица

$$[Y] = \frac{1}{j \sin(\beta D)} \begin{bmatrix} \cos(\beta D)[Y_c] & -[Y_c] \\ -[Y_c] & \cos(\beta D)[Y_c] \end{bmatrix}. \quad (3.64)$$

3.3.2. Вишепроводнички вод кратко спојен или отворен на једном крају

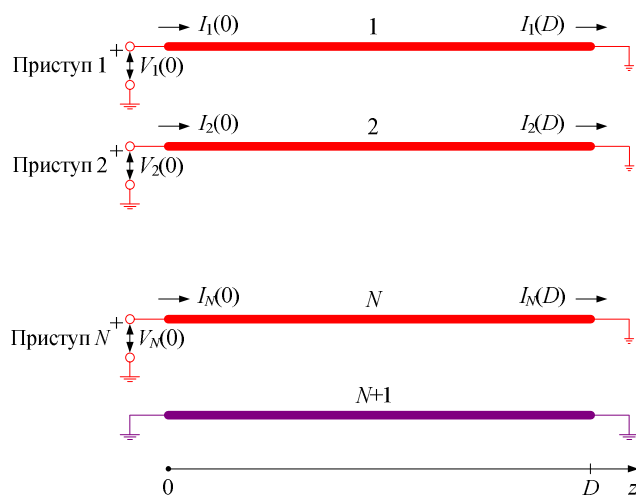
Посматрајмо вишепроводнички вод са хомогеним диелектриком и без губитака, приказан на слици 3.21. На једном крају су сви врући проводници везани за референтни проводник (уземљени). На другом крају се налазе приступи (по један између сваког врућег проводника и масе). Вод посматрамо као мрежу са N приступа.

На основу дефиниције адмитансне матрице, између струја и напона мреже са слике 3.19 важи релација је $\begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} [V(0)] \\ [V(D)] \end{bmatrix}$. Матрица $[Y]$ је у посматраном случају вода без губитака са хомогеним диелектриком дата релацијом (3.64), па је

$$\begin{bmatrix} [I(0)] \\ [-I(D)] \end{bmatrix} = \frac{1}{j \sin(\beta D)} \begin{bmatrix} \cos(\beta D) [Y_c] & -[Y_c] \\ -[Y_c] & \cos(\beta D) [Y_c] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V(0)] \\ [V(D)] \end{bmatrix}$$
.

Вод са слике 3.21 је кратко спојен на десном крају, па је $[V(D)] = [0]$. Стога је $[I(0)] = \frac{\cos(\beta D)}{j \sin(\beta D)} [Y_c] [V(0)]$.

Очигледно, адмитансна матрица мреже са слике 3.21 је $[Y] = \frac{1}{j \operatorname{tg}(\beta D)} [Y_c]$.

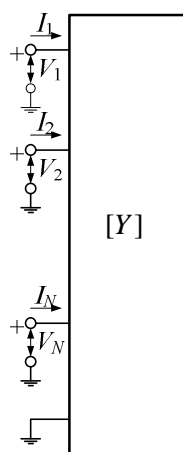


Слика 3.21. Кратко спојени вишепроводнички вод као мрежа са N приступа.

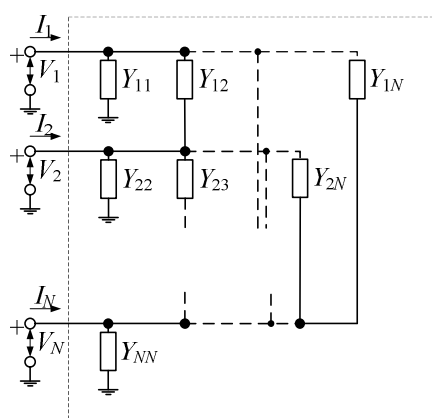
Направићемо једну дигресију до класичне теорије кола. Посматрајмо линеарну пасивну реципрочну мрежу са $N+1$ прикључком, приказану на слици 3.22а. Један прикључак усвајамо за референтни („масу“), а између сваког од преосталих („врџих“) прикључака и референтног дефинишемо по један приступ. Нека је адмитансна матрица

ове мреже (при једној учестаности) $[Y] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1N} \\ y_{12} & y_{22} & \cdots & y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{1N} & y_{2N} & \cdots & y_{NN} \end{bmatrix}$. Због реципроцитета је

матрица $[Y]$ симетрична ($y_{mn} = y_{nm}$). За мрежу са слике 3.22а могуће је синтетизовати еквивалентну мрежу (при посматраној учестаности) која је сачињена само од „обичних“ елемената (са два прикључка, односно са једним приступом).



(a)



(б)

Слика 3.22. (а) Пасивна реципрочна мрежа са N приступа и (б) еквивалентна шема са елементима са једним приступом.

Општа топологија мреже којом се остварује оваква синтеза је полигон²⁸. Полигон (слика 3.22б) је мрежа која има N врућих чворова и референтни чвор (масу), а састоји се од елемената са једним приступом (грана) који повезују сваки врући чвор са референтним чвором, као и свака два врућа чвора. Стога полигон има укупно $\frac{N(N+1)}{2}$ елемената (грана). Адмитанса елемента који спаја вруће чворове m и n је $Y_{mn} = -y_{mn}$, где је y_{mn} елемент у врсти m и колони n матрице $[Y]$. Адмитанса елемента који спаја

²⁸ Веза у N -токраку звезду (са оточним гранама које спајају вруће чворове и масу) није генерална. Једино се у случају $N = 3$ звезда и полигон могу еквивалентирати.

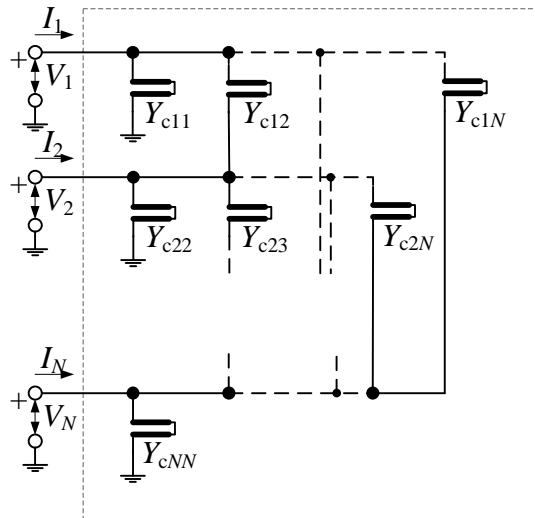
врући чвор m и масу је $Y_{mm} = \sum_{n=1}^N y_{mn}$, тј. једнака је збиру елемената у m -тој врсти матрице²⁹ $[Y]$.

У случају мреже са слике 3.21, адмитансе свих елемената еквивалентне шеме (на слици 3.22б) су облика $\frac{\text{const}}{j \text{tg}(\beta D)}$, где је const ненегативна константа³⁰. Стога се сваки

елемент еквивалентне шеме може реализовати као кратко спојени двопроводнички вод, дужине D , чији је фазни коефицијент исти као за посматрани вишепроводнички вод.

Карактеристичне адмитансе водова су $Y_{cmm} = c \sum_{n=1}^N b'_{mn} = \sum_{n=1}^N \bar{Y}_{cmm}$, $m = 1, \dots, N$, односно

$Y_{cnn} = -cb'_{nn} = -\bar{Y}_{cnn}$, $m, n = 1, \dots, N, m \neq n$, где су b'_{mn} елементи матрице $[B']$, а \bar{Y}_{cmm} елементи матрице $[Y_c]$. Еквивалентна мрежа изгледа као на слици 3.23, а еквиваленција важи за било коју учестаност.



Слика 3.23. Еквивалентна шема са обичним водовима за вишепроводнички вод са слике 3.21.

Напоменимо да је практична реализација шеме са слике 3.23 скопчана са тешкоћама, због паразитних ефеката „пливајућих“ водова у гранама које спајају вруће

²⁹ Овај поступак је идентичан прелазу у електростатици од матрице $[B]$ на делимичне капацитивности.

³⁰ Свака константа је облика cc'_{mn} , где је c брзина простирања, а c'_{mn} делимична подужна капацитивност, која је увек ненегативна.

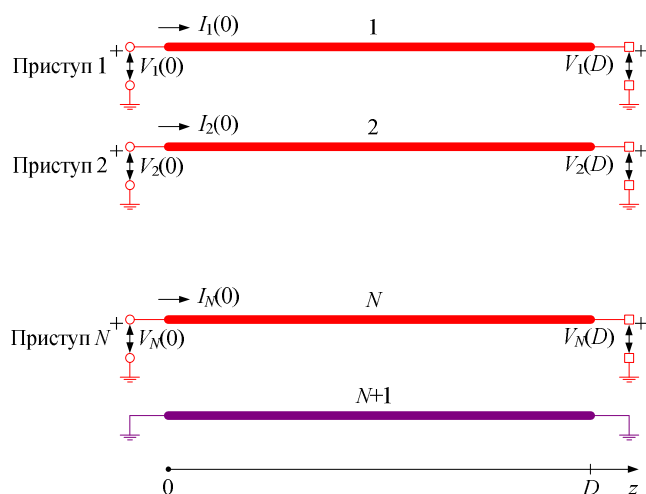
чворове³¹. Таквих потешкоћа нема у реализацији вишепроводничког вода са слике 3.21, па се таква (или слична) структура често употребљава за конструкцију микроталасних филтара.

На сличан начин се може одредити еквивалентна мрежа за вишепроводнички вод који је отворен на једном крају (слика 3.24а). Идући дуалним путем у односу на пример са слике 3.21, добијамо да је импедансна матрица мреже са слике 3.24а

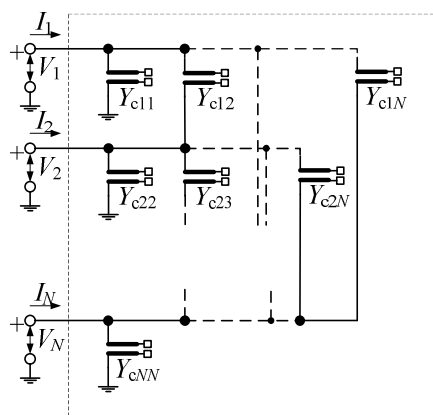
$$[Z] = \frac{1}{j \operatorname{tg}(\beta D)} [Z_c].$$
 Међутим, синтеза еквивалентне мреже полази од адмитансне

матрице, односно $[Y] = [Z]^{-1} = j \operatorname{tg}(\beta D) [Z_c]^{-1} = j \operatorname{tg}(\beta D) [Y_c]$. Водови у еквивалентној шеми су такође отворени, а карактеристичне адмитансе су им исте као за водове са слике 3.23.

³¹ Већина практичних водова су асиметрични и имају добро дефинисану масу (на пример, коаксијални вод и микротракасти вод). Стога нема потешкоћа да се реализују водови у гранама које спајају вруће чворове и масу.



(a)

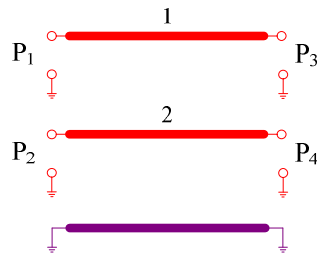


(б)

Слика 3.24. (а) Отворени вишепроводнички вод као мрежа са N приступа и (б) еквивалентна шема са обичним водовима.

3.3.3. Неке карактеристичне мреже начињене од водова са два сигнална проводника

Размотрићемо још неке еквивалентне шеме спрегнутих водова које се употребљавају у пројектовању микроталасних филтара. Посматраћемо два спрегнута вода. Слика 3.19 се сада редукује на слику 3.25. Приступи мреже означени су као P_1 , P_2 , P_3 и P_4 . Циљ је да од њих формирамо разне мреже са два приступа. (Сличну редукацију броја приступа већ смо урадили код вишепроводничког вода.)

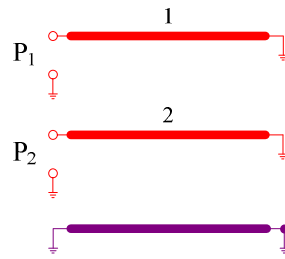


Слика 3.25. Два спрегнута вода као мрежа са четири приступа.

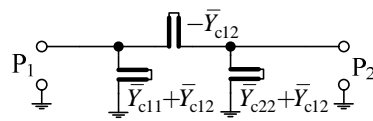
У посебном случају $N = 2$, мреже са слика 3.21 и 3.24а прелазе у мреже са слика 3.26а, односно 3.27а. Приступи мрежа означени су као P_1 и P_2 . Мрежа са слике 3.26 је основна ћелија чешљастиг филтра, о коме ће бити речи у осмом поглављу.

Одговарајуће еквивалентне мреже су приказане на сликама 3.26б и 3.27б, респективно. Те мреже су π -шеме. Оне се могу трансфигурисати у Т-шеме (на пример, на основу израза за трансфигурацију троугла у трокраку звезду). Тиме се добијају еквивалентне шеме са слике 3.26в, односно 3.27в.

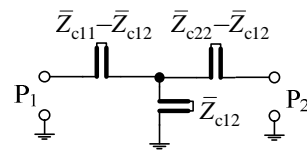
Модули и фазе параметра расејања су приказани на сликама 3.26г, односно 3.27г, за пар симетричних спрегнутих водова који су дугачки $\lambda_g / 4$ при учестаности $f_0 = 1 \text{ GHz}$, а чије су парна и непарна карактеристична импеданса $Z_e = 100 \Omega$, односно $Z_o = 25 \Omega$. Номиналне импедансе приступа су $Z_0 = 50 \Omega$. Мреже су симетричне, па је $s_{11} = s_{22}$. Уочити да је коефицијент трансмисије (s_{21}) на учестаности f_0 једнак нули. Мрежни параметри спрегнутих водова са хомогеним диелектриком и без губитака су периодични, са периодом $4f_0$, што се види из релација (3.63) и (3.64). Период неких параметара је $2f_0$, а неких је $4f_0$. То објашњава периодичност кривих са слика 3.26г и 3.27г, која ће се видети и у осталим примерима који следе у овом одељку.



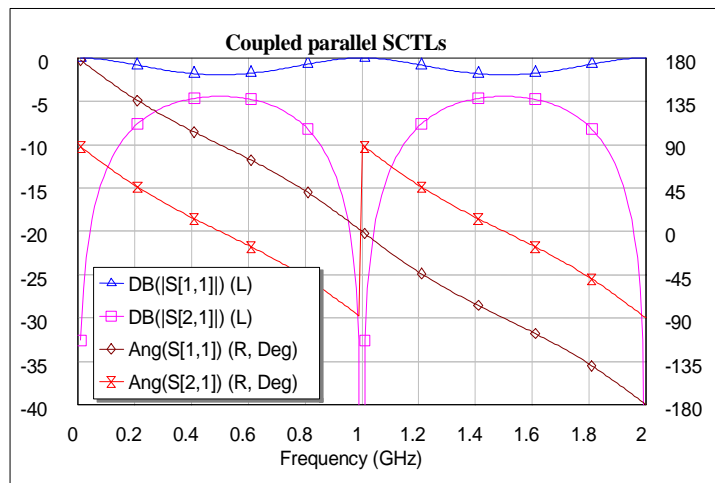
(a)



(б)

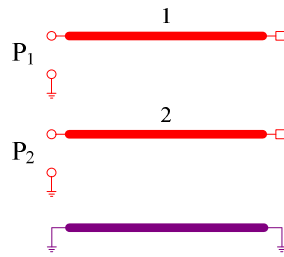


(в)

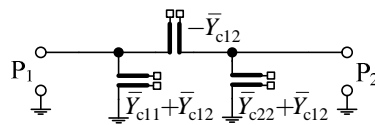


(г)

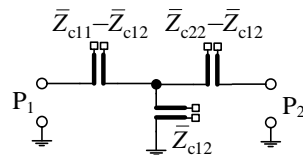
Слика 3.26. (а) Кратко спојени пар спрегнутих водова као мрежа са два приступа, (б) и (в) еквивалентне шеме са обичним водовима и (г) параметри расејања.



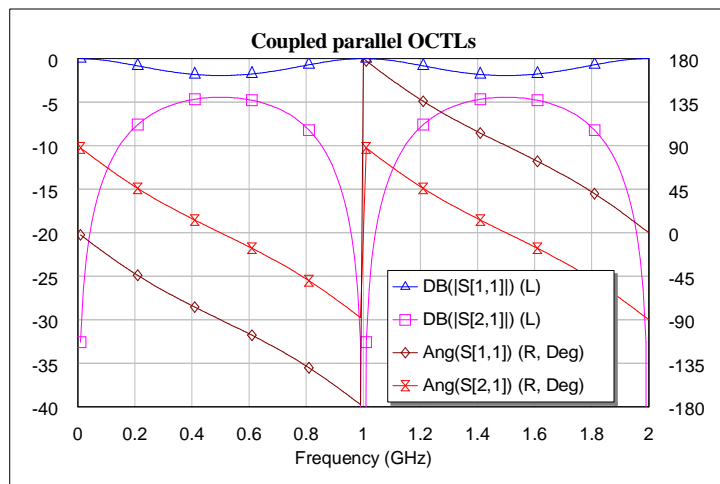
(a)



(б)



(в)



(г)

Слика 3.27. (а) Отворени пар спрегнутих водова као мрежа са два приступа, (б) и (в) еквивалентне шеме са обичним водовима и (г) параметри расејања.

Усвојимо усклађене референтне смерове напона и струја на сваком приступу мреже са слике 3.25. Импедансна матрица и адмитансна матрица ове мреже су посебни случајеви релација (3.63), односно (3.64), за $N = 2$. На основу тих израза можемо писати у развијеном облику

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{j \sin(\beta D)} \begin{bmatrix} \bar{Z}_{c11} \cos(\beta D) & \bar{Z}_{c12} \cos(\beta D) & \bar{Z}_{c11} & \bar{Z}_{c12} \\ \bar{Z}_{c12} \cos(\beta D) & \bar{Z}_{c22} \cos(\beta D) & \bar{Z}_{c12} & \bar{Z}_{c22} \\ \bar{Z}_{c11} & \bar{Z}_{c12} & \bar{Z}_{c11} \cos(\beta D) & \bar{Z}_{c12} \cos(\beta D) \\ \bar{Z}_{c12} & \bar{Z}_{c22} & \bar{Z}_{c12} \cos(\beta D) & \bar{Z}_{c22} \cos(\beta D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

и

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{j \sin(\beta D)} \begin{bmatrix} \bar{Y}_{c11} \cos(\beta D) & \bar{Y}_{c12} \cos(\beta D) & -\bar{Y}_{c11} & -\bar{Y}_{c12} \\ \bar{Y}_{c12} \cos(\beta D) & \bar{Y}_{c22} \cos(\beta D) & -\bar{Y}_{c12} & -\bar{Y}_{c22} \\ -\bar{Y}_{c11} & -\bar{Y}_{c12} & \bar{Y}_{c11} \cos(\beta D) & \bar{Y}_{c12} \cos(\beta D) \\ -\bar{Y}_{c12} & -\bar{Y}_{c22} & \bar{Y}_{c12} \cos(\beta D) & \bar{Y}_{c22} \cos(\beta D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}, \quad (3.66)$$

где су \bar{Z}_{cmm} елементи матрице $[Z_c]$, а \bar{Y}_{cmm} елементи матрице $[Y_c]$.

На основу ових израза може се доказати још еквиваленција.

На слици 3.28а је приказана мрежа са два приступа која је добијена од мреже са слике 3.25 тако што су два њена приступа (P_2 и P_3) отворена. Тада је, за мрежу са слике 3.25, $I_2 = 0$ и $I_3 = 0$, па се за преостала два приступа (означена као P_1 и P_2 на сл.

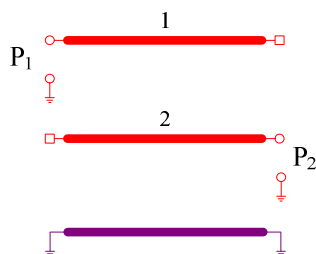
3.28а) из (3.65) директно добија $\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{j \sin(\beta D)} \begin{bmatrix} \bar{Z}_{c11} \cos(\beta D) & \bar{Z}_{c12} \\ \bar{Z}_{c12} & \bar{Z}_{c22} \cos(\beta D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$.

Посматрајмо упоредо мрежу са слике 3.28б. Вод у средини шеме (за $D = \lambda_g / 4$) је инвертор (четвртталасни трансформатор). Дужина свих водова је D , а фазни коефицијент исти као за спрегнуте водове са слике 3.28а. Улазна импеданса гледано са приступа 1 када је приступ 2 отворен је $-jZ_{c1} \operatorname{ctg}(\beta D) - jZ_c \operatorname{ctg}(\beta D) = -j(Z_{c1} + Z_c) \operatorname{ctg}(\beta D)$, што је импедансни параметар z_{11} . Слично томе је $z_{22} = -j(Z_{c2} + Z_c) \operatorname{ctg}(\beta D)$. Преносни импедансни параметар се добија, на пример, тако што се мрежа побуди идеалним струјним генератором струје I_g на приступу 1, а приступ 2 је отворен. Напон на улазу инвертора је $-jI_g Z_c \operatorname{ctg}(\beta D)$, па је напон на излазу инвертора (исто што и напон на

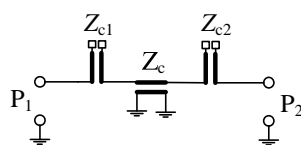
другом приступу) једнак $\frac{-jI_g Z_c \operatorname{ctg}(\beta D)}{\cos(\beta D)} = \frac{I_g Z_c}{j \sin(\beta D)}$. Одавде је $z_{12} = \frac{Z_c}{j \sin(\beta D)}$.

Упоредивањем z -параметара две мреже види се да еквиваленција постоји под условима да је $Z_c = \bar{Z}_{c12}$ (тј. карактеристична импеданса инвертора једнака је међусобном члану у матричној карактеристичној импеданси спрегнутих водова), $Z_{c1} = \bar{Z}_{c11} - \bar{Z}_{c12}$ (тј. карактеристична импеданса првог отвореног огранка једнака је разлици сопственог и међусобног члана) и $Z_{c2} = \bar{Z}_{c22} - \bar{Z}_{c12}$. У посебном случају, ако су спрегнути водови симетрични ($\bar{Z}_{c11} = \bar{Z}_{c22}$), и еквивалентна мрежа је симетрична, а карактеристичне импедансе секција се могу написати преко парне и непарне карактеристичне импедансе у

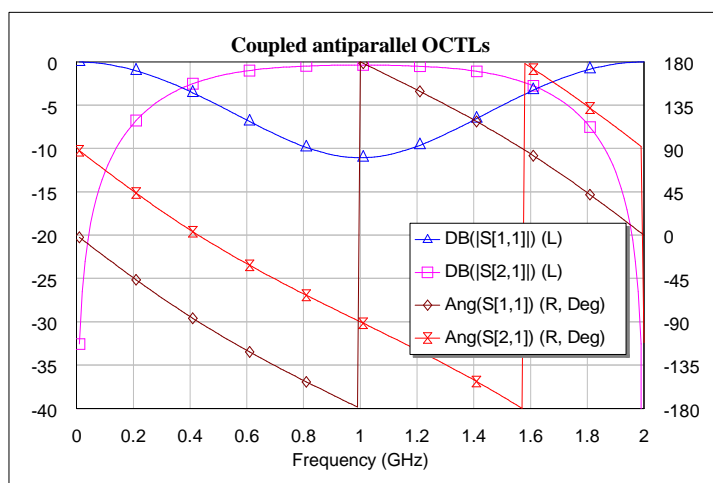
облику $Z_c = (Z_e - Z_0)/2$ и $Z_{c1} = Z_{c2} = Z_0$. На слици 3.28в приказани су параметри расејања за исте параметре водова као на слици 3.26.



(a)



(б)



(в)

Слика 3.28. (а) Пар отворених спрегнутих водова са унакрсним приступима као мрежа са два приступа, (б) еквивалентна шема са обичним водовима и (в) параметри расејања.

Мрежа са слике 3.28а је филтар пропусник опсега, али веома благих бокова. Према еквивалентној шеми са слике 3.28б, на централној учестаности, када је дужина свих водова једнака четвртини таласне дужине, редно везани огранци представљају кратке спојеве. Стога остаје само инвертор. Да би на централној учестаности прилагођење било идеално ($s_{11} = s_{22} = 0$), карактеристична импеданса инвертора треба да буде $Z_c = Z_0$.

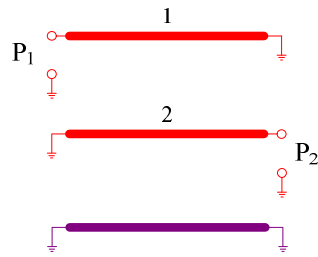
односно $Z_c - Z_o = 2Z_o$. Претпоставимо да је тај услов остварен. Селективност филтра се може повећати повећавањем карактеристичне импедансе редно везаних отворених водова. Дакле, треба повећати и парну, и непарну карактеристичну импедансу, али тако да је $Z_c - Z_o = 2Z_o$. Међутим, то је практично неостварљиво у техници микротракастих или тракастих водова, где је тешко направити карактеристичне импедансе веће од око 100Ω . С обзиром на то да су параметри расејања периодичне функције учестаности (основни период за посматрани пример је 2 GHz), овакав филтар има низ паразитних пропусних опсега (чије су централне учестаности 3 GHz , 5 GHz ,...).

На сличан начин (дуално) доказује се еквиваленција са слике 3.29, где је $Y_c = -\bar{Y}_{c12}$, $Y_{c1} = \bar{Y}_{c11} + \bar{Y}_{c12}$ и $Y_{c2} = \bar{Y}_{c22} + \bar{Y}_{c12}$ ³². На слици 3.29в су приказани параметри расејања.

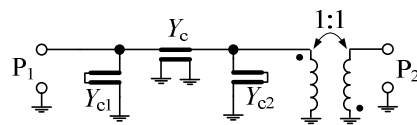
Мреже са слика 3.27 и 3.28 су основне ћелије од којих се формирају неки микроталасни филтри са спрегнутим резонаторима, о којима ће бити речи у поглављу 8. Фаза преносне карактеристике прве мреже при 1 GHz је $-\pi/2$, а друге мреже је $\pi/2$.

Ако су, према ознакама на слици 3.25, приступи на месту 1 и 3, приступ 2 отворен, а приступ 4 кратко спојен (слика 3.30а), еквивалентна мрежа се састоји од инвертора и оточно везаног отвореног огранка (слика 3.30б), при чему је $Z_c = \bar{Z}_{c11}$ и $Y_{c2} = \bar{Y}_{c21}^2 / \bar{Y}_{c22}$. Дуално, огранак може бити кратко спојен и редно везан (слика 3.30в), при чему је $Y_c = \bar{Y}_{c22}$ и $Z_{c1} = \bar{Z}_{c21}^2 / \bar{Z}_{c11}$. Ова мрежа је филтар непропусник опсега, што се види са слике 3.30г. Мрежа је без губитака, па је $|s_{11}| = |s_{22}|$, али су аргументи ових параметара различити. Филтар има и паразитне непропусне опсега на 3 GHz , 5 GHz ,...

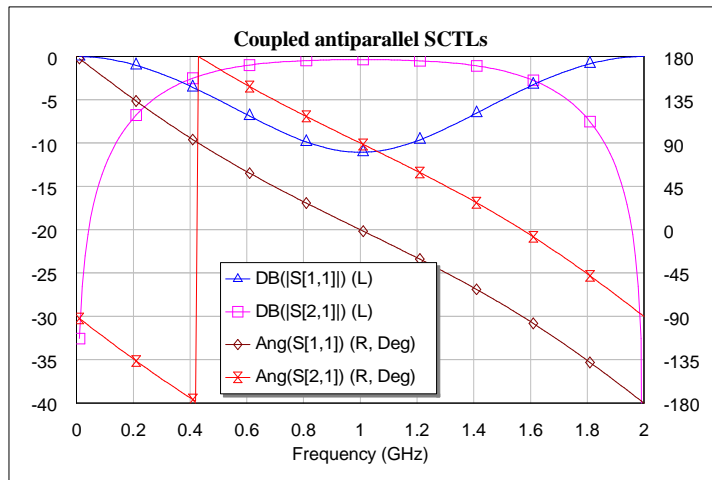
³² Јединични трансформатор на слици 3.29б је потребан да би било $Y_c > 0$, јер је $\bar{Y}_{c12} = cb'_{12} < 0$.



(a)

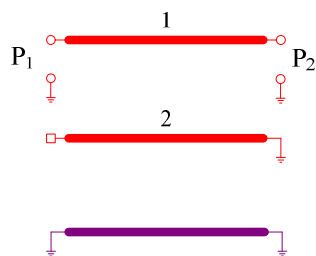


(б)

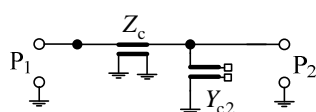


(в)

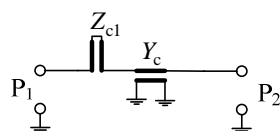
Слика 3.29. (а) Пар кратко спојених спрегнутих водова са унакрсним приступима као мрежа са два приступа, (б) еквивалентна шема са обичним водовима и (в) параметри расејања.



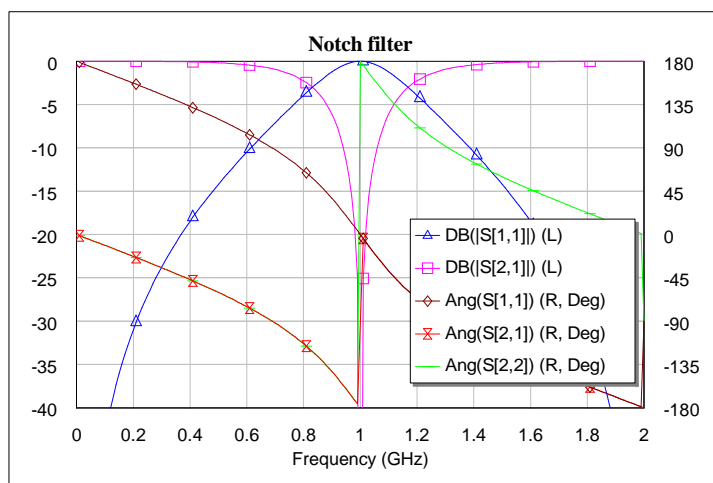
(a)



(б)



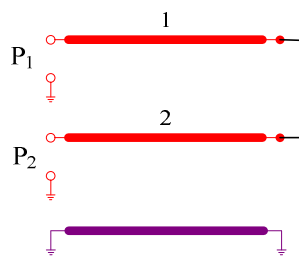
(в)



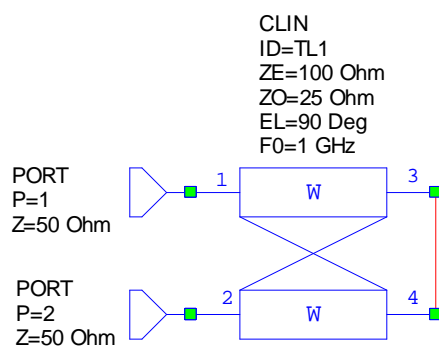
(г)

Слика 3.30. (а) Проточни вод са спрегнутим резонатором као мрежа са два приступа, (б) и (в) еквивалентне шеме са обичним водовима и (г) параметри расејања.

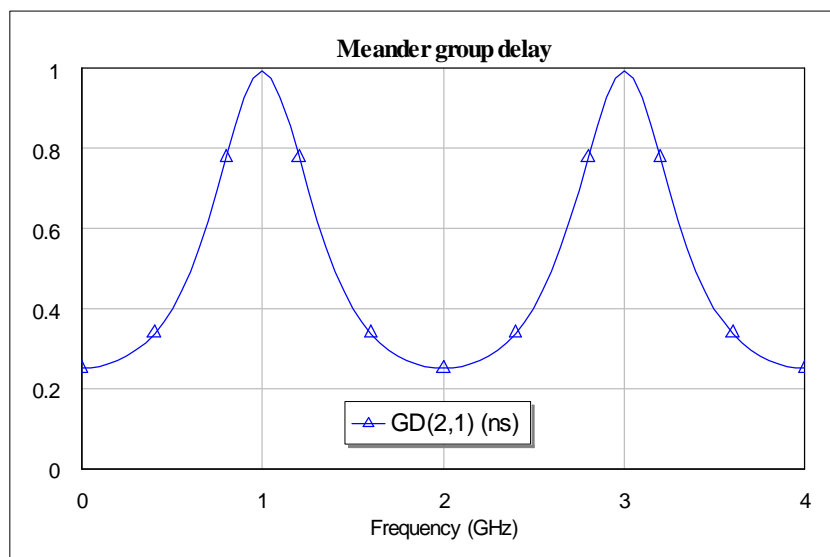
Постоје и друге могућности како да се од мреже са слике 3.25 направи мрежа са два приступа. На пример, ако су нови приступи 1 и 2, а приступи 3 и 4 се преспоје (међусобно кратко споје), као на слици 3.31а, добија се меандрирани вод. Шема у програму Microwave Office приказана је на слици 3.31б. Употребљен је идеални елемент: пар симетричних спрегнутих водова, који се задаје својом парном и непарном карактеристичном импедансом. Дужина водова једнака је четвртини таласне дужине при учестаности 1 GHz (електрична дужина је $\beta D = \pi/2$, односно 90°). Ако је номинална импеданса приступа $Z_0 = \sqrt{Z_e Z_o}$, коефицијенти рефлексије вода су $s_{11} = s_{22} = 0$ при свим учестаностима, а модул коефицијента трансмисије је $|s_{21}| = 1$ (односно 0 dB). Меандрирани вод није селективан по учестаности, али му групно кашњење наизменично расте и опада у функцији учестаности, што је приказано на слици 3.31в. Стога се меандар може употребити као коректор групног кашњења.



(a)



(б)



(в)

Слика 3.31. Меандрирани вод.

4. Решавање микроталасних кола

Теорија електричних кола је по својој суштини и природи подскуп теорије електромагнетских поља. Концепти и теорија електричних кола представљају посебан случај, поједностављену верзију, концепата и теорије електромагнетских поља. Када је промена електромагнетских извора у времену релативно спора, односно када коло ради на релативно ниским учестаностима, димензије направе су значајно мање од таласне дужине, тако да је електромагнетско поље квазистационарно, па је решавање електромагнетског проблема обично могуће упростити свођењем на решавање електричног кола. Практично, то значи да решавање Максвелових једначина замењујемо решавањем једноставнијих једначина електричног кола. Овакав приступ се проширује и на неке случајеве када је величина направе реда величине таласне дужине.

Микроталасно коло је поједностављена представа направе или склопа који раде на микроталасним учестаностима. Коло се образује тако што се направа дели на области које представљамо подесно описаним микроталасним мрежама или елементима. Кључна предност овог концепта је да радимо са скаларним величинама, а не са векторима поља. Анализа микроталасног кола је рачунарски мање захтевна и обавља се за краће време у поређењу са електромагнетском (ЕМ) анализом у којој се решавају Максвелове (или неке друге) једначине електромагнетског поља. Резултат анализе микроталасног кола обично има мању тачност у односу на резултат ЕМ анализе. Микроталасни практичар или истраживач треба да донесе компромисну одлуку, између трајања анализе и тачности резултата, када се опредељује за анализу микроталасне направе или склопа. По правилу, у почетној фази пројектовања се анализира микроталасно коло, па се у завршним фазама прелази на тачнију ЕМ анализу.

У наредним одељцима ћемо сажето изложити основне поставке анализе микроталасних кола које су од интереса за микроталасног практичара.

4.1. Основни појмови о електричном колу

Електрично коло или електрична мрежа је веза електричних елемената као што су отпорник, кондензатор, калем, трансформатор или секција вода. Строго гледано, мрежа

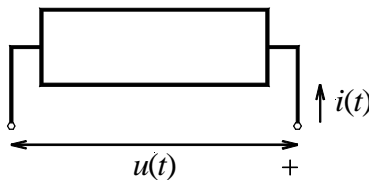
је коло из кога су извучени крајеви преко којих је могуће даље повезивање. У пракси се често појам коло (circuit) користи као синоним за мрежу (network).

Електрични елемент је основни део кола којим се описује једна физичка појава у једном делу система који се посматра. На пример, отпорник представља напору (део система) у којој се претвара електрична енергију у неелектрични облик (рецимо, топлоту). Елемент је идеализација физичких својстава и процеса реалне компоненте. Формално, елемент је објекат из кога су извучена два или више крајева (terminals) на којима се јављају струје и између којих се јављају напони.

Електрични приступ (port) је пар крајева елемента такав да су струје које постоје у крајевима исте јачине, а различитих смерова: смер струје једног краја је ка елементу, док је смер струје другог краја од елемента. Елемент може имати један или више приступа. Ако посматрамо физичку мрежу, крајеви који чине приступ треба да буду блиско постављени у простору (на растојању много мањем од таласне дужине). Приступ микроталасног кола представља дефинисана трансверзална равна (попречни пресек) вода или таласовода који је део тог кола и посредством кога је коло спојено са околином. Сваком микроталасном приступу формално се може придружити пар прикључака, напон и струја, тако што се део вода или таласовода представи еквивалентним водом.

Еквивалентне мреже, у односу на приступе, су мреже са истим бројем приступа, такве да једна мрежа може да се замени другом, а да се напони и струје приступа не промене, без обзира на остатак кола у коме се посматрана мрежа налази.

Стандардни смерови приступа су референтни смерови напона и струје као на слици 4.1, а још се називају и придружени, или усаглашени, или усклађени.



Слика 4.1. Стандардни (усаглашени) смерови приступа.

Тренутна снага (улазна снага) коју приступ прима је производ тренутних напона и струје за стандардне смерове са слике 4.1. Овако дефинисана снага је тренутна улазна снага приступа, јер су напони и струје на слици функције времена.

Једначине елемента су скуп (систем) алгебарско-диференцијалних једначина које повезују напоне и струје приступа. Једначине елемента се још називају карактеристике елемента, дефиниционе једначине или конститутивне једначине. Коефицијенти у једначинама елемента се зову параметри или вредности елемента. Уместо једначина, елемент се може описати табелама података који су резултат симулација или мерења. Скуп свих математичких описа, физичких претпоставки и других усвојених својстава елемента чини модел тога елемента.

Елемент је линеаран ако је описан хомогеним линеарним алгебарско-диференцијалним једначинама. Ако су коефицијенти једначина константни, елемент је временски непроменљив. Ми ћемо се у овом поглављу бавити колима чији су елементи линеарни и временски непроменљиви (LTI, linear time-invariant).

Једначине повезивања су Кирхофови закони за струје и напоне, и оне не зависе од врсте (природе) елемената. Једначине кола су систем једначина повезивања и једначина

елемената. Решити коло значи одредити напоне и струје свих приступа елемената. Број непознатих у једначинама кола је двоструко већи од броја приступа (јер сваком приступу формално одговарају две променљиве – један напон и једна струја).

Електрична шема (schematic) је сликовна представа кола, елемената и повезивања. Модерни софтверски алати користе различите графичке ознаке за елементе, крајеве и приступе, о чему се мора водити рачуна када се коло задаје и анализира помоћу рачунара.

Нетлиста (netlist) је текстуална представа кола и обично се образује у језику (script) који дефинише софтверски алат за анализу кола. На овај начин се некада задају описи делова кола (subcircuits) или описи комерцијалних компоненти (device models).

Библиотека елемената је именовани скуп сродних елемената са свим потребним описима (графички симбол, модел итд.). Библиотеке често образују произвођачи комерцијалних компоненти.

4.1.1. Устаљен одзив на простопериодичну побуду

У микроталасној пракси су честа кола са линеарним временски непроменљивим елементима или компонентама које се могу приближно сматрати линеарним у посматраним радним условима. Такође, од посебног интереса је анализа кола у коме делују извори простопериодичне побуде.

Посматрајмо коло у коме делују простопериодични извори исте учестаности и претпоставимо да су после довољно дуго времена сви напони и струје у колу простопериодични на учестаности извора. Тада кажемо да је одзив простопериодичан, односно да је стање у коме је коло устаљено.

Простопериодичан одзив (тј. напоне и струје приступа) најчешће одређујемо помоћу комплексних представника напона и струја. У литератури се комплексни представници често зову фазори (phasor). Основна замисао увођења комплексних представника је пресликавање алгебарско-диференцијалног система једначина кола у систем линеарних једначина које се једноставније решавају.

У овој књизи комплексне представнике образујемо помоћу ефективних вредности, $a(t) = \sqrt{2}A \cos(\omega t + \alpha) \leftrightarrow a = Ae^{j\alpha}$, а полазимо од косинусне представе простопериодичне величине. У литератури постоји и друкчије образовање комплексних представника у којима се полази од амплитуда или од синусне представе простопериодичне величине.

Количник комплексних представника (општије, њихових линеарних хомогених комбинација) је функција мреже устаљеног одзива, која се уобичајено назива фреквенцијски одзив. Количник напона и струје на истом приступу је импеданса, а количник струје и напона је адмитанса. Импеданса и адмитанса се заједнички зову имитанса. Количник два напона је трансмитанса напона. Количник две струје је трансмитанса струје. Количник напона и струје различитих приступа је трансимпеданса. Количник струје и напона различитих приступа је трансадмитанса. У литератури се често користи појам трансфер функција за функцију мреже, који обухвата све наведене функције, без обзира на то да ли величине припадају истом приступу или не. Са гледишта микроталасних кола, трансфер функција се дефинише као однос величина на различитим приступима.

У наредним одељцима ове главе ћемо претпоставити да је одзив устален простопериодичан, а посебно ћемо нагласити ако то није случај.

4.1.2. Импедансни и адмитансни параметри

Линеарна вишеприступна електрична мрежа без независних извора (слика 4.2) је струјно контролисана ако се може описати (моделовати) матричном једначином $[U] = [z][I]$, или у развијеном облику

$$U_j = \sum_{k=1}^N z_{jk} I_k, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (4.1)$$

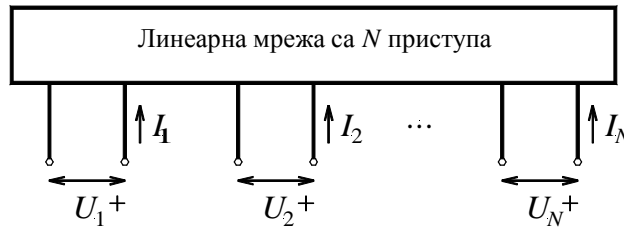
где су

$$[U] = \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_N \end{bmatrix}, \quad [I] = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

вектори (матрице колоне) напона и струја приступа, за стандардне смерове приступа, а

$$[z] = \begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N1} & \cdots & z_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

је импедансна матрица. За реципрочне мреже је $z_{jk} = z_{kj}$.



Слика 4.2. Вишеприступна мрежа.

Параметар z_{jk} се може одредити теоријски или експериментално следећим општим поступком:

- 1) Прикључити идеални струјни генератор струје I_k на приступ k .
- 2) Све остале приступе оставити да буду отворени.
- 3) Одредити напон на приступу j .
- 4) Израчунати параметар

$$z_{jk} = \frac{U_j}{I_k}; \quad I_m = 0; \quad m = 1, 2, \dots, N; \quad m \neq k. \quad (4.4)$$

Линеарна вишеприступна електрична мрежа (слика 4.2) је напонски контролисана ако се може описати матричном једначином $[I] = [y][U]$, где је

$$[y] = \begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{N1} & \cdots & y_{NN} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

адмитансна матрица. За реципрочне мреже је $y_{jk} = y_{kj}$.

Параметар y_{jk} се може одредити дуалним поступком:

- 1) Прикључити идеални напонски генератор напона U_k на приступ k .
- 2) Све остале приступе краткоспојити.
- 3) Одредити струју на приступу j .
- 4) Израчунати параметар

$$y_{jk} = \frac{I_j}{U_k}; U_m = 0; m = 1, 2, \dots, N; m \neq k. \quad (4.6)$$

На микроталасним учестаностима често је тешко или немогуће остварити отворену везу (на пример, код таласовода) или кратак спој (на пример, код микротракастог вода) да би се спровела мерења импедансних или адмитансних параметара.

4.1.3. Микроталасна кола

Микроталасна кола су електрична кола која раде на учестаностима већим од 300 MHz (1 GHz по неким ауторима).

На микроталасним учестаностима, елементи кола, направе, компоненте и електромагнетске структуре у великом броју практичних случајева посматрају се као вишеприступне мреже. Сходно томе, микроталасно коло се може представити као веза вишеприступних мрежа, које су описане подесним параметрима, а које одређујемо аналитички или експериментално (мерењем).

Преласком на све више и више учестаности, појављују се следећи практични проблеми:

- 1) Не постоји опрема (начин) за мерење напона и струје приступа.
- 2) Кратка и отворена веза се тешко остварују у широком опсегу учестаности.
- 3) Активне направе, као што су транзистори и тунел диоде, често постају нестабилни када се кратко споје или оставе као отворене везе.

За превазилажење ових проблема треба усвојити нове променљиве кола, уместо напона и струја приступа, које су примерене микроталасним колима. Као логичан избор намеће се рад са таласима, јер су приступи микроталасног кола попречни пресеци водова или таласовода.

4.2. Параметри расејања (s -параметри)

На микроталасним учестаностима моделовање помоћу концентрисаних елемената престаје да буде адекватно када димензије компоненте постану поредљиве са таласном дужином на радној учестаности. За описивање компоненте постају најподеснији (а за мерење и једини могући) параметри расејања, који се краће називају s -параметри (scattering parameters).

Развој концепта s -параметара и матрице расејања је израстао из потребе да се карактеризују активне компоненте и појачавачи, али тако да се користе прилагођени потрошачи на приступима, а не отворене или кратке везе. Значајан рад на пољу истраживања и популаризације s -параметара уложила је компанија Hewlett-Packard у склопу свог развоја микроталасне мерне опреме.

Овај одељак представља сажет теоријски основ за разумевање s -параметара.

4.2.1. Концепт интензитета таласа

Приступ (port) дефинисан као пар крајева (terminals) не постоји на микроталасним учестаностима јер проводници који чине класичан приступ имају паразитне ефекте који зависе од облика приступа, његовог положаја и начина прикључивања.

Микроталасни приступ је попречни пресек вода или таласовода, који је део микроталасне мреже, при чему се мрежа повезује у микроталасно коло тим водом или таласоводом. Напон и струја микроталасног приступа нису једнозначно дефинисани када је приступ остварен као таласовод, а и не постоји мерна опрема којом би се ове величине практично квантификовале (чак и када су напони и струје дефинисани, као што је то случај код вода).

Посматрајмо микроталасни приступ у облику униформног вода (или таласовода) без губитака, са хомогеним диелектриком, на коме се простире један мод (обично доминантан тип таласа). Вод (или таласовод) је униформан ако у било ком попречном пресеку има исти облик, димензије и електромагнетске особине. Стање на воду, односно таласоводу, у мономодном режиму се може представити збиром два прогресивна таласа од којих се један простире ка мрежи (инцидентни талас) а други од мреже (рефлектовани талас). Уместо напона и струје приступа уведе се интензитети таласа (који се у литератури називају и таласни сигнали) као комплексне величине које имају следећа два својства: (1) квадрат модула је једнак средњој снази таласа, (2) аргумент је једнак аргументу трансверзалне компоненте електричног поља на приступу (видети одељак 2.5.1).

За мрежу са слике 4.3, по дефиницији, важи следеће:

$$|a_k|^2 = P_{i,k}, \quad |b_k|^2 = P_{r,k}, \quad P_k = |a_k|^2 - |b_k|^2, \quad P = \sum_{k=1}^N P_k \quad (4.7)$$

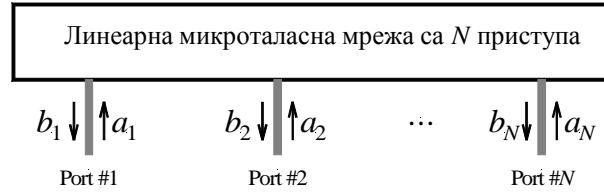
где је

k редни број приступа, $k = 1, 2, \dots, N$,

$|a_k|$ модул интензитета инцидентног таласног a_k ,

$|b_k|$ модул интензитета рефлектованог таласног b_k ,

- $P_{i,k}$ средња снага инцидентног таласа на приступу k ,
 $P_{r,k}$ средња снага рефлектованог таласа на приступу k ,
 P_k средња снага која се предаје приступу k (улазна средња снага приступа k),
 P средња снага која се предаје микроталасној мрежи (улазна средња снага мреже).



Слика 4.3. Вишеприступна микроталасна мрежа.

Физичко тумачење интензитета таласа је могуће ако је приступ вод (са TEM таласом) на коме је могуће дефинисати напон и струју микроталасног приступа,

$$|U_i|^2 = P_i Z_c, \quad |U_r|^2 = P_r Z_c, \quad a = \frac{U_i}{\sqrt{Z_c}}, \quad b = \frac{U_r}{\sqrt{Z_c}}, \quad (4.8)$$

где је Z_c карактеристична импеданса вода који чини приступ, U_i је напон инцидентног таласа, а U_r је напон рефлектованог таласа. Ако је приступ таласовод, могу се формално увести напон и струја приступа (за које не постоји физичко тумачење), а уместо карактеристичне импедансе усвојити таласна импеданса.

За разумевање интензитета таласа и претходних једначина важно је имати у виду претпоставку да на приступу постоји само један мод таласа (по правилу доминантан). Ако има више модова, тада сваком моду одговара посебан виртуелан приступ.

4.2.2. Дефиниција параметара расејања

Рефлектовани интензитети таласа линеарне временски непроменљиве микроталасне мреже без независних извора су линеарне хомогене комбинације инцидентних интензитета таласа:

$$b_j = \sum_{k=1}^N s_{jk} a_k, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (4.9)$$

или у матричном облику

$$[b] = [s][a], \quad [b] = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix}, \quad [s] = \begin{bmatrix} s_{11} & \cdots & s_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N1} & \cdots & s_{NN} \end{bmatrix}, \quad [a] = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Комплексне величине s_{jk} се називају параметри расејања или s -параметри. Матрица $[s]$ се назива матрица расејања или s -матрица.

Параметри расејања су функције мреже (за простопериодичан одзив), а матрица расејања је матрична функција микроталасне мреже. Као што смо раније напоменули, функција мреже за простопериодичан одзив се зове фреквенцијски одзив.

Приступ k микроталасне мреже је прилагођен (завршен прилагођењем) ако је затворен потрошачем импедансе $Z_{p,k}$, таквим да је инцидентан интензитет таласа једнак нули, $a_k = 0$.

Параметри главне дијагонале s_{kk} су коефицијенти рефлексије приступа k када су сви остали приступи прилагођени.

Параметри s_{jk} су коефицијенти трансмисије од приступа k до приступа j .

Номиналне (или референтне) импедансе приступа су карактеристичне импедансе водова ако је приступ вод, или таласне импедансе ако је приступ таласовод, и обележавају се са Z_0 . Стандардна вредност за водове је 50Ω или 75Ω . Ако се приступ затвори отпорником чија је отпорност једнака номиналној импеданси, на приступу неће постојати инцидентан интензитет таласа и приступ ће бити прилагођен.

Напон и струја приступа и интензитети таласа су повезани изразима

$$U_k = (a_k + b_k)\sqrt{Z_{0k}}, \quad I_k = \frac{a_k - b_k}{\sqrt{Z_{0k}}}, \quad (4.11)$$

$$a_k = \frac{U_k + Z_{0k}I_k}{2\sqrt{Z_{0k}}}, \quad b_k = \frac{U_k - Z_{0k}I_k}{2\sqrt{Z_{0k}}}. \quad (4.12)$$

Посматрајмо сада микроталасне мреже у којима постоје независни извори. Тевенен-Нортонова теорема се може исказати преко параметара расејања. Вишеприступна микроталасна мрежа у којој има независних извора може се описати матричном једначином $[b] = [s][a] + [b]_g$ где је $[s]$ матрица расејања када су независни извори искључени, а $[b]_g$ је вектор који одговара независним изворима и који се одређује када су сви приступи затворени прилагођеним потрошачима.

Параметри расејања су најчешће коришћен формат за аналитичку и експерименталну карактеризацију RF и микроталасних мрежа. Они постоје (могу се одредити) за све линеарне елементе и мреже које су од практичног интереса, а преко њих се често исказују резултати мерења микроталасних мрежа. Разумевање s -параметара и њихових предности је зато од суштинског значаја за RF и микроталасног стручњака, било да се ради о пројектовању, анализи или верификацији микроталасног кола мерењем.

4.2.3. Својства параметара расејања

На основу релација за напоне, струје и интензитете таласа приступа може се показати да важи општа матрична једначина

$$[y]_0[U] - [z]_0[I] = [s]([y]_0[U] + [z]_0[I]) + 2[b]_g, \quad (4.13)$$

где је

$$[y]_0 = \begin{bmatrix} \sqrt{Y_{01}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{Y_{02}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{Y_{0N}} \end{bmatrix}, \quad [z]_0 = \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{01}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{Z_{02}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{Z_{0N}} \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

а $Y_{0k} = \frac{1}{Z_{0k}}$ је номинална (референтна) адмитанса приступа k .

Када у мрежи нема независних извора, може се извести формула за одређивање импедансних параметара:

$$[z] = [z]_0 ([1] - [s])^{-1} ([1] + [s])[z]_0, \text{ где је } [1] = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \text{ јединична матрица.} \quad (4.15)$$

Читаоцу се препушта да изведе матричне формуле за адмитансне параметре у функцији параметара расејања, као и формуле за одређивање матрице расејања на основу импедансне или адмитансне матрице. Ако мрежа има независне изворе, онда могу да се дефинишу импедансни параметри који имају и независне чланове, што одговара Тевененовој репрезентацији, односно $[b] = [s][a] + [b]_g$, где је $[b]_g$ матрица-колона слободних чланова.

Матрица расејања реципрочне мреже без независних извора је симетрична, $s_{ij} = s_{ji}$:

$$[s] = [s]^t, \quad (4.16)$$

где ознака „ t “ означава операцију транспонована матрице.

Микроталасне пасивне мреже од отпорника кондензатора, калемова и секција водова су примери реципрочних мрежа.

Улазна средња снага пасивне мреже без губитака, на основу става (принципа) о одржању енергије, једнака је нули, што се може исказати изразом

$$\sum_{n=1}^N (a_n a_n^* - b_n b_n^*) = 0, \quad (4.17)$$

из кога следи

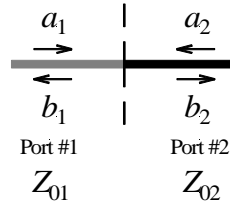
$$\sum_{n=1}^N |s_{ni}|^2 = \sum_{n=1}^N s_{ni} s_{ni}^* = 1, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (4.18)$$

$$\sum_{n=1}^N s_{ni} s_{nk}^* = 0, \quad i, k = 1, 2, \dots, N, \quad i \neq k. \quad (4.19)$$

Последње две релације су подесне за проверу и тумачење, аналитички или експериментално одређених, s -параметара. Ако смо претпоставили да је посматрана мрежа без губитка, онда измерени или прорачунати параметри морају задовољавати поменуте једначине. На пример, ако је двопреступна микроталасна пасивна мрежа реципрочна и без губитака, онда је $s_{21} = s_{12}$ и $|s_{11}|^2 + |s_{21}|^2 = 1$, па мерни резултати за $|s_{11}|$ морају бити повезани са резултатима за $|s_{21}|$. Рецимо, на учестаности на којој је

$|s_{21}| = 1/\sqrt{2}$ биће $|s_{11}| = \sqrt{1 - |s_{21}|^2} = 1/\sqrt{2}$. Микроталасни практичари, у овом случају, обично кажу да се фреквенцијске карактеристике „секу у тачки 3 децибела“ (–3 dB).

Повезивање микроталасних мрежа значи спајање приступа који, у општем случају, имају различите номиналне импедансе (слика 4.4).



Слика 4.4. Спој микроталасних приступа.

За стандардне смерове приступа и спој приступа тако да су им напони једнаки, збир струја на споју је једнак нули. Изражавајући напоне и струје приступа преко интензитета таласа, добијају се једначине из којих се одређују параметри расејања споја,

$$[s]_{\text{spoj}} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} & \frac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z_{01} + Z_{02}} \\ \frac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z_{01} + Z_{02}} & \frac{Z_{01} - Z_{02}}{Z_{01} + Z_{02}} \end{bmatrix}. \quad (4.20)$$

Ако су номиналне импедансе приступа исте, матрица споја је $[s]_{\text{spoj}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, односно

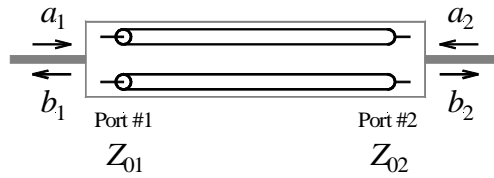
$$b_1 = a_2 \text{ и } b_2 = a_1.$$

Практични микроталасни приступи се остварују на различите начине, на пример као коаксијални водови или правоугаони таласоводни. За повезивање разнородних (физичких) приступа је потребно направити посредни склоп, адаптер или прелаз, па у том смислу претходна матрица може да се назове s -матрицом идеалног адаптера (прелаз). Идеалан адаптер је без димензија и не уноси слабљење.

Секција (одсечак) вода (слика 4.5) има s -матрицу

$$[s]_{\text{vod}} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\Theta} \\ e^{-j\Theta} & 0 \end{bmatrix}, \quad \Theta = \beta D = 2\pi \frac{D}{\lambda} = \frac{f}{F_0} \Theta_0 = \frac{\omega}{\Omega_0} \Theta_0, \quad (4.21)$$

где је Θ електрична дужина вода, β фазни коефицијент, D дужина вода, f учестаност, $F_0 = \Omega_0/(2\pi)$ референтна учестаност на којој је електрична дужина Θ_0 , $\omega = 2\pi f$ кружна учестаност, а номиналне импедансе приступа су једнаке карактеристичној импеданси вода ($Z_{01} = Z_{02} = Z_c$). Претпоставља се да је вод идеалан, односно, униформан и са хомогеним диелектриком, без губитака, са једним модом таласа. Напоменимо да се количник D/λ назива нормализована дужина вода.



Слика 4.5. Секција вода као мрежа са два приступа.

Читаоцу се препушта да изведе ову матрицу полазећи од једначина секције вода и изражавањем напона и струја интензитетима таласа.

Ако се k -ти приступ мреже продужи за Δl_k , што је еквивалентно додавању секције вода (без губитака) дужине Δl_k , онда ће нови параметри расејања бити

$$[s]_{\Delta l} = [\Delta][s][\Delta], \quad [\Delta] = \begin{bmatrix} e^{-j\beta_1 \Delta l_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & e^{-j\beta_N \Delta l_N} \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Овакво продужавање приступа мења аргументе, али не и модуле параметара расејања. То значи да дужине приступа можемо произвољно мењати ако је од интереса само очување модула s -параметара.

Микроталасна мрежа је прилагођена (matched) на приступу k ако је $s_{kk} = 0$. Мрежа је прилагођена ако је прилагођена на свим приступима, односно ако су елементи главне дијагонале једнаки нули. Ово је својство мреже и не треба га мешати са затварањем приступа прилагођеним потрошачем.

Прилагођен потрошач (matched termination, reflectionless load) за посматрани приступ мреже је отпорник чија је отпорност једнака номиналној импеданси приступа.

Прилагођен извор (matched source, reflectionless source) за посматрани приступ мреже је реални напонски или струјни генератор чија је унутрашња импеданса резистивна и једнака номиналној импеданси приступа.

Испитни извор (test source) за посматрани приступ мреже је реални напонски генератор чија је унутрашња импеданса резистивна и једнака номиналној импеданси приступа, а комплексни напон генератора је 2 V [Ђорђе06].

4.3. Идеални микроталасни елементи

Полазна фаза пројектовања микроталасног кола се обично ради са идеалним микроталасним елементима. Кола са идеалним елементима обично дају добар увид у рад и перформансе, а често је могуће и аналитички испитати понашање кола преко формула са општим бројевима (на пример, за напоне, струје или комплексне интензитете таласе приступа или функције мреже).

У овом одељку ћемо приказати најважније идеалне елементе. Ако се не нагласи, претпостављаћемо да су номиналне импедансе приступа једнаке и реалне (Z_0), као и да

се на приступима простире само један таласни мод. За сваки елемент ћемо навести његове s -параметре и одговарајућу шематску представу. За елементе који су уобичајни у класичној терији електричних кола приказаћемо и еквивалентну шему преко напона и струја.

У литератури се приступи микроталасних мрежа нумеришу на различите начине и аутори усвајају различите равни приступа, па се матрице расејања које ћемо овде навести могу разликовати од наведених у литератури. Слично је и са ознакама параметара и шематским представама микроталасних елемената.

4.3.1. Потрошач, прилагођење, кратка веза, отворена веза

Мрежа са једним приступом (слика 4.6) без независних генератора (потрошач), има матрицу расејања

$$[s] = [s_{11}], \quad (4.23)$$

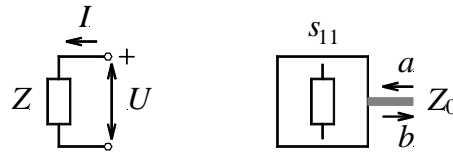
при чему је

$$s_{11} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}, \text{ за потрошач импедансе } Z,$$

$$s_{11} = 0, \text{ за прилагођен потрошач (прилагођење),}$$

$$s_{11} = -1, \text{ за кратку везу,}$$

$$s_{11} = 1, \text{ за отворену везу.}$$



Слика 4.6. Потрошач.

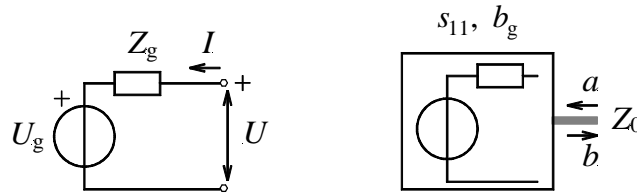
4.3.2. Реални напонски генератор

Реални напонски генератор, представљен редном везом идеалног напонског генератора напона U_g и импедансе Z_g (слика 4.7), се описује једначином

$$b = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} a + \frac{U_g \sqrt{Z_0}}{Z_g + Z_0} = s_{11} a + b_g. \quad (4.24)$$

Ако је импеданса генератора једнака номиналној импеданси, једначина елемента постаје

$$b = \frac{U_g}{2\sqrt{Z_0}} = b_g.$$



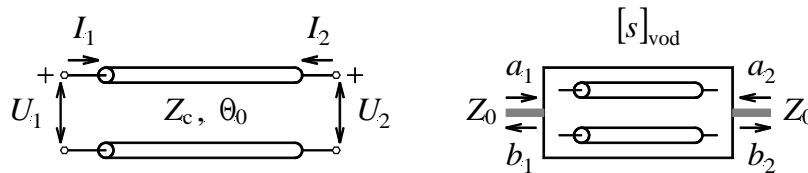
Слика 4.7. Реални напонски генератор.

4.3.3. Секција вода

Секција униформног вода (слика 4.8) са хомогеним диелектриком, без губитака, са једним модом таласа, описана је матрицом

$$[s]_{\text{вод}} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\Theta} \\ e^{-j\Theta} & 0 \end{bmatrix}, \quad \Theta = \beta D = 2\pi \frac{D}{\lambda} = \frac{f}{F_0} \Theta_0 = \frac{\omega}{\Omega_0} \Theta_0 \quad (4.25)$$

где је Θ електрична дужина вода, β фазни коефицијент, D дужина вода, f учестаност, $F_0 = \Omega_0/(2\pi)$ референтна учестаност на којој је електрична дужина Θ_0 , $\omega = 2\pi f$ кружна учестаност, а номиналне импедансе једнаке карактеристичној импеданси вода ($Z_0 = Z_c$). (Видети и једначину (4.21).)



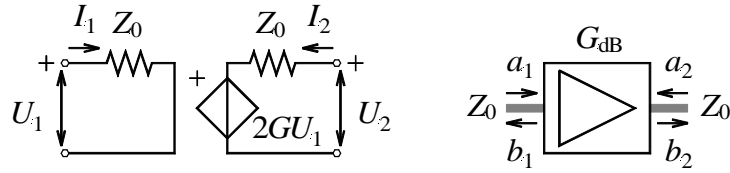
Слика 4.8. Секција вода.

4.3.4. Појачавач

Појачавач (слика 4.9) је активна неречипрочна прилагођена мрежа са два приступа, описана матрицом

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ G & 0 \end{bmatrix}, \quad |G| > 1. \quad (4.26)$$

Појачање у децибелима је $G_{\text{дБ}} = 20 \log_{10} |G|$. Напоменимо да је ово идеални појачавач који представља највећи степен идеализације реалног микроталасног појачавача.

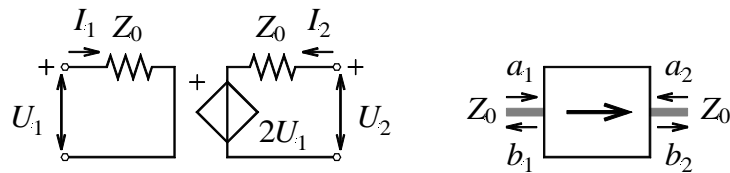


Слика 4.9. Појачавач.

4.3.5. Изолатор

Изолатор (слика 4.10) је пасивна нередипрочна прилагођена мрежа са два приступа, описана матрицом

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$



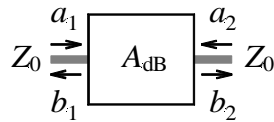
Слика 4.10. Изолатор.

4.3.6. Ослабљивач (атенуатор)

Ослабљивач (атенуатор) је пасивна реципрочна прилагођена мрежа са два приступа (слика 4.11), описана матрицом

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & A \\ A & 0 \end{bmatrix}, \quad |A| < 1. \quad (4.28)$$

Слабљење у децибелима је $A_{\text{dB}} = -20 \log_{10} |A|$.



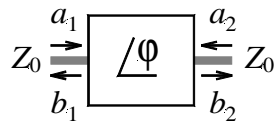
Слика 4.11. Ослабљивач.

4.3.7. Померач фазе

Померач фазе (слика 4.12) је пасивна реципрочна прилагођена мрежа са два приступа, описана матрицом

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\varphi} \\ e^{-j\varphi} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.29)$$

где је φ фазни померај који се још назива и фазно кашњење.



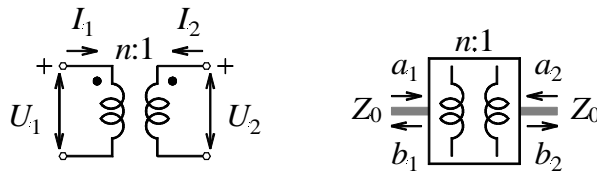
Слика 4.12. Померач фазе.

4.3.8. Идеални трансформатор

Идеални трансформатор (слика 4.13) је пасивна реципрочна мрежа без губитака са два приступа, описана матрицом

$$[s] = \begin{bmatrix} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} & \frac{2n}{n^2 + 1} \\ \frac{2n}{n^2 + 1} & \frac{1 - n^2}{n^2 + 1} \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

где је n преносни број идеалног трансформатора (однос броја завојака примарног и секундарног намотаја). Трансформатор јединичног преносног броја је прилагођена мрежа.



Слика 4.13. Идеални трансформатор.

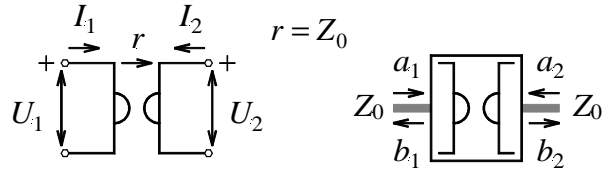
4.3.9. Жиратор

Жиратор (слика 4.14) је пасивна неречипрочна прилагођена мрежа са два приступа, описана матрицом

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.31)$$

Другачија дефиниција је

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{када је } r = -Z_0 \text{ (слика 4.14)}. \quad (4.32)$$



Слика 4.14. Жиратор.

4.3.10. Имитансни инвертор

Имитансни инвертор (слика 4.15) је реципрочна мрежа без губитака која има два приступа. Једначине инвертора су $U_1 = zI_2$, $I_1 = \frac{1}{z}U_2$, где је параметар z чисто имагинаран комплексан број. Матрица расејања гласи:

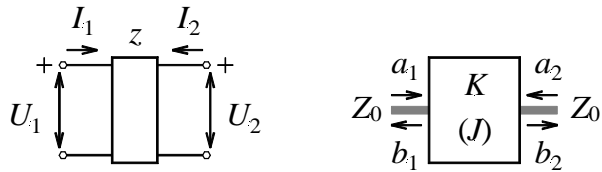
$$[s] = \begin{bmatrix} \frac{z^2 + Z_0^2}{z^2 - Z_0^2} & \frac{-2zZ_0}{z^2 - Z_0^2} \\ \frac{-2zZ_0}{z^2 - Z_0^2} & \frac{z^2 + Z_0^2}{z^2 - Z_0^2} \end{bmatrix}. \quad (4.33)$$

Импедансни инвертор се понаша као четвртталасни вод карактеристичне импедансе $Z_c = K$, $z = \pm jK$. Ако се затвори импедансом Z , улазна импеданса ће бити $Z_{\text{inv}} = \frac{K^2}{Z}$.

Адмитансни инвертор се понаша као четвртталасни вод карактеристичне адмитансе $Y_c = J$, $z = \frac{\pm j}{J}$. Ако се затвори адмитансом Y , улазна адмитанса ће бити $Y_{\text{inv}} = \frac{J^2}{Y}$.

Имитансни инвертор се користи у пројектовању микроталасних филтара.

Имитансни инвертор се описује двојачо: (1) преко параметра K који је по природи импеданса, и тада се назива импедансни инвертор, (2) преко параметра J који је по природи адмитанса, и тада се назива адмитансни инвертор. Због тога се у литератури може стећи утисак да се ради о два различита елемента. У оба случаја – описа – ради се, међутим, о истом елементу, који се практично остварује на јединствен начин, на пример као четвртталасни вод. Двојачки опис имитансног инвертора се може упоредити са двојачким описом отпорника преко отпорности и проводности.



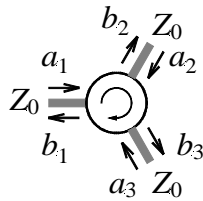
Слика 4.15. Имитансни инвертор.

4.3.11. Циркулатор

Циркулатор (слика 4.16) је пасивна нерезипрочна прилагођена мрежа са три приступа, описана матрицом

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.34)$$

Циркулатори могу имати и више од три приступа. Овакви циркулатори могу се начинити везивањем циркулатора са три приступа.



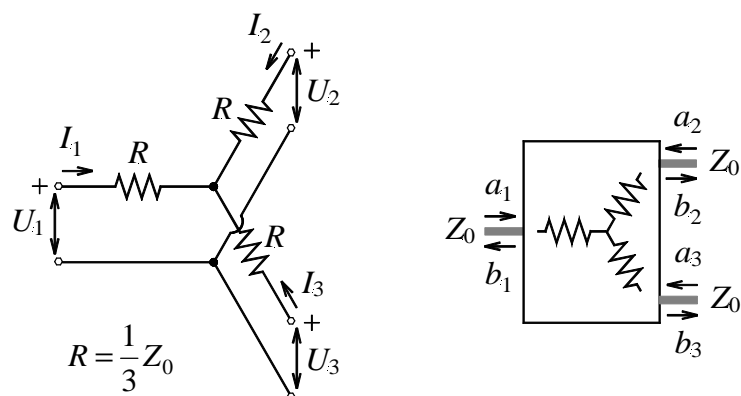
Слика 4.16. Циркулатор.

4.3.12. Симетрични отпорнички делитељ снаге

Симетрични отпорнички делитељ снаге (слика 4.17) је пасивна реципрочна прилагођена мрежа са три приступа, описана матрицом

$$[s] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

Ако се на један приступ прикључи прилагођени генератор, а остала два приступа затворе прилагођеним потрошачима, $1/2$ расположиве снаге генератора биће дисипирано у делитељу, а по $1/4$ снаге ће се предати потрошачима.

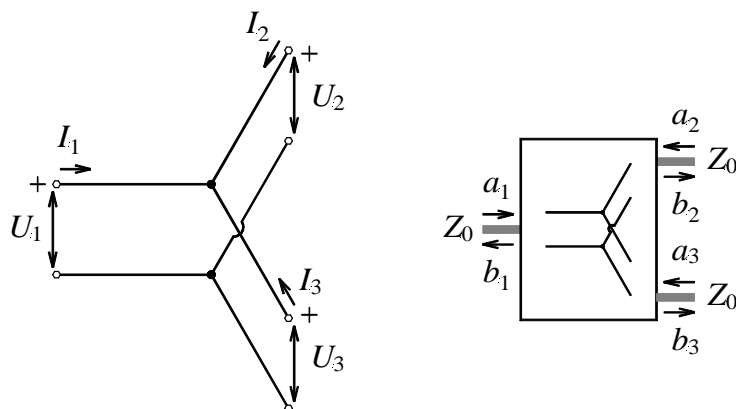


Слика 4.17. Симетрични отпорнички делитељ снаге.

4.3.13. Паралелна веза три приступа (Y-спој¹)

Паралелна веза три приступа (слика 4.18) има матрицу расејања

$$[s] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$



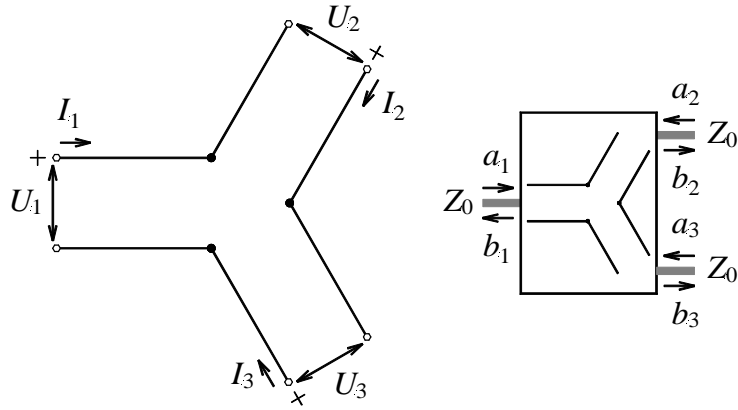
Слика 4.18. Паралелна веза три приступа.

4.3.14. Редна веза три приступа (редни Y-спој)

Редна веза три приступа (слика 4.19) има матрицу расејања

¹ Y-спој се у литератури назива и T-спој.

$$[s] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.37)$$

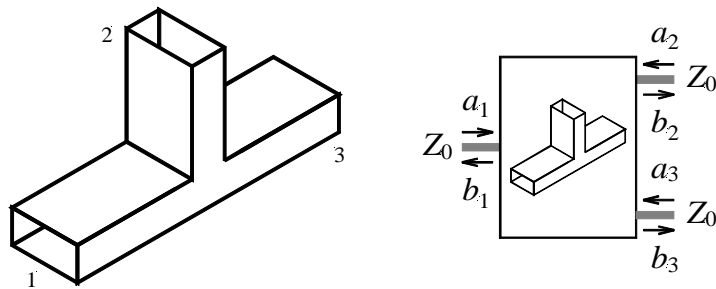


Слика 4.19. Редна веза три приступа.

4.3.15. Таласоводни Е-спој

Таласоводни Е-спој (слика 4.20) има матрицу расејања

$$[s] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.38)$$

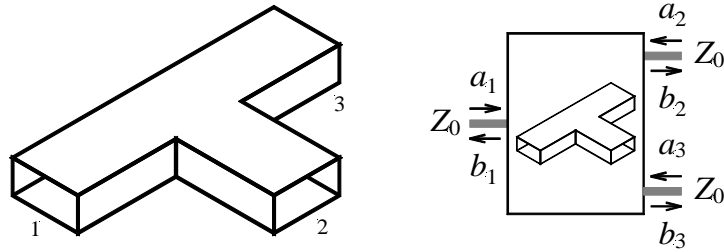


Слика 4.20. Таласоводни Е-спој.

4.3.16. Таласоводни Н-спој

Таласоводни Н-спој (слика 4.21) има матрицу расејања

$$[s] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

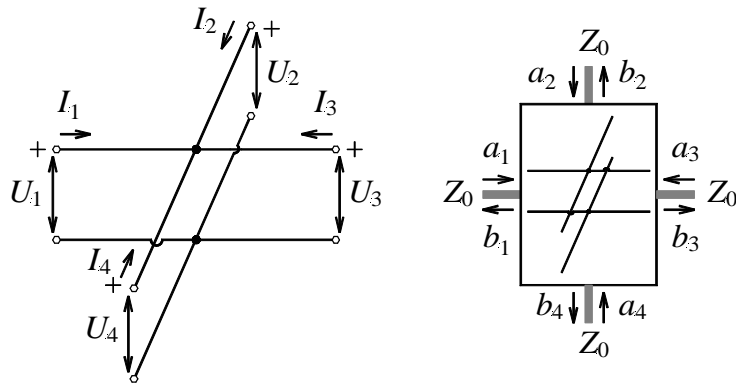


Слика 4.21. Таласоводни Н-спој.

4.3.17. Паралелна веза четири приступа (крстасти спој)

Паралелна веза четири приступа (слика 4.22) има матрицу расејања

$$[s] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.40)$$



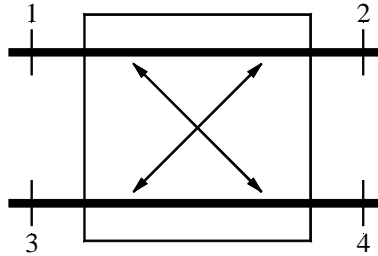
Слика 4.22. Паралелна веза четири приступа.

4.3.18. Усмерени спрежњак

Усмерени спрежњак је пасивни реципрочан елемент без губитака, са четири приступа, прилагођен на свим приступима. Његова s -матрица је

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha e^{j\varphi} & 0 & \beta e^{j\psi} \\ \alpha e^{j\varphi} & 0 & \beta e^{j\theta} & 0 \\ 0 & \beta e^{j\theta} & 0 & \alpha e^{j\eta} \\ \beta e^{j\psi} & 0 & \alpha e^{j\eta} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.41)$$

где су α и β произвољни реални позитивни бројеви за које важи $\alpha^2 + \beta^2 = 1$. Аргументи s -параметара задовољавају релацију $\varphi - \theta = \psi - \eta + (2n + 1)\pi$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Символ елемента је приказан на слици 4.23.



Слика 4.23. Усмерени спрежњак.

Уобичајено је да се приступи мреже нумеришу тако да је $\alpha \geq \beta$. За талас инцидентан на приступу 1, приступ 2 је директан, приступ 4 је спрегнут, а приступ 3 је изолован. У литератури се користе и друге нумерације приступа.

4.3.19. Симетрични (квадратурни) спрежњак

Симетрични спрежњак је онај чија је s -матрица облика

$$[s] = e^{j\varphi} \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & \pm j\beta \\ \alpha & 0 & \pm j\beta & 0 \\ 0 & \pm j\beta & 0 & \alpha \\ \pm j\beta & 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

Пошто је фазна разлика интензитета таласа на спрегнутом и директном приступу $\psi - \varphi = \pm\pi/2$, овај спрежњак се назива и квадратурни. У литератури се обично наводи посебан случај $\varphi = 0$ и горњи предзнак,

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & j\beta \\ \alpha & 0 & j\beta & 0 \\ 0 & j\beta & 0 & \alpha \\ j\beta & 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.43)$$

4.3.20. Антисиметрични спрежњак

Антисиметричан спрежњак је онај чија је s -матрица облика

$$[s] = e^{j\varphi} \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & \pm\beta \\ \alpha & 0 & \mp\beta & 0 \\ 0 & \mp\beta & 0 & \alpha \\ \pm\beta & 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.44)$$

У литератури се обично наводи посебан случај $\varphi = 0$ и горњи предзнак,

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & \beta \\ \alpha & 0 & -\beta & 0 \\ 0 & -\beta & 0 & \alpha \\ \beta & 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.45)$$

4.3.21. Хибридни спрежњак

Хибридни спрежњак је посебан случај спрежњака код кога је $\alpha = \beta = 1/\sqrt{2}$,

$$[s] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & e^{j\varphi} & 0 & e^{j\psi} \\ e^{j\varphi} & 0 & e^{j\theta} & 0 \\ 0 & e^{j\theta} & 0 & e^{j\eta} \\ e^{j\psi} & 0 & e^{j\eta} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.46)$$

Инцидентни сигнал равномерно се дели по снази на директан и спрегнути приступ.

4.3.22. Квадратурни хибридни спрежњак

Општи облик s -матрице квадратурног хибридног спрежњака је

$$[s] = \frac{e^{j\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \pm j \\ 1 & 0 & \pm j & 0 \\ 0 & \pm j & 0 & 1 \\ \pm j & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.47)$$

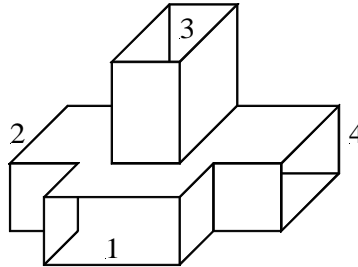
Елемент се назива и 90° хибридни спој или QHC (Quadrature Hybrid Coupler). Инцидентни сигнал равномерно се дели по снази на директан и спрегнути приступ. Између спрегнутог и директног приступа постоји фазна разлика од $\pm\pi/2$.

4.3.23. Магично Т (таласоводни хибридни спој)

Магично Т (слика 4.24) је антисиметрични хибридни спрежњак. Општи облик његове s -матрице је

$$[s] = \frac{e^{j\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \pm 1 \\ 1 & 0 & \mp 1 & 0 \\ 0 & \mp 1 & 0 & 1 \\ \pm 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

У литератури се обично узима $\varphi = 0$ и горњи знак. Приступ 1 је Н-грана (Sigma, Σ), приступ 3 је Е-грана (Delta, Δ), а приступи 2 и 4 су излази.



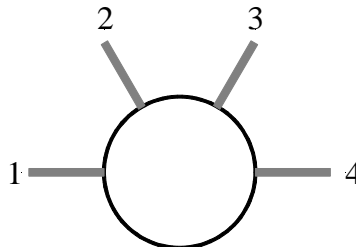
Слика 4.24. Магично Т.

4.3.24. Хибридни прстен

Хибридни прстен (слика 4.25) је антисиметрични хибридни спрежњак. Општи облик његове s -матрице је

$$[s] = \frac{e^{j\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.49)$$

У литератури се обично узима $\varphi = -\pi/2$. Елемент се још назива 180° хибридни спој или rat-race.



Слика 4.25. Хибридни прстен.

4.4. Постављање једначина и решавање микроталасног кола

Задатак анализе микроталасних кола је да преслика сложен проблем решавања електромагнетских векторских једначина тродимензионалне структуре (Максвелових једначина) на еквивалентан проблем решавања скаларних једначина, за који постоји развијен апарат класичне теорије електричних кола (мрежа). Концепти анализе кола који су развијени за концентрисане елементе се проширују тако да буду применљиви на кола са расподељеним параметрима.

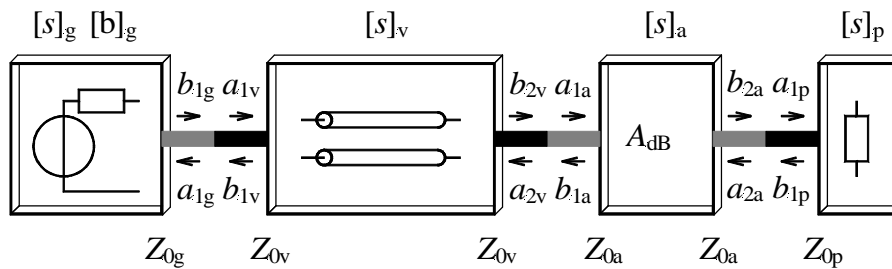
Најчешћи практичан задатак решавања линеарних микроталасних кола је да се за дату шему кола одреде (1) еквивалентни параметри расејања према задатим приступима, (2) интензитети таласа на приступима, (3) улазне средње снаге елемената или (4) улазне средње снаге приступа.

Претпоставимо да је за сваки елемент микроталасног кола позната матрица расејања, номиналне импедансе приступа и вектор који одговара независним изворима (ако постоје). Параметри елемента су описани триплетом $\{[s], [z]_0, [b]_g\}$, једначина елемента је $[b] = [s][a] + [b]_g$, а номиналне импедансе приступа су елементи дијагонале матрице $[z]_0$, односно $[z]_0 = \text{diag}(Z_{01}, Z_{02}, Z_{03}, \dots)$.

Једначине микроталасног кола образујемо тако што постављамо две врсте једначина, (1) једначине елемента и (2) једначине споја два приступа.

Променљиве (варијабле) микроталасног кола су комплексни интензитети таласа. На сваком приступу постоје два интензитета таласа, па је број променљивих једнак двоструком броју приступа. Број једначина је једнак броју променљивих.

Објаснимо решавање микроталасног кола на примеру. Посматрајмо коло са слике 4.26, које чине следећи елементи: (1) реални напонски генератор напона U_g , унутрашње импедансе Z_g и номиналне импедансе Z_{0g} , (2) вод електричне дужине Θ , карактеристичне импедансе Z_c и номиналне импедансе оба приступа $Z_{0v} = Z_c$, (3) ослабљивач слабљења A_{dB} и номиналне импедансе оба приступа Z_{0a} и (4) потрошач импедансе Z_p и номиналне импедансе Z_{0p} .



Слика 4.26. Пример микроталасног кола.

Коло је образовано од 4 елемента, два са једним приступом и два са два приступа, па је укупан број приступа $1+2+2+1=6$, а број променљивих кола је једнак двоструком броју приступа $2 \cdot 6 = 12$.

За сваки елемент постављамо његове једначине:

$$b_{1g} = \frac{Z_g - Z_{0g}}{Z_g + Z_{0g}} a_{1g} + \frac{U_g \sqrt{Z_{0g}}}{Z_g + Z_{0g}},$$

$$\begin{bmatrix} b_{1v} \\ b_{2v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\Theta} \\ e^{-j\Theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1v} \\ a_{2v} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} b_{1a} \\ b_{2a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10^{-A_{dB}/20} \\ 10^{-A_{dB}/20} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{1a} \\ a_{2a} \end{bmatrix},$$

$$b_{1p} = \frac{Z_p - Z_{0p}}{Z_p + Z_{0p}} a_{1p}.$$

За сваки спој приступа постављамо једначине:

$$\begin{bmatrix} a_{1g} \\ a_{1v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{0v} - Z_{0g}}{Z_{0v} + Z_{0g}} & \frac{2\sqrt{Z_{0g}Z_{0v}}}{Z_{0g} + Z_{0v}} \\ \frac{2\sqrt{Z_{0g}Z_{0v}}}{Z_{0g} + Z_{0v}} & \frac{Z_{0g} - Z_{0v}}{Z_{0g} + Z_{0v}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{1g} \\ b_{1v} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_{2v} \\ a_{1a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{0a} - Z_{0v}}{Z_{0a} + Z_{0v}} & \frac{2\sqrt{Z_{0v}Z_{0a}}}{Z_{0v} + Z_{0a}} \\ \frac{2\sqrt{Z_{0v}Z_{0a}}}{Z_{0v} + Z_{0a}} & \frac{Z_{0v} - Z_{0a}}{Z_{0v} + Z_{0a}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{2v} \\ b_{1a} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} a_{2a} \\ a_{1p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{0p} - Z_{0a}}{Z_{0p} + Z_{0a}} & \frac{2\sqrt{Z_{0a}Z_{0p}}}{Z_{0a} + Z_{0p}} \\ \frac{2\sqrt{Z_{0a}Z_{0p}}}{Z_{0a} + Z_{0p}} & \frac{Z_{0a} - Z_{0p}}{Z_{0a} + Z_{0p}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{2a} \\ b_{1p} \end{bmatrix}.$$

Образован је систем од 12 једначина који се може решити аналитички. Један од начина да се аутоматизује решавање оваког система једначина је коришћење математичког софтвера као што је *Mathematica*.

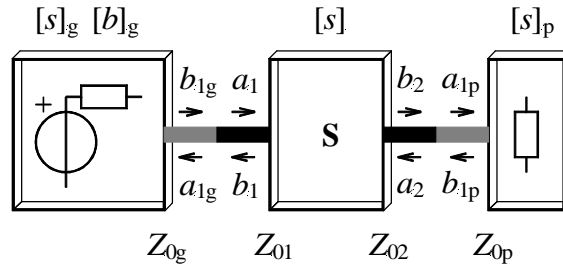
Ако су познати параметри расејања микроталасног елемента, могу се одредити једначине по напонима и струјама тако што се интензитети таласа изразе преко напона и струја. На пример, идеални микроталасни појачавач је описан паром једначина $b_1 = 0$, $b_2 = Aa_1$. Изражавањем интензитета таласа преко напона и струје се добија пар једначина $\frac{U_1 - Z_{01}I_1}{2\sqrt{Z_{01}}} = 0$, $\frac{U_2 - Z_{02}I_2}{2\sqrt{Z_{02}}} = A \frac{U_1 + Z_{01}I_1}{2\sqrt{Z_{01}}}$, из којих се могу решити напони по

струјама (једначине импеданских параметара): $U_1 = Z_{01}I_1$, $U_2 = 2A\sqrt{Z_{01}Z_{02}}I_1 + Z_{02}I_2$. Ове једначине показују да микроталасни идеални појачавач има коначну улазну отпорност Z_{01} , и коначну излазну отпорност Z_{02} .

Формално математички, сваки елемент класичне теорије електричних кола, који је описан једначинама по напонима и струјама приступа, можемо описати једначинама по интензитетима таласа: напоне и струје приступа изразимо преко интензитета таласа и добијени систем преуредимо на облик који одговара параметрима расејања. На пример, идеални операциони појачавач (који нема практичан значај у микроталасној примени) је дефинисан паром једначина $U_1 = 0$, $I_1 = 0$. Формално, изражавањем напона и струја преко интензитета таласа добија се пар једначина $(a_1 + b_1)\sqrt{Z_{01}} = 0$, $\frac{a_1 - b_1}{\sqrt{Z_{01}}} = 0$, односно, $a_1 = 0$, $b_1 = 0$. Читаоцу се оставља да утврди да ли идеалан операциони појачавач (описан једначинама $a_1 = 0$, $b_1 = 0$) има матрицу расејања.

4.5. Микроталасне мреже са два приступа

Мреже са два приступа се често појављују као модели практичних микроталасних склопова, као што су на пример филтри и мреже за прилагођење, па ћемо посматрати основно коло у коме се оваква мрежа појављује (мрежа **S** на слици 4.27)



Слика 4.27. Основно коло микроталасне мреже са два приступа.

У микроталасној пракси се користе разноврсне величине за додатни опис мреже са два приступа, као и за опис рада кола.

Повратни губици (return loss) изражавају у децибелима однос средње снаге инцидентног таласа и средње снаге рефлектованог таласа на приступу. На пример, за приступ 1 се добија

$$A_{RL} = 10 \log_{10} \frac{P_{1,i}}{P_{1,r}} = 20 \log_{10} \frac{|a_1|}{|b_1|}. \quad (4.50)$$

Ако је приступ 2 затворен прилагођеним потрошачем, $Z_p = Z_{0p} = Z_{02}$, $a_2 = 0$, $b_1 = s_{11}a_1$, па се добија познати израз

$$A_{RL} = -20 \log_{10} |s_{11}|. \quad (4.51)$$

Расположива снага извора (available source power) је највећа средња снага коју реални напонски генератор може да преда потрошачу.

У пракси се тежи да унутрашња импеданса генератора буде резистивна и једнака номиналној, $Z_g = Z_{0g}$, $[s]_g = 0$. Ако се на такав генератор прикључи потрошач, највећа средња снага ће се предавати потрошачу ако је $Z_p = Z_{0p} = Z_{0g}$, $[s]_p = 0$, а њена вредност ће бити $P_{AVS} = |b_g|^2$.

Губици услед неприлагођења (conjugate mismatch loss) изражавају у децибелима однос расположиве снаге извора и средње снаге потрошача када је непосредно прикључен на извор

$$A_{CML} = 10 \log_{10} \frac{P_{AVS}}{P_{p,gen}}. \quad (4.52)$$

Унето слабљење (insertion loss) изражава у децибелима однос средње снаге потрошача када је непосредно прикључен на извор и средње снаге потрошача када је мрежа присутна

$$A_{IL} = 10 \log_{10} \frac{P_{p,gen}}{P_p}. \quad (4.53)$$

Ако су све номиналне импедансе кола са слике 4.27 исте, и једнаке импедансама генератора и потрошача, добија се

$$A_{IL} = -20 \log_{10} |s_{21}|. \quad (4.54)$$

Погонско слабљење (transducer loss) изражава у децибелима однос расположиве снаге извора и средње снаге потрошача

$$A_{TL} = 10 \log_{10} \frac{P_{AVS}}{P_p} = A_{IL} + A_{CML}. \quad (4.55)$$

Слабљење (attenuation) изражава у децибелима однос расположиве снаге извора и средње снаге потрошача, под условом да су и извор и потрошач без рефлексије, $[s]_g = 0$, $[s]_p = 0$

$$A_{Atten} = 10 \log_{10} \frac{P_{AVS}}{P_p} \Big|_{[s]_g=0, [s]_p=0}. \quad (4.56)$$

4.5.1. ABCD параметри (каскадни или погонски параметри)

Микроталасне мреже са два приступа се често везују тако да се на излаз прве мреже веже улаз друге и тако редом. Таква веза је означена као каскадна. За анализу каскадних веза је подесно да се микроталасна мрежа опише преко напона и струја, али тако да се променљиве првог приступа (улаза) изразе преко променљивих другог приступа (излаза). Одговарајуће једначине, за стандардне смерове приступа, су облика

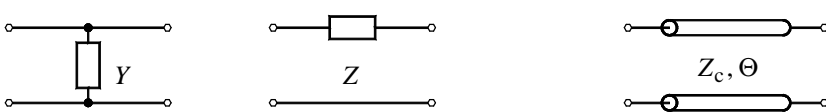
$$\begin{aligned} U_1 &= AU_2 + B(-I_2) \\ I_1 &= CU_2 + D(-I_2) \end{aligned} \quad (4.57)$$

што у матричном запису гласи

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [ABCD] \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}, \quad [ABCD] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}. \quad (4.58)$$

Матрица $[ABCD]$ се у литератури назива каскадна матрица или ABCD матрица, а њени параметри су означени као општи параметри мреже, каскадни, или ABCD параметри. У литератури се користи и назив a -параметри или погонски параметри прве врсте.

Примери мрежа и њихових ABCD параметара су дати на слици 4.28.

$$\begin{aligned} [ABCD]_Y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} & [ABCD]_Z &= \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & [ABCD]_\Theta &= \begin{bmatrix} \cos \Theta & jZ_c \sin \Theta \\ jY_c \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$


Слика 4.28. ABCD матрице паралелне адмитансе, редне импедансе и секције вода.

Еквивалентна ABCD матрица каскадне везе две мреже једнака је матричном производу ABCD матрица прве и друге мреже. На основу овог става се може одредити ABCD матрица сложеније микроталасне мреже, тако што се она прво разложи на каскадну везу једноставнијих мрежа, па се онда измного ABCD матрице тих мрежа.

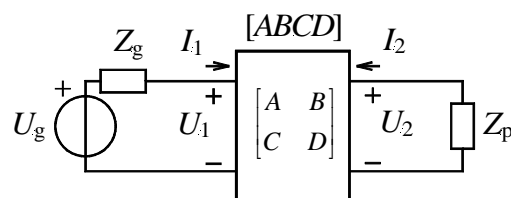
Мрежа са два приступа је реципрочна ако је $AD - BC = 1$. Реципрочна мрежа је симетрична када важи $A = D$. Симетричност реципрочне мреже практично значи да није важно који приступ је улаз а који излаз; приступи могу да замене места у колу, а да се одзив не промени.

Анализом кола са слике 4.29 може се показати да је улазна импеданса мреже

$$Z_{ul} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{AZ_p + B}{CZ_p + D}, \quad (4.59)$$

а трансфер функција напона

$$H = \frac{U_2}{U_g} = \frac{Z_p}{AZ_p + B + CZ_g Z_p + DZ_g}. \quad (4.60)$$



Слика 4.29. Основно коло микроталасне мреже са два приступа описане ABCD матрицом.

4.6. Софтверски алати за решавање микроталасних кола

Проучавање микроталасних кола обично почиње анализом једноставнијих кола са неколико идеалних елемената, која се могу решити ручно „помоћу папира и оловке“. Ако се коло незнатно усложњи, ручно решавање може бити дуготрајно и подложно грешкама. Срећом, савремени рачунари и софтверски алати су довољно моћни да реше знатан део проблема које сусреће микроталасни практичар. У овом одељку ћемо само навести неке софтверске алате који могу да буду од користи у микроталасној техници.

Микроталасна кола и мреже са идеалним елементима можемо анализирати у општим бројевима (симболички) помоћу рачунара најопштијим математичким програмима међу којима је водећи *Mathematica*. Једноставним програмским записом који подсећа на ручно решавање можемо, на пример, извести једначину реалног напонског генератора $b = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0} a + \frac{U_g \sqrt{Z_0}}{Z_g + Z_0}$ полазећи од одговарајуће једначине за напон и струју.

```

IdealElements.nb

In[1]:= sol =
  Solve[{U1 == Ug + Zg * I1, U1 == (a + b) * sqrt[Z0], I1 == (a - b) / sqrt[Z0]},
  {b}, {U1, I1}] // First // Simplify;
b == Collect[(b /. sol), a]

Out[1]= b == (a (Zg - Z0) / (Zg + Z0) + Ug sqrt[Z0] / (Zg + Z0))

```

Као други пример, можемо извести s -матрицу споја два приступа различитих номиналних импеданси,

$$[s]_{\text{spoj}} = \begin{pmatrix} \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} & \frac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z_{01} + Z_{02}} \\ \frac{2\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}{Z_{01} + Z_{02}} & \frac{Z_{01} - Z_{02}}{Z_{01} + Z_{02}} \end{pmatrix}.$$

```

In[1]:= sol =
  Solve[{U1 == U2, I1 + I2 == 0, U1 == (a1 + b1) * sqrt[Zo1],
    I1 == (a1 - b1) / sqrt[Zo1], U2 == (a2 + b2) * sqrt[Zo2], I2 == (a2 - b2) / sqrt[Zo2]},
    {b1, b2}, {U1, I1, U2, I2}] // First // Simplify;
S = {Coefficient[b1 /. sol, {a1, a2}],
  Coefficient[b2 /. sol, {a1, a2}]};
TraditionalForm[S /. {Zo1 -> Z"01", Zo2 -> Z"02"}]

Out[1]/TraditionalForm=
  ( ( (Z02 - Z01) / (Z01 + Z02) , 2 * sqrt(Z01) * sqrt(Z02) / (Z01 + Z02) )
    ( 2 * sqrt(Z01) * sqrt(Z02) / (Z01 + Z02) , (Z01 - Z02) / (Z01 + Z02) ) )

```

У пракси се од општих математичких софтверских алата такође користе и Maple, Matlab и MathCAD.

За сложеније истраживачке и практичне инжењерске проблеме неопходни су специјализовани софтверски алати за решавање електричних кола. Програм SPICE је популаран општи програм и индустријски стандард за решавање електричних кола. Део микроталасних кола, која садрже секције водова, може успешно да решава иако није наменски писан за микроталасну технику. Можемо издвојити две погодности овог алата: (1) може да решава сложене шеме у којима се појављују и аналогна и дигитална кола и (2) може да одређује одзив у функцији времена укључујући и почетне услове. Неподгодност овог софтвера је у томе што у основној верзији, на пример комерцијални OrCAD PSpice компаније Cadence, нема библиотеке микроталасних елемената и комерцијалних компоненти.

HSPICE компаније Synopsys је пример савременог SPICE алата који има напредне моделе водова и рад са параметрима расејања који могу бити задати табеларно.

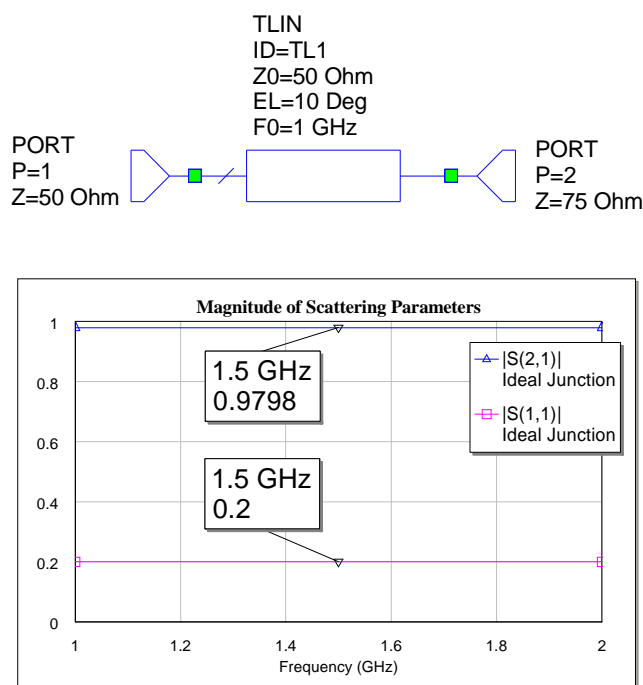
IsSpice4 у пакету ICAP/4 компаније Intusoft је још један од важних примера класичних SPICE алата.

LTSpice је пример бесплатног SPICE алата који је популаран у образовању.

Наведимо на крају MDSPICE компаније Zeland Software који надограђује класичан програм SPICE функцијама које су прилагођене микроталасним потребама.

Типичан микроталасни софтверски алат, направљен циљано за потребе симулације микроталасних кола, је Microwave Office компаније Applied Wave Research. Погодан је за рад, садржи идеалне микроталасне елементе и обилује библиотекама (моделима)

комерцијалних направа. Графички приказ резултата анализе је потпуно прилагођен потребама микроталасног практичара (слика 4.30).



Слика 4.30. Одређивање параметара расејања идеалног споја два приступа помоћу програма AWR Microwave Office.

Резултат бројчане анализе са слике 4.30 можемо проверити на основу претходно изведеног резултата у општим бројевима (симболичке анализе).

```

IdealElements.nb

In[2]:= S /. {Zo1 -> 50, Zo2 -> 75} // MatrixForm

Out[2]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2\sqrt{6}}{5} \\ \frac{2\sqrt{6}}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$$


In[3]:= N[8] // MatrixForm

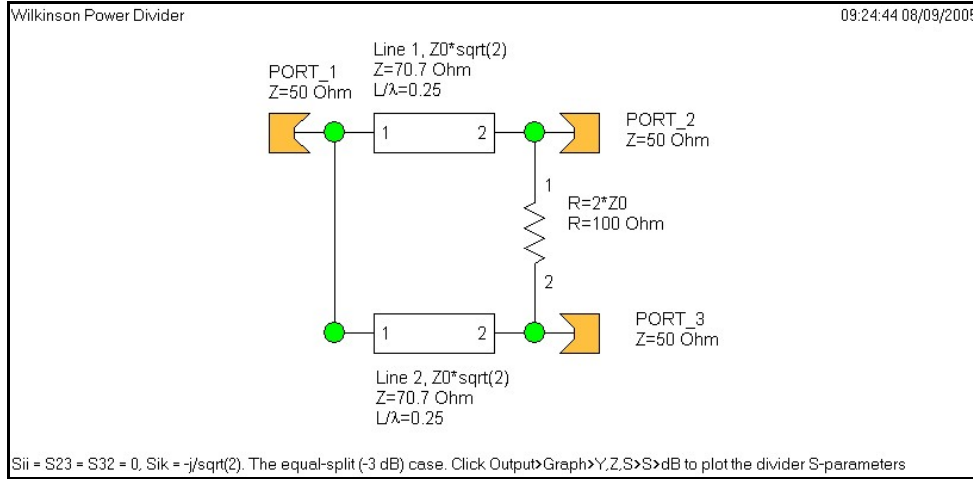
Out[3]/MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.979796 \\ 0.979796 & -0.2 \end{pmatrix}$$

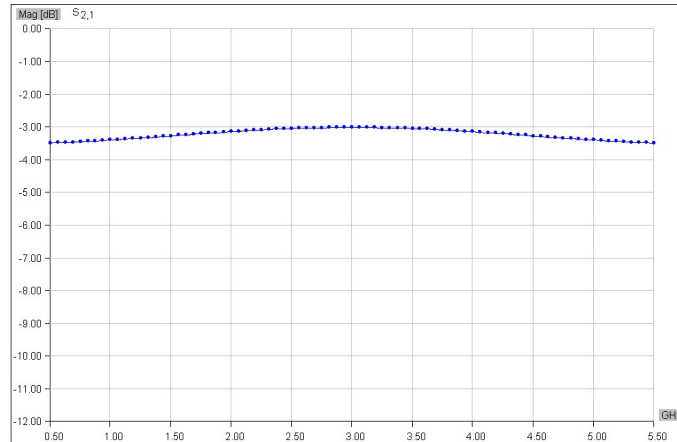

```

За анализу микроталасних кола, поготову у образовању, може бити подесан програм WIPL-D Microwave, који у својој документацији има велики број обрађених примера из

микроталасне уџбеничке литературе. На слици 4.31 је приказан изглед шеме и резултата симулације у програму WIPL-D Microwave.



(a)



(б)

Слика 4.31. (а) Пример шеме и (б) симулационих резултата у програму WIPL-D Microwave.

Веома квалитетан програм за професионалну и индустријску примену у микроталасном инжењерству је Ansoft Designer with Nexxim компаније Ansoft, који пружа изузетно велики број модела компоненти и библиотека комерцијалних микроталасних направа.

Запажено место на тржишту има и програм Eagleware-Elanix GENESYS компаније Agilent, који је наменски писан за микроталасну технику и има одличне делове за пројектовање микроталасних филтара. Иста компанија, Agilent, аутор је сложеног софтверског система ADS који је такође намењен микроталасним професионалцима.

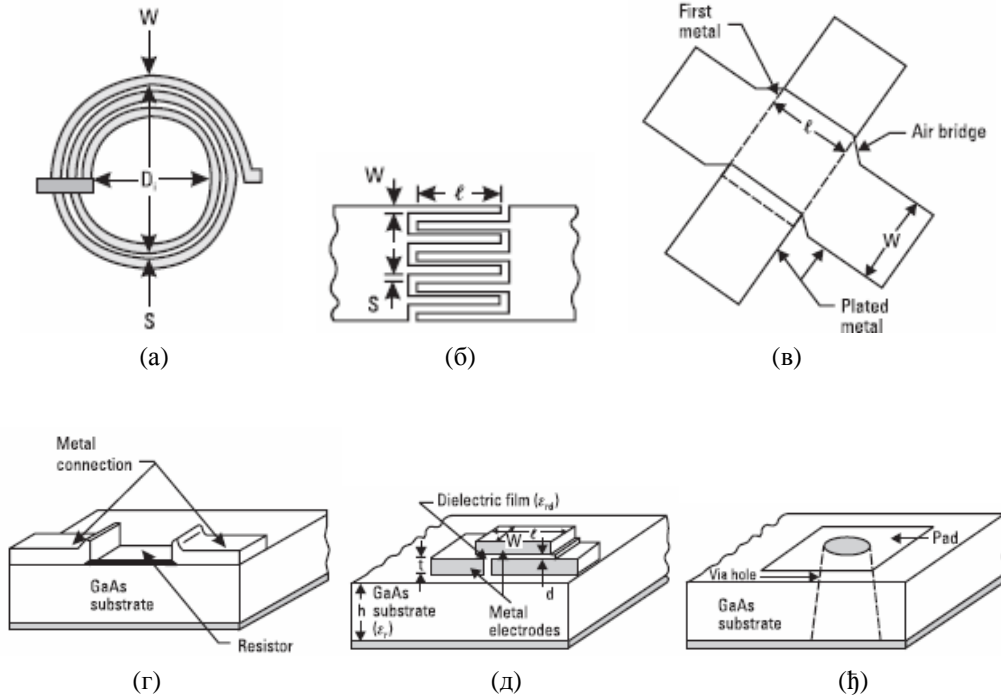
5. Концентрисане пасивне компоненте

5.1. Увод

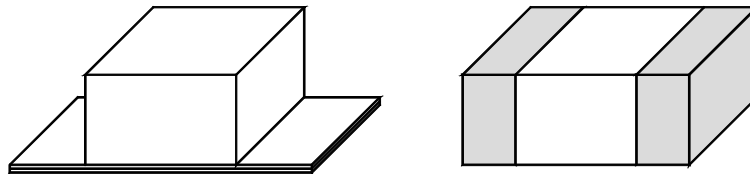
Компоненте електричних кола чије су димензије много мање од таласне дужине таласа на радној учестаности називају се концентрисане (или дискретне) компоненте. У пракси се за ту границу може усвојити $\lambda_g / 20$. У микроталасним колима концентрисане компоненте се користе од шездесетих година двадесетог века и њихова превасходна сврха је била смањење димензија микроталасних интегрисаних кола (МИС) на нижим микроталасним учестаностима. У данашње време концентрисане компоненте су и даље, а може се рећи и све више, актуелне, пре свега јер омогућавају производњу мањих и јефтинијих RF и микроталасних кола. Ово се нарочито односи на монолитна микроталасна интегрисана кола (ММИС) код којих се концентрисане пасивне компоненте праве на истој подлози од полупроводника на којој се раде транзистори и диоде (слика 5.1) и на керамичка вишеслојна кола (LTCC технологија).

У поређењу са компонентама са расподељеним параметрима (компонентама начињеним у техници водова и таласовода) концентрисане компоненте имају следеће потенцијалне предности: мању величину, нижу цену, веће односе трансформације импедансе, мање међусобне спреге и веће радне фреквенцијске опсеге, док су им потенцијални недостаци мањи Q -фактори и мања могућност контроле и финог подешавања параметара. Концентрисане пасивне компоненте се израђују у неколико технологија. У SMT (Surface-Mount Technology) технологији SMD (Surface-Mount Devices) компоненте (слике 5.2 и 5.3) израђују се у компактним паковањима (чиповима) и причвршћују на површ штампане плочице кола лемљењем, микрозаваривањем, термокомпресијом, ултразвучним заваривањем или проводним лепковима. Тако се добијају хибридна интегрисана микроталасна кола. Истом технологијом производе се и класична штампана кола. Код аутоматизованог лемљења, на штампаној плочици се прво начине посебна метализована „острвца“ (стопице) на местима где контакти компоненте треба да се причврсте, на острвца се нанесе материјал за лемљење (најчешће калај) и на њих поставе SMD компоненте, па се читава плочица загреје у посебној пећи тако да се

калај истопа и повеже компоненте (слика 5.4). Облик стопица омогућава да површински напон истопљеног калаја постави компоненту управо на жељено место.



Слика 5.1. Концентрисане пасивне компоненте у ММИС колима: (а) спирални калем, (б) интердигитални кондензатор, (в) ваздушни мост, (г) танкслојни отпорник, (д) МИМ кондензатор и (ђ) вија.



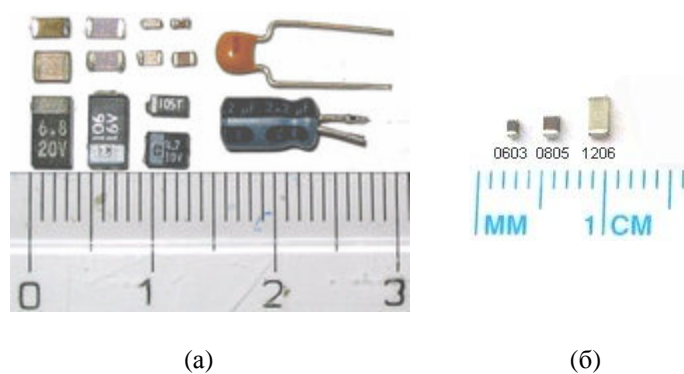
Слика 5.2. Паковања (chip) SMD отпорника и кондензатора.

SMD компоненте имају низ предности у односу на технолошки старије компоненте са „ножицама“ које се монтирају уз помоћ избушених рупа на штампаној плочици. То су, пре свега, мање димензије, много мањи паразитни ефекти¹, лакше аутоматско монтирање и то што су својим обликом већ прилагођене за микроталасна кола у техници штампаних водова, а посебно за микротракасти вод и копланарни таласовод.

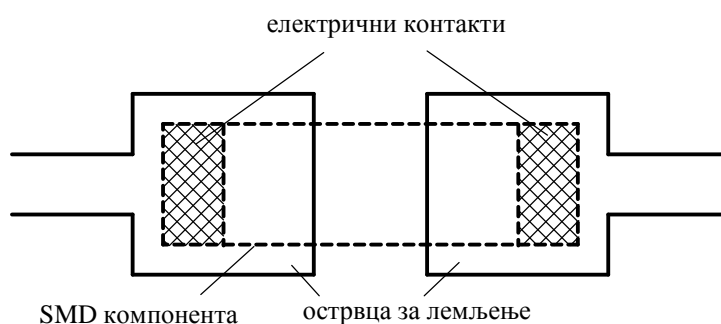
¹ Паразитни ефекти су нежељене појаве код реалних компоненти које се могу описати идеалним елементима, као што су отпорник, калем, кондензатор и трансформатор (паразитна отпорност, капацитивност, индуктивност).

SMD компоненте се производе у стандардним величинама. Као јединица за дужину најчешће се користи мил². Прве две цифре представљају дужину, а друге две ширину у десетинама мила, тј. у стотим деловима инча. Тако, на пример, 0603 означава димензије $60 \times 30 \text{ mil}$, 0805 означава $80 \times 50 \text{ mil}$, а 1206 означава $120 \times 60 \text{ mil} = 0,12 \times 0,06 \text{ in}$.

У штампаној технологији концентрисане компоненте се производе фотолитографским поступком на једнослојној или вишеслојној диелектричној подлози. Танак слој проводника жељеног облика наноси се на равну површ диелектрика (подлоге, супстрата). Типичан пример су штампани калемови (слика 5.5).

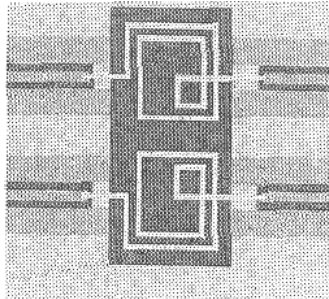


Слика 5.3. (а) SMD кондензатори (лево) и кондензатори са „ножицама“ (десно), (б) ознаке величина SMD отпорника.



Слика 5.4. Лемљење SMD компоненти на „острвца“.

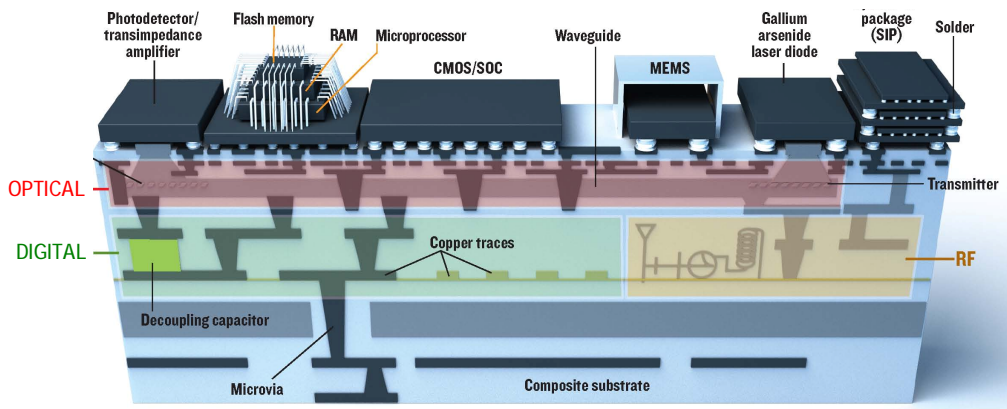
² Мил (mil) је америчка (USA) јединица једнака хиљадитом делу инча (in). Као јединица за дужину користи се и милиметар.



Слика 5.5. Штампани калемови.

У интегрисаној технологији концентрисане пасивне компоненте праве се на истој подлози од полупроводника на којој се раде транзистори и диоде. Тако се добијају монолитна интегрисана микроталасна кола (ММКС).

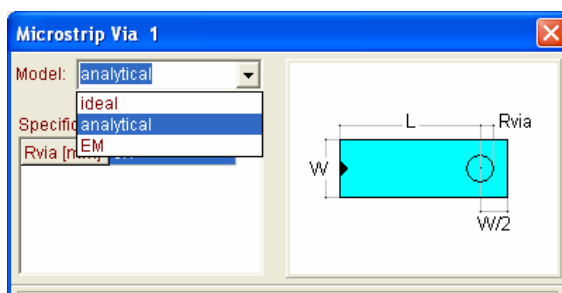
Још већи степен интеграције, а тиме и минијатуризације кола, добија се применом технологија SIP (System-in-package) и SOP (System-on-package). У SIP технологији плочице са готовим колима (чипови) слажу се једна изнад друге. У SOP технологији (слика 5.6) све компоненте једног уређаја производе се на јединственом „пакету“, на коме се могу интегрисати микроталасни, оптички и микро-електромеханички (MEMS) склопови, укључујући ту и читаве SIP пакете, а у једном пакету се могу комбиновати супстрати од различитих диелектрика и различите технологије производње.



Слика 5.6. Интеграција „System-on-package“ (SOP).

Концентрисане компоненте се најчешће описују на два начина: еквивалентним електричним колом или помоћу s -параметара. Еквивалентно електрично коло састоји се од идеалних елемената (чији параметри могу зависити од учестаности, температуре и других величина), тако да његови матрични параметри (z , y , s ,...) са одређеном тачношћу апроксимирају параметре оригиналне компоненте у радном фреквенцијском опсегу. Када се компоненте карактеришу s -параметрима, обично се дају еквидистантно табелиране вредности у радном фреквенцијском опсегу. Еквивалентна кола и s -параметри могу се добити на три основна начина: аналитички, путем ЕМ симулације или мерењем. У циљу провере резултата, скоро увек је потребно упоредити резултате добијене путем бар две од ове три групе метода.

Савремени програми за анализу и синтезу микроталасних кола стандардно располажу са све три групе метода – елемент је могуће окарактерисати путем приближних формула, ЕМ симулације и измерених параметара (s -параметара), а програми поседују библиотеке табелираних параметара компоненти и читавих кола (чипова) доступних на тржишту (слике 5.7 и 5.8), као и могућност да корисник приложи одговарајући улазни фајл са параметрима нове компоненте.



Слика 5.7. Избор модела за вију у програму WIPL-D Microwave.

#	Hz	S	DB	R	50					
0.30	-52.62	-45.93	-0.03	-0.02	-0.01	-0.02	-54.43	-12.93		
0.31	-54.08	10.27	-0.02	-0.04	-0.03	0.00	-55.14	-10.22		
0.33	-53.99	10.03	-0.01	-0.06	-0.02	-0.07	-53.14	-5.59		
...										

Слика 5.8. SMD калем произвођача Coilcraft окарактерисан је својим s -параметрима у фреквенцијском опсегу 0,3 MHz – 6 GHz .
(Саставни део библиотеке компоненти програма MWO.)

У наредним одељцима биће приказане концентрисане компоненте које се најчешће користе у микроталасним колима: отпорници, калемови, кондензатори, трансформатори, прекидачи, вије, мостови и MEMS компоненте.

5.2. Отпорници

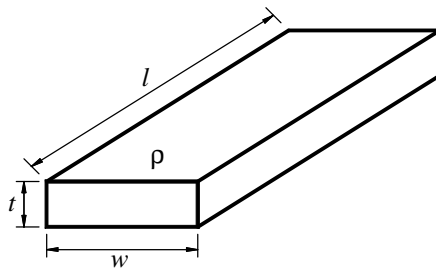
Отпорници су неопходан део скоро свих електричних, па и микроталасних кола. Отпорници у микроталасним колима су најчешће у облику танких слојева (филмова) отпорног материјала, тј. у облику паралелепипеда мале висине (слика 5.9). На подлогу од диелектрика наносе се филмови коришћењем технологије танких или дебелих филмова, а у монолитној технологији користе се слојеви (филмови) од полупроводника окружени слабо проводним супстратом који има улогу изолатора.

5.2.1. Отпорност отпорника

Отпорност отпорника дефинише се као количник напона и струје отпорника (за усклађене референтне смерове). Отпорност отпорника приказаног на слици 5.9, под претпоставком да је струја равномерно расподељена по попречном пресеку, је $R = \rho l / S = \rho l / (t w)$, где је ρ специфична отпорност материјала ($1/\rho = \sigma$ је специфична проводност материјала), l дужина отпорника, а $S = t w$ површина попречног пресека. Како је технологијом израде дебљина отпорника, t , фиксирана, отпорност зависи само од односа l/w и стандардно се рачуна као

$$R = R_{\text{sq}} \frac{l}{w}, \quad (5.1)$$

где се R_{sq} назива отпорност по квадрату, јер је отпорност отпорника квадратног облика ($l = w$) једнака R_{sq} , независно од дужине стране квадрата. (Отпорност по квадрату не треба мешати са површинском отпорношћу код скин ефекта.) Ако је струја равномерно расподељена по попречном пресеку отпорника, онда је $R_{\text{sq}} = \rho / t$. Код практичних отпорника ово је скоро увек случај, изузев код веома танких филмова, дебљине реда средњег слободног пута електрона, где је, услед расејања електрона на површи материјала, ефективна специфична отпорност већа од ρ . Израз (5.1) важи и ако је струја неравномерно расподељена по попречном пресеку отпорника, све док је расподела струје униформна дуж отпорника, али тада $R_{\text{sq}} \neq \rho / t$. Као карактеристика отпорних филмова стандардно се даје вредност отпорности по квадрату, која зависи од врсте материјала и дебљине филма.



Слика 5.9. Танак (планарни) отпорник ($t \ll w, l$).

5.2.2. Остали параметри отпорника

Осим отпорности, најважнији параметри микроталасних отпорника су максимална снага, температурни коефицијент, толеранција, максимална струја, максимални напон, максимална фреквенција и стабилност. Максимална снага (често се назива и само „снага отпорника“), максимална струја и максимални напон односе се на вредности ових величина при којима отпорник још увек има своје декларисане особине. Отпорници великих снага морају да имају релативно велике димензије, а по потреби и посебне радијаторе који повећавају одвођење топлоте. Један негативан ефекат њихове повећане

величине је што се тиме повећавају и њихови паразитни ефекти. Температурни коефицијент (α_T) представља брзину промене отпорности са температуром (T), $\Delta R = \alpha_T \Delta T$, при претпостављеној линеарној зависности отпорности од температуре. Могући су и прецизнији модели, где се у формулу уводе квадратни и кубни чланови. Толеранција је декларисана прецизношћу са којом је отпорник израђен и понајвише зависи од технологије. Стандардне вредности су од $\pm 1\%$ до $\pm 20\%$. Максимална фреквенција је последица паразитних ефеката, од којих је за мале отпорности доминантна паразитна индуктивност, а за велике отпорности паразитна капацитивност (слике 5.10а, 5.10б и 5.11). Стабилност је релативна промена отпорности са временом. На пример, код танкослојних отпорника отпорност се за 5 година промени за мање од $\pm 0,2\%$.

Сваки отпорник генерише шум који се назива Џонсонов (Johnson), термални или бели шум. Њега изазивају флукуације струје и напона услед статистичког термалног кретања носиоца. Он је константне спектралне густине снаге, а ефективни напон овог шума у фреквенцијском опсегу Δf је $U_s = \sqrt{4kRT\Delta f}$, где је $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K Болцманова (Boltzmann) константа, а T температура у келвинима.

5.2.3. Паразитни ефекти

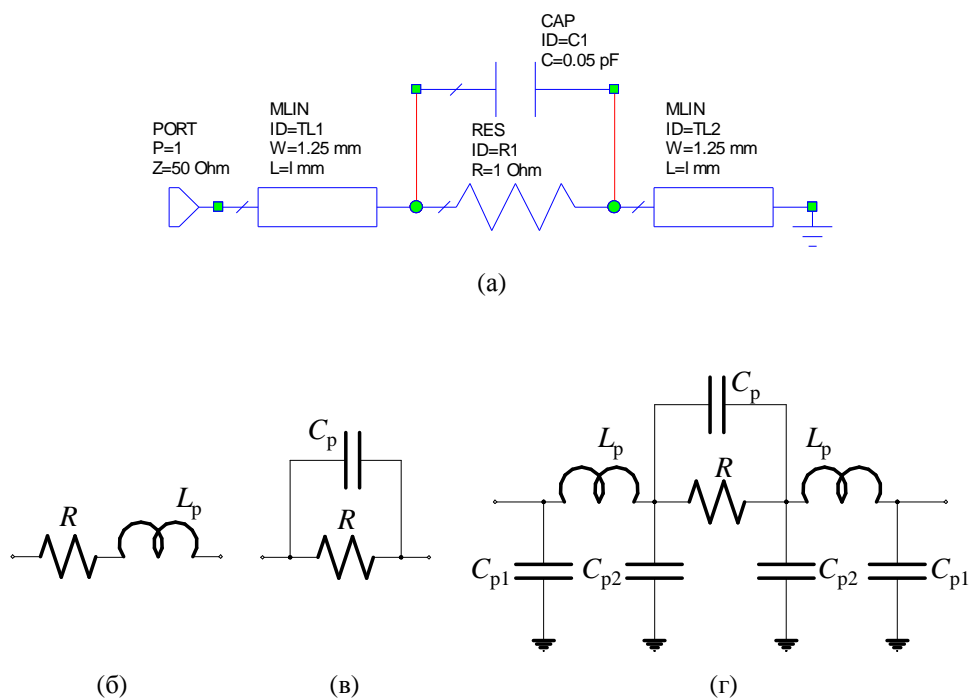
Паразитни ефекти отпорника су паразитна отпорност, капацитивност и индуктивност. Паразитна отпорност јавља се услед отпорности прикључака (нарочито ако су лоше залемљени). Паразитна капацитивност је последица нагомилавања наелектрисања на крајевима отпорника, што узрокује и нагомилавање енергије у електричном пољу. Паразитна индуктивност је последица нагомилавања енергије у магнетском пољу које потиче од струје отпорника. Код отпорника који су изнад проводне равни (нпр. SMD отпорници на штампаној плочици), понашање отпорника у функцији учестаности може се приближно одредити посматрајући отпорник (заједно са острвцима за лемљење) као секцију микротракастог вода у чијем се центру налази идеалан отпорник (слика 5.10а)³. Паразитне индуктивности и капацитивности су утолико веће уколико је отпорник дужи, па у пракси треба тежити што мањим отпорницима који задовољавају захтеве за максималном снагом и максималном струјом.

Најједноставније еквивалентне шеме реалног отпорника приказане су на сликама 5.10б,в. Са шема је јасно да R представља отпорност за једносмерну струју (DC отпорност) у коју су укључене и паразитне отпорности (нпр. отпорности контаката) и назива се ефективна отпорност. За мале отпорности доминантни паразитни ефекат је индуктивност, а за велике отпорности капацитивност.

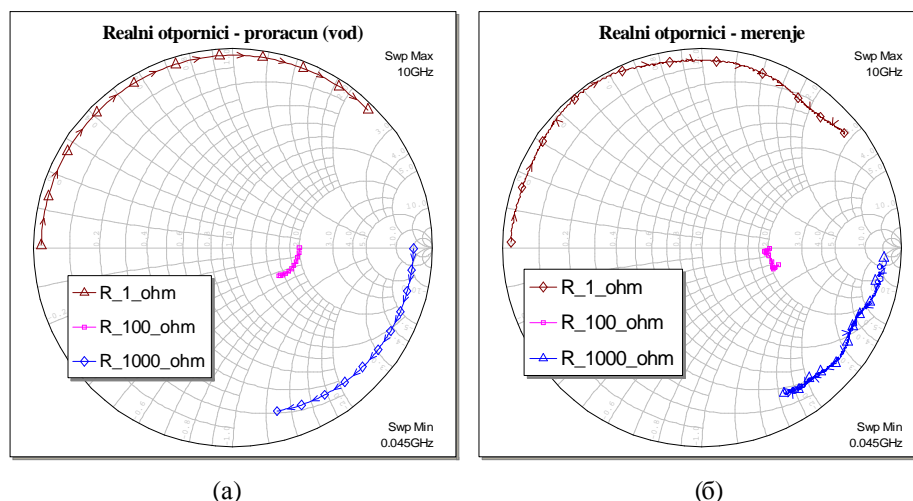
Један тачнији модел реалног SMD отпорника као мреже са два приступа приказан је на слици 5.10г. Индуктивност L_p и капацитивности C_{p1} и C_{p2} моделују паразитне ефекте који претежно потичу од дужине отпорника и који се могу приближно прорачунати посматрајући отпорник као кратку секцију микротракастог вода. Капацитивност C_p представља капацитивност између крајева самог отпорника.

³ На сличан начин се могу представити и реални калемови и кондензатори.

На слици 5.11 приказани су резултати прорачуна и мерења три реална отпорника у опсегу 45 MHz–10 GHz . Први отпорник је у задатом фреквенцијском опсегу претежно индуктиван, док су други и трећи претежно капацитивни.



Слика 5.10. Еквивалентна кола реалног отпорника: (а) Модел са секцијама водова (у програму Microwave Office), (б) основни модел за мале отпорности, (в) основни модел за велике отпорности и (г) тачнији модел.



Слика 5.11. Смитов дијаграм ($Z_0 = 50 \Omega$) реалног отпорника за три отпорности добијен (а) прорачуном (за модел са секцијама водова) и (б) мерењем.

5.2.4. Врсте отпорника

Отпорници за микроталасна кола се најчешће производе у облику SMD компоненти (отпорници у паковању – chip) и као монолитни отпорници. Стандардне вредности отпорности у оквиру декаде 10–100 Ω су 10, 12, 15, 18, 22, 27, 33, 39, 47, 56, 68, 82 и 100 Ω . Ова серија отпорности назива се E12 серија због 12 вредности у оквиру једне декаде. Наведени парови цифара се понављају и у осталим декадама.

SMD отпорници се праве технологијом танких и дебелих филмова. Танки филмови су од нихрома (NiCr) или тангал нитрида (TaN), а дебели филмови од смеса отпорних пасти најчешће на бази угљеника или рутенијум диоксида (RuO_2). Танки филмови наносе се на диелектрични супстрат у слоју дебљине реда стотих и десетих делова микрометра. Слој проводника се обично наноси изнад филма. Оба слоја се обликују фотолитографским поступком (слика 5.12.). Отпорности по квадрату танких филмова крећу се у интервалу 5–250 $\Omega/\text{kvadrat}$. Дебели филмови се наносе у облику пасте на диелектричну подлогу на којој је већ нанета метализација. Паста очвршћава печењем на температури око 850 °C. Отпорност по квадрату дебелих филмова креће се у интервалу 20 $\Omega/\text{kvadrat}$ –500 $\text{k}\Omega/\text{kvadrat}$. Дебели филмови су због једноставније технологије производње много јефтинији од танких, а тиме и комерцијално заступљенији. Битни недостаци угљеничних отпорника су знатна промена отпорности са температуром, а ако је филм дебео у односу на дубину продирања, отпорници великих отпорности имају и знатну промену отпорности у функцији учестаности.



Слика 5.12. Скица отпорника у технологији танких и дебelih филмова.

Монолитни отпорници се производе у облику танких филмова (на сличан начин као SMD отпорници) или као филмови од полупроводника окружени диелектричним супстратом који има улогу изолатора. У оба случаја дебљина слојева је истог реда величине као код танких филмова SMD отпорника. Обе врсте монолитних отпорника се производе фотолитографским поступком.

5.3. Калемови

Основни параметар реалног калема је индуктивност. Она је једнака збиру спољашње и унутрашње индуктивности. Спољашња индуктивност може се дефинисати преко флукса,

$$L = \frac{\Phi}{i}, \quad (5.2)$$

где је Φ магнетски флукс кроз произвољну површ која налаже на површ проводника⁴. Већ код ове дефиниције може се уочити једна разлика између практичног и идеалног калема. Наиме, да би се површ за рачунање флукса могла дефинисати, потребно је да крајеви калема буду врло близу (теоријски бесконачно близу). Код практичних калемова (нпр. оних на слици 5.5.) овај услов често није испуњен, што доводи до тога да се приступ таквог калема, а тиме и напон калема не могу прецизно дефинисати. Сличан проблем постоји и код других концентрисаних компоненти (отпорника, кондензатора,...).

Преко магнетске енергије индуктивност се дефинише као

$$L = \frac{2W_L}{i^2}. \quad (5.3)$$

Уколико се у обзир узме само енергија магнетског поља ван проводника, добија се спољашња индуктивност. Део индуктивности који потиче од магнетског поља у проводнику калема назива се унутрашња индуктивност, а збир ове две индуктивности је тотална индуктивност. На високим учестаностима, када је изражен скин ефекат, унутрашња индуктивност се може занемарити. Тренутни напон калема је $u_L = -e_{\text{ind}} = d\Phi/dt$, што се, за усклађене референтне смерове напона и струје и за калемове чија се индуктивност не мења у времену и није функција учестаности, своди на $u_L = L di/dt$. Импеданса калема је $Z_L = j\omega L$. Индуктивности калемова у

⁴ Ако површински ефекат није изражен, а проводници нису округли, постоји и магнетски флукс кроз површ проводника, па спољашњи флукс није једнозначно дефинисана величина.

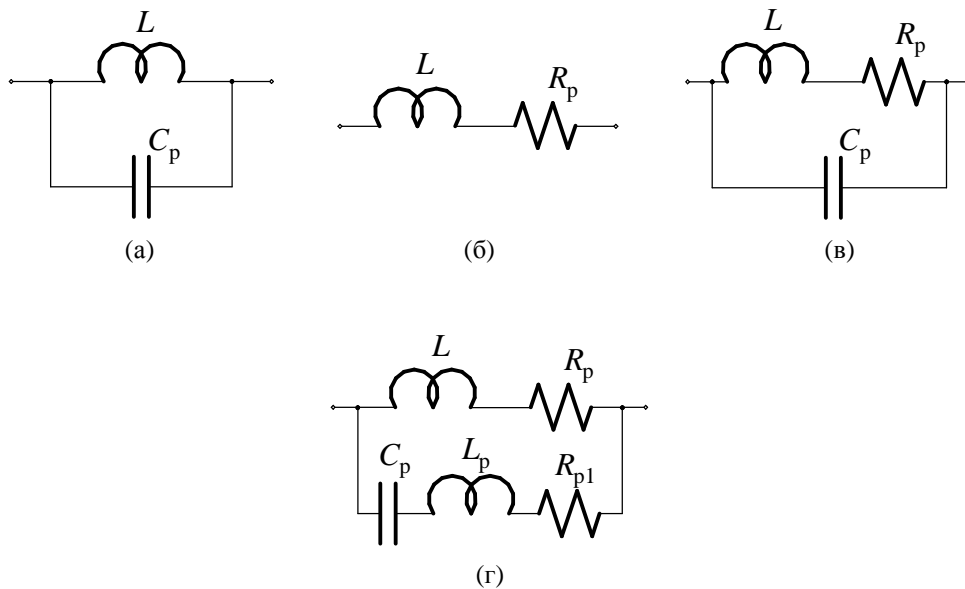
микроталасним колима су типично реда $1\text{--}10\text{ nH}$, али се производе и калемови индуктивности реда 100 nH .

Код реалних калемова постоје два основна паразитна ефекта. Први је капацитиван, јер између завојака који су на различитим потенцијалима постоји међусобна капацитивност. Најједноставнији модел овог паразитног ефекта је једна паралелна капацитивност (слика 5.13а). Паразитна капацитивност доводи до антирезонанције калема.

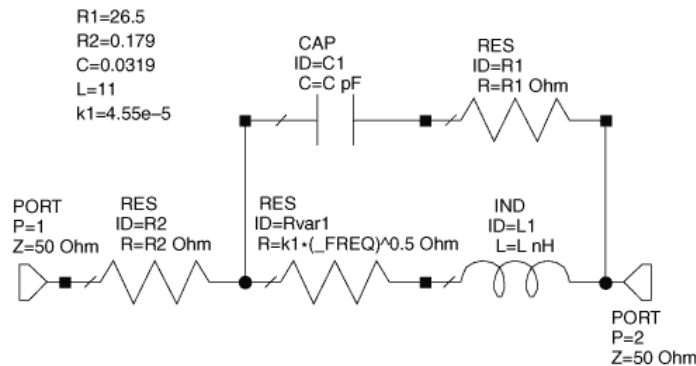
Други паразитни ефекат је резистиван, јер у сваком калему (па и оном начињеном од суперпроводника!) постоје Џулови губици. Ови губици се моделују редном отпорношћу (слика 5.13б). Они утичу на функционисање калема у резонантним колима, значајно смањујући Q -фактор ових кола.

Ова два паразитна ефекта могу се укључити у еквивалентно коло као на слици 5.13в. Због ова два паразитна ефекта, два најважнија параметра реалног калема (осим индуктивности) су антирезонантна учестаност и Q -фактор.

Могуће је начинити и сложеније еквивалентне шеме калемова, као на слици 5.14. У еквивалентне шеме могу се укључити ефекти као што је промена индуктивности и отпорности са учестаношћу (услед површинског ефекта и ефекта близине), губици у феритним језгрима, као и губици у околном диелектрику. Тиме се повећава тачност и проширује фреквенцијски опсег важења модела.



Слика 5.13. Класичне еквивалентне шеме реалног калема:
 (а) са паралелном капацитивношћу, (б) са редном отпорношћу,
 (в) са редном отпорношћу и паралелном капацитивношћу и
 (г) шема која моделује и прву резонанцију калема.



Слика 5.14. Еквивалентна шема калема произвођача Coilcraft. (Шема укључује и фреквенцијски зависну отпорност која моделује губитке услед скин ефекта.)

Калемови за микроталасна кола се по начину израде могу генерално поделити на штампане и жичане. Код штампаних калемова проводници су танке металне траке начињене (нпр. фотолитографским поступком) на једнослојном или вишеслојном диелектричном супстрату. Код жичаних калемова проводници су од жица, најчешће намотаних у облику соленоида или торусног намотаја.

5.3.1. Индуктивност калема

У пракси се индуктивност калема на микроталасним учестаностима никад не одређује (мерењем или рачунски) преко флукса или магнетске енергије, већ се одређује индиректно из s -параметара, измерене импедансе/адмитансе или преко резонантних метода. При томе се калем посматра као мрежа са једним приступом (два краја калема чине приступ) или као мрежа са два приступа (сваки од два краја калема са одговарајућом тачком проводне равни чине по један приступ). S -параметри се добијају мерењем помоћу векторског анализатора електричних мрежа, или рачунски, из решења за ЕМ поље у домену који заузима калем, поступком који се назива екстракција s -параметара. Тако се добијају реактанса, X_L , и резистанса, R_L , реалног калема. Одавде се (усвајајући еквивалентну шему са слике 5.13б) може израчунати (еквивалентна) индуктивност као $L = X_L / \omega$.

За одређивање импедансе реалног калема на некој другој учестаности, потребно је или поновити претходни поступак на тој новој учестаности, или усвојити неки од електричних модела (еквивалентних кола), па импедансу одатле израчунати.

5.3.2. Антирезонантна и резонантна учестаност калема

Због паразитне капацитивности, која се моделује паралелно везаним кондензатором (слике 5.13а,в,г и 5.14), реалан калем има антирезонантну учестаност (на којој је његова сусцептанса $B_L = 0$). За еквивалентну шему приказану на слици 5.13в антирезонантна учестаност је

$$f_a = \frac{\omega_a}{2\pi}, \quad \omega_a = \sqrt{\frac{1}{LC_p} - \frac{R_p^2}{L^2}}. \quad (5.4)$$

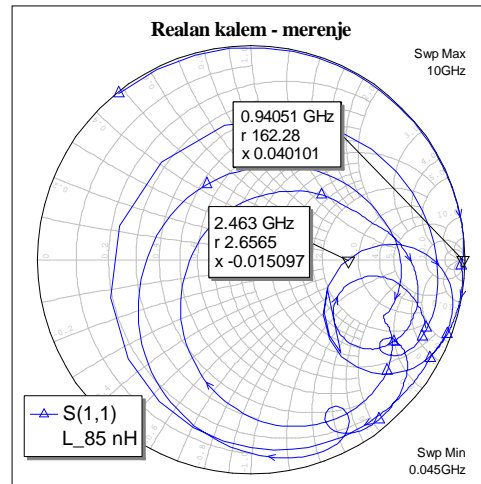
Типичне вредности за f_a су 1–10 GHz, а захтеви за већом индуктивношћу и вишом антирезонантном учестаношћу су међусобно опречни. За $f < f_a$ реалан калем је претежно индуктиван, а његова ефективна индуктивност ($L_e = X_L / \omega$) расте са порастом учестаности све до антирезонантне учестаности на којој реалан калем постаје претежно капацитиван.

На некој учестаности f_r ($f_r > f_a$) калем пролази и кроз резонанцију ($X_L = 0$). Ова појава може се, на пример, моделовати еквивалентном шемом на слици 5.13г.

Са даљим повећањем учестаности калем наизменично пролази кроз низ антирезонанција и резонанција. Ово се јасно може уочити на измереном Смитовом дијаграму једног реалног калема индуктивности 85 nH (слика 5.15). Реалан калем се наизменично понаша као калем и као кондензатор. Од свих антирезонантних и резонантних учестаности реалног калема најважније су прва антирезонантна и прва резонантна учестаност (f_a и f_r). Прва антирезонантна учестаност најчешће не представља проблем у дизајну микроталасног кола, јер је импеданса у њеној околини велика. Проблем, међутим, представља прва *резонантна* учестаност, у чијој је околини импеданса релативно мала и ово може потпуно нарушити жељене особине кола (нпр. филтра).

Узрок појаве низа антирезонанција и резонанција реалног калема је последица тога што дужина проводника калема, l , више није електрично мала⁵. Прва антирезонанција настаје на учестаности на којој је $l/2$ једнако четвртини таласне дужине, а прва резонанција на учестаности на којој је $l/2$ једнако половини таласне дужине таласа на таквом воду. Повећање броја завојака доводи до повећавања дужине проводника, што директно смањује учестаности f_a и f_r .

⁵ При томе је домен у коме је калем смештен (нпр. у чипу) и даље електрично мали.



Слика 5.15. Смитов дијаграм ($Z_0 = 50 \Omega$) реалног калема индуктивности $L = 85 \text{ nH}$ добијен мерењем. (Прва антирезонантна учестаност је $f_a = 940 \text{ MHz}$, а прва резонантна учестаност је $f_r = 2,463 \text{ GHz}$.)

5.3.3. Q -фактор калема

Посматрајмо еквивалентно коло на слици 5.13б (која важи за учестаности много мање од антирезонантне). Фактор добротe (Q -фактор) калема је Q -фактор редног резонантног кола које се састоји од датог (реалног) калема и редно везаног идеалног кондензатора, а одређује се преко резистансе и реактансе калема као

$$Q = \frac{X_L}{R_L} = \frac{\omega L}{R_p}. \quad (5.5)$$

Q -фактор калема је величина која карактерише губитке у калему. Што су губици мањи, Q -фактор је већи. Треба имати у виду да Q -фактор зависи од учестаности, како експлицитно, тако и имплицитно (јер L и R_p зависе од учестаности). На пример, ако је Q -фактор измерен на учестаности f_1 , а потребно је одредити га на учестаности f_2 , може се, занемаривањем зависности L и R_p од учестаности, добити $Q_2 = Q_1 f_2 / f_1$. Овај рачун је, међутим, екстраполационе природе и као такав релативно непоуздан, нарочито ако се учестаности f_1 и f_2 знатно разликују. Прецизнији модел узима у обзир зависност отпорности од учестаности при израженом скин ефекту, $R_L \sim \sqrt{f}$, одакле је $Q_2 = Q_1 \sqrt{f_2 / f_1}$.

Најпоузданије је, међутим, извршити мерење или прорачун на радној учестаности, или применити неки готов модел (тј. еквивалентну шему) калема који је, у крајњем случају, такође добијен интерполацијом и апроксимацијом измерених или израчунатих вредности. Ова методологија се не односи само на концентрисане калемове, већ на одређивање параметара практично свих елемената микроталасних кола.

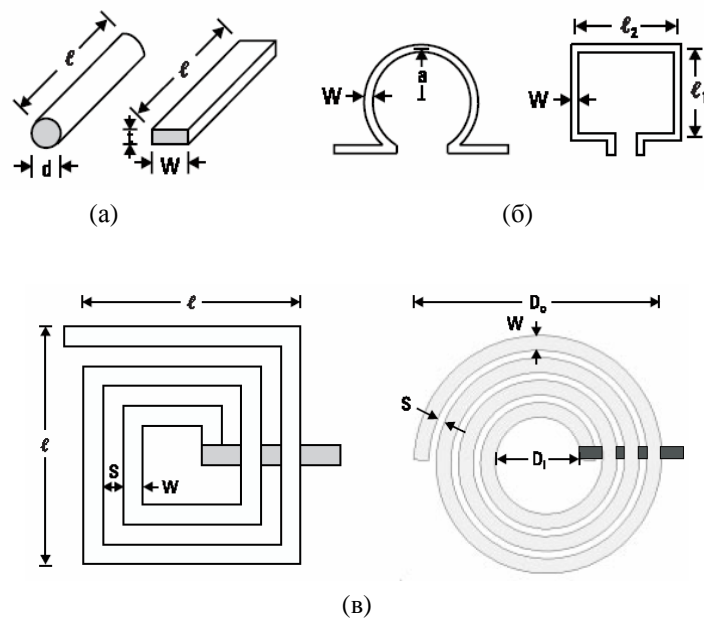
5.3.4. Остали параметри калема

Поред индуктивности, антирезонантне учестаности и Q -фактора, калемови се могу окарактерисати и другим параметрима, као што су максимална дозвољена струја, максимална дозвољена (активна) снага, радни температурни опсег, температурни коефицијент индуктивности и струја засићења (за калемове са магнетским језгром).

Максимална дозвољена струја је највећа стална струја при којој не долази до нарушавања структуре проводника (фузија и електромиграција) нити његовог прегревања. Максимална дозвољена снага је највећа активна снага при којој калем не губи своје карактеристике нити се уништава. Радни температурни опсег је опсег температура у коме калем има декларисане карактеристике. Ван овог опсега се, на пример, смањује вредност максимално дозвољене струје. Струја засићења је параметар калемова са језгром. То је (ефективна или максимална) струја при којој долази до магнетског засићења.

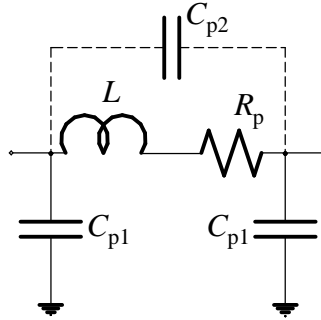
5.3.5. Штампани калемови

Код штампаних калемова проводници су танке металне траке начињене на једнослојном или вишеслојном диелектричном супстрату. Карактеристични облици једнослојних штампаних калемова у микротракастој техници приказани су на слици 5.16. То су секције проводних трака, једноструке петље и спирале. Код спиралних калемова прикључак за унутрашњу петљу се изводи из спирале путем моста, или свака од петљи спирала прави мост преко овог прикључка (слика 5.16в).



Слика 5.16. Карактеристични облици једнослојних микротракастих штампаних калемова: (а) секција проводне траке, (б) кружна и правоугаона једнострука петља, (в) правоугаона и кружна спирала.

Објаснимо укратко зашто се секција проводне траке на штампаном колу понаша доминантно као калем, иако нема завојке. Наиме, секција проводне траке је практично кратка секција врло узаног микротракастог вода. Овакав вод има релативно велику карактеристичну импедансу (видети поглавље 2), што значи релативно велику подужну индуктивност и релативно малу подужну капацитивност, па се доминантно понаша као индуктиван елемент.



Слика 5.17. Еквивалентно коло за калемове са слике 5.16.

Паразитна капацитивност C_{p2} уводи се само код спиралних калемова.

За индуктивност L , паразитну отпорност R_p и паразитне капацитивности C_{p1} и C_{p2} еквивалентног кола са слике 5.17, могу се користити следеће приближне формуле:

За секцију проводне траке (слика 5.16а)

$$L[\text{nH}] = 2 \cdot 10^{-4} l \left[\ln \frac{l}{w+t} + 1,193 + \frac{w+t}{3l} \right] K_g, \quad (5.6)$$

$$C_{p1}[\text{pF}] = 16,67 \cdot 10^{-4} l \frac{\sqrt{\epsilon_{re}}}{Z_c}, \quad R_p = \frac{K R_{sq} l}{2(w+t)}, \quad (5.7)$$

где су све димензије у микрометрима. Фактор K_g представља утицај проводне равни на индуктивност. Наиме, присуство проводне равни у близини сваког калема смањује његову индуктивност, па је код штампаних калемова корисно да ово растојање буде што веће. Фактор K је корекциони фактор преко кога се узима у обзир ивични ефекат. Ова два фактора дата су следећим приближним изразима:

$$K_g = 0,57 - 0,145 \ln \frac{w}{h}, \quad \left(\frac{w}{h} > 0,05 \right), \quad (5.8)$$

$$K = 1,4 + 0,217 \ln \frac{w}{5t}, \quad 5 < \frac{w}{t} < 100. \quad (5.9)$$

У горњим формулама w , t и h су ширина, дебљина и висина микротракастог вода, респективно (в. поглавље 2), l је дужина проводне траке а R_{sq} је отпорност по квадрату проводника.

За једноструку кружну петљу (слика 5.16б)

$$L[\text{nH}] = 1,257 \cdot 10^{-3} a \left[\ln \frac{a}{w+t} + 0,078 \right] K_g \quad (5.10)$$

$$C_{p1}[\text{pF}] = 33,33 \cdot 10^{-4} \pi a \frac{\sqrt{\epsilon_{re}}}{Z_c}, \quad R_p = \frac{K R_{sq}}{w+t} \pi a, \quad (5.11)$$

где је a средњи полупречник петље, а остале величине се рачунају исто као за секцију проводне траке.

За кружну спиралу (слика 5.16в)

$$L[\text{nH}] = 3,937 \cdot 10^{-2} \frac{a^2 N^2}{8a + 11c} K_g, \quad a = \frac{D_o + D_i}{4}, \quad c = \frac{D_o - D_i}{2}, \quad (5.12)$$

$$C_{p2}[\text{pF}] = 3,5 \cdot 10^{-5} D_o + 0,06, \quad R_p = \frac{K N R_{sq}}{w} \pi a, \quad K = 1 + 0,333 \left(1 + \frac{s}{w} \right), \quad (5.13)$$

где је N број завојака спирале, D_o и D_i спољашњи и унутрашњи пречник спирале, респективно, s растојање између проводника спирале, а остале величине се рачунају исто као за секцију проводне траке. Сада се преко фактора K у обзир узимају и ивични ефекат и ефекат близине. Утицај проводне равни на индуктивност може се смањити ако је $s < w$ и $s \ll h$

Општија формула за индуктивност како кружних, тако и квадратних, шестоугаоних и осмоугаоних спирала је

$$L[\text{nH}] = \frac{\mu_0 N^2 D_{sr} c_1}{2} \left[\ln \frac{c_2}{\rho} + c_3 \rho + c_4 \rho^2 \right]. \quad (5.14)$$

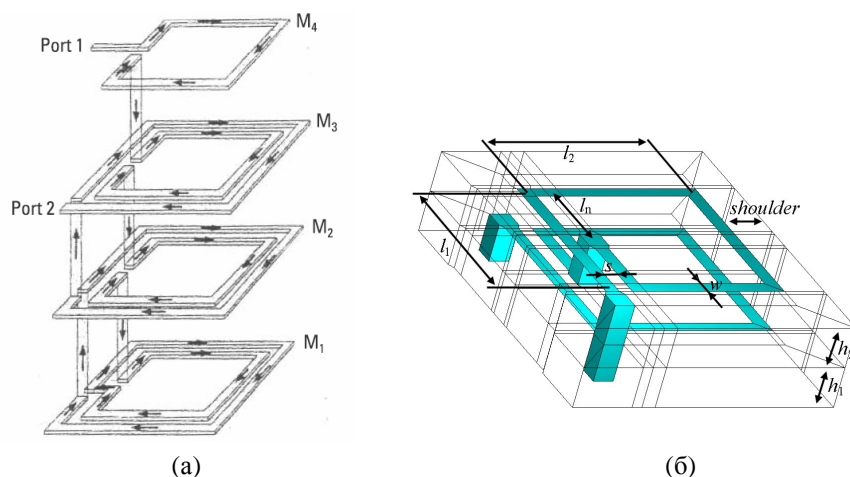
Овде је D_{sr} средњи пречник спирале, $\rho = (D_o - D_i)/(D_o + D_i)$ је фактор испуњености, а коефицијенти c_j зависе од облика спирале и дати су у табели 5.1.

Табела 5.1. Коефицијенти за формулу (5.14).

Облик спирале	c_1	c_2	c_3	c_4
Круг	1,00	2,46	0,00	0,20
Квадрат	1,27	2,07	0,18	0,13
Шестоугао	1,09	2,23	0,00	0,17
Осмоугао	1,07	2,29	0,00	0,19

У циљу повећања индуктивности, штампани калемови се израђују и на вишеслојном супстрату, у облику вишеспратних спиралних структура (слика 5.18а). Спирални штампани калемови могу се анализирати као међусобно повезане секције

вишеспроводничких водова (видети поглавље 3), али то је релативно груба апроксимација стварне структуре калема, јер нису потпуно испуњени услови да се структура може третирати као вод. (Оставља се читаоцу да објасни зашто.) Тачнија анализа калема може се спровести помоћу ЕМ симулатора (слика 5.18б).



Слика 5.18. Штампани калемови на вишеслојном супстрату: (а) конфигурација са смањеном паразитном капацитивношћу, (б) ЕМ модел двослојног штампаног калема.

Штампани калемови се могу израђивати и у техници тракастих водова. Овакви калемови у односу на исте калемове израђене у микротракастој техници имају мању индуктивност, а тиме и мањи Q -фактор. То је последица присуства друге проводне равни. Међутим, калемови израђени у техници тракастих водова имају предност што су електромагнетски боље изоловани, што за одређене примене може бити од пресудне важности.

За штампане калемове димензија реда милиметра, добијају се индуктивности реда 1–10 nH, Q -фактори реда 10 (између 10 и 100) и антирезонантне учестаности реда 1–10 GHz. Производе се и калемови димензија реда 0,1 mm, чија је индуктивност реда 1 nH, Q -фактори реда 10, а антирезонантне учестаности могу бити веће и од 50 GHz.

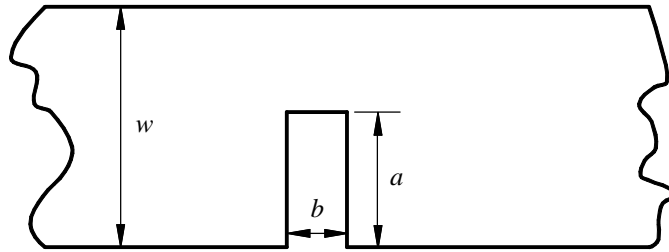
Генерално говорећи, Q -фактор штампаних калемова може се повећати повећањем ширине траке, w , смањењем растојања између трака, s , повећањем дебљине метализације, t , и смањењем растојања између слојева код „вишеспратних“ калемова. Утицај проводне равни се смањује постављањем калема вертикално, као и удаљавањем од проводне равни (нпр. повећањем дебљине супстрата). Повећање дебљине супстрата, међутим, може изазвати повећање губитака услед зрачења уколико је структура отворена, а тиме и смањење Q -фактора. Утврђено је да калемови са спиралом кружног облика имају 10-20% већи Q -фактор од оних са спиралом правоугаоног облика. Већи Q -фактор постиже се и поступним смањивањем ширине w и растојања s , идући према центру спирале.

Поред наведених облика штампаних калемова, поменућемо још две врсте концентрисаних елемената који имају доминантно индуктиван карактер, тј. понашају се као концентрисани реални калемови. Први пример је кратко сужење микротракастог

вода (слика 5.19). Ако је $b < h$, (еквивалентна) индуктивност сужења практично не зависи од b и дата је приближним обрасцем

$$L = \frac{\mu_0 \pi h}{2} \left(1 - \frac{Z_{c0}}{Z'_{c0}} \right)^2, \quad (5.15)$$

где су Z_{c0} и Z'_{c0} карактеристичне импедансе ваздушног микротракастог вода ширине w и $w-a$, респективно. Потенцијална мана оваквог индуктивног елемента је што се за релативно мало b може добити знатна паразитна капацитивност. Ова капацитивност може се приближно израчунати као капацитивност процепа у микротракастом воду. Са повећањем дужине b ова компонента све мање личи на концентрисани калем, а све више на секцију микротракастог вода ширине $w-a$, па се тако мора и третирати. За овакав „калем“ тополошко ограничење је што се може наћи само у редној грани лествичасте мреже.

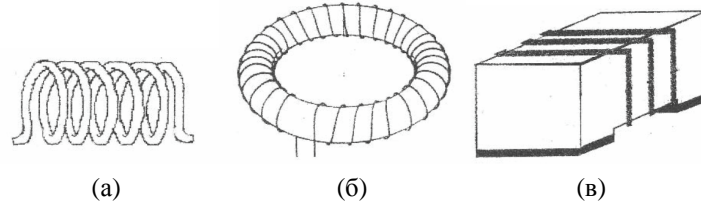


Слика 5.19. Сужење микротракастог вода.

Други пример је кратко спојени вод мале електричне дужине. Теоријски, према једначини (2.71), он се понаша као потрошач импедансе $Z_{ul} = Z_c \text{th}(\gamma D)$. Одавде, или директно квазистатички, добија се да је индуктивност вода просто $L = L'D$. Добијена реактанса је много мања од Z_c , што може бити ограничавајући фактор у примени овакве компоненте. У пракси, кратак спој није идеалан, већ се понаша као еквивалентна индуктивност која се мора узети у рачун, с обзиром на врло малу реактансу. За овакав „калем“ тополошко ограничење је што се може наћи само у оточној грани лествичасте мреже.

5.3.6. Жичани калемови

У микроталасним колима користе се и калемови начињени од намотаја жице. Намотаји могу бити у облику једног или више кружних завојака, у облику соленида (спиралног намотаја), торусног намотаја и других облика. Осим кружног попречног пресека, користе се и правоугаони, квадратни и други (слика 5.20). Индуктивност калема може се повећати намотавањем око језгра (најчешће цилиндричног и торусног) од ферита.



Слика 5.20. Облици жичаних калемова: (а) соленоид, (б) торусни намотај, (в) провоугаони намотај.

Жичани калемови се често користе када је потребно остварити веће индуктивности (нпр. реда 100 nH), што је најчешћи случај на доњем крају микроталасног спектра (испод 1 GHz). Релативно ниске радне учестаности диктира антирезонантна учестаност калема која се смањује са порастом индуктивности. На пример, за калемове на керамичком (немагнетском) језгру, индуктивности реда 100 nH, антирезонантна учестаност је око 1 GHz. Фактори доброте ових калемова су реда неколико десетина. Максимални Q -фактори жичаних калемова су неколико стотина.

За основне облике жичаних калемова познати су аналитички изрази за индуктивност. Тако је за кружни завојак (слика 5.21) у ваздуху,

$$L = \mu_0 (2r - a) \left[\left(1 - \frac{k^2}{2} \right) K(k) - E(k) \right], \quad k = \frac{2\sqrt{r(r-a)}}{2r-a}, \quad (5.16)$$

где је r средњи полупречник завојка, a је полупречник жице, а $E(k)$ и $K(k)$ су потпуни елиптички интегрални прве и друге врсте, респективно,

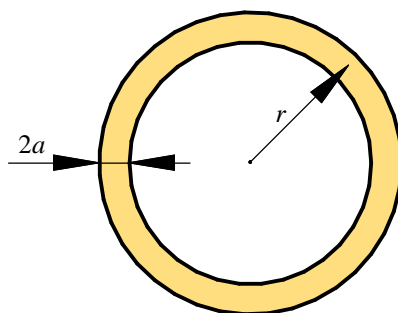
$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \phi}}, \quad E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \phi} d\phi. \quad (5.17)$$

За танку жицу ($a \ll r$) израз (5.16) прелази у

$$L \approx \mu_0 r \left[\ln \left(\frac{8r}{a} \right) - 2 \right]. \quad (5.18)$$

За калем који се састоји од N тесно приљубљених кружних завојака који испуњавају простор облика турса (као на слици 5.21. где осенчена површ сада представља N оваких завојака) индуктивност је већа N^2 пута у односу на један завојак,

$$L \approx \mu_0 N^2 r \left[\ln \left(\frac{8r}{a} \right) - 2 \right]. \quad (5.19)$$



Слика 5.21. Кружни завојак.

Врло чест облик жичаног калема је густо мотани соленоид, као на слици 5.20а, само са завојцима један до другог. За дугачак соленоид полупречника r , дужине l ($l \gg r$), са N завојака и ваздушним језгром може се применити елементарни израз

$$L = \mu_0 \frac{\pi r^2 N^2}{l}. \quad (5.20)$$

Ако соленоид није дугачак, могу се применити разне емпиријске формуле. Тако се, за $l > 0,8r$, може користити образац

$$L[\text{nH}] = \frac{4\mu_r(\pi r N)^2}{l + 0,9r}, \quad (5.21)$$

где су r и l у центиметрима. Један тачнији образац је

$$L[\text{nH}] = \begin{cases} \mu_0 \frac{\pi r^2 N^2}{l} \left[f_1 \left(\frac{4r^2}{l^2} \right) - \frac{8r}{3\pi l} \right] & (l \geq 2r) \\ \mu_0 r N^2 \left\{ \left[\ln \left(\frac{8r}{l} \right) - 0,5 \right] f_1 \left(\frac{l^2}{4r^2} \right) + f_2 \left(\frac{l^2}{4r^2} \right) \right\} & (l < 2r), \end{cases} \quad (5.22)$$

где је за $0 \leq x \leq 1,0$

$$f_1(x) = \frac{1,0 + 0,383901x + 0,017108x^2}{1,0 + 0,258952x}, \quad f_2(x) = 0,093842x + 0,002029x^2 - 0,000801x^3, \quad (5.23)$$

а димензије су поново у центиметрима.

За соленоид правоугаоног попречног пресека (нпр. намотај на четвртастом керамичком блоку као на слици 5.20в) може се у првој апроксимацији сматрати да му је индуктивност иста као за соленоид кружног попречног пресека и исте дужине жице. На пример, ако је завојак правоугаоног облика, дужине страница h и w , за полупречник еквивалентног кружног соленоида треба узети $r = (w + h + a) / \pi$.

Индуктивност танког, густо мотаног торусног намотаја на торусу површине попречног пресека S , дужине средње линије l , пермеабилности μ , и броја завојака N дата је елементарним изразом

$$L = \mu \frac{SN^2}{l}. \quad (5.24)$$

За дебео торус правоугаоног попречног пресека, висине h , унутрашњег и спољашњег полупречника торуца r_1 и r_2 , респективно, важи елементарни образац

$$L = \mu \frac{hN^2}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (5.25)$$

док је за дебео торус кружног попречног пресека егзактан образац

$$L = \mu_0 N^2 \left(r - \sqrt{r^2 - a^2} \right), \quad (5.26)$$

где су r и a средњи полупречник торуца и полупречник попречног пресека торуца, респективно.

Често је потребно начинити калемове променљиве индуктивности, на пример, за потребе финог подешавања кола. За ову сврху нарочито су погодни солениоди. Наиме, размицањем завојака густо мотаног солениода са ваздушним језгром долази до расипања поља и тиме до смањења индуктивности. Код солениода са феритним језгром овај ефекат је много мањи због знатно мањег расипања магнетског флукса у односу на ваздушно језгро. Промена индуктивности жичаног калема може се остварити и уметањем проводног или магнетског материјала у намотај калема. Проводни материјал (нпр. бакарна жица или плочица) узрокује смањење, а магнетски материјал (нпр. феритни штапић) повећање индуктивности.

За магнетска језгра калемова на микроталасним учестаностима користе се феримагнетски материјали (скраћено ферити). Ферити спадају у меке магнетске материјале. Они су првобитно у облику праха. Од мешавине праха одговарајућег састава формирају се жељени геометријски облици путем калупа, а затим се синтерују излагањем температуре од око 1200° . Ова технологија је својствена керамици, па ферити спадају у керамичке материјале. Они су обично смесе чија је формула $M\text{OFe}_2\text{O}_3$, где је M ознака за двовалентни метални јон. За језгра калемова и трансформатора као двовалентни метални јон најчешће се користе MnZn и NiZn . Релативна пермеабилност може бити и неколико хиљада, али ферити који се употребљавају у микроталасним колима имају релативну пермеабилност реда величине 10. Ферити се одликују релативно великом специфичном отпорношћу и релативном пермитивношћу реда величине 10. Основне особине MnZn и NiZn ферита дате су у табели 5.2.

Табела 5.2. Опсег параметара NiZn и MnZn ферита.

Параметар	NiZn ферит	MnZn ферит
Релативна пермеабилност (μ_r)	20 – 850	800 – 10000
Релативна пермитивности (ϵ_r)	10 – 30	10 – 105
$\tan \delta / \mu_r (\times 10^6)$	30 – 400	5 – 35
Специфична отпорност [Ωm]	$10^3 - 10^7$	0,5 – 15
Киријева температура [$^{\circ}\text{C}$]	130 – 150	120 – 200

5.4. Кондензатори

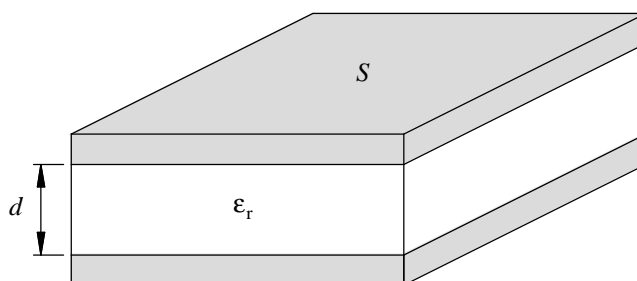
5.4.1. Капацитивност кондензатора

Кондензатор је систем од два проводна тела (електроде) наелектрисана са $+Q$ и $-Q$, између којих се налази диелектрик. Основни параметар кондензатора је капацитивност,

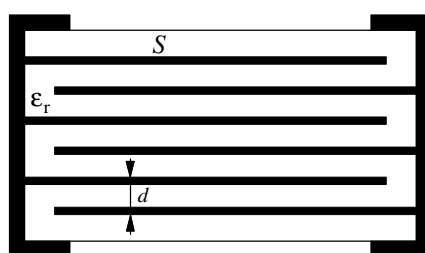
$$C = \frac{Q}{U}, \quad (5.27)$$

где је U напон између електрода. Некада се овакав кондензатор назива и кондензатор у симетричном режиму рада, да би се истакло да је могуће наелектрисати електроде тако да укупно наелектрисање кондензатора не буде једнако нули (несиметричан режим рада). Ми ћемо се бавити само кондензаторима у симетричном режиму рада. Јединица за капацитивност је фарад (F). Типичан опсег капацитивности кондензатора у микроталасним колима је од 0,1 – 100 pF, а код монолитних микроталасних кола 0,05 – 100 pF. Кондензатори веће капацитивности се не користе, јер код њих (на микроталасним учестаностима) преовлађује паразитна индуктивност.

Кондензатори за микроталасна кола се праве у различитим облицима. Код SMD кондензатора најчешћи облик је плочасти кондензатор. Он може бити са две плоче (слика 5.22), или са више плоча (слика 5.23). Ако се занемаре ефекти крајева (што у граничном случају егзактно важи само за танак плочасти кондензатор), капацитивност кондензатора са слике 5.22 је $C = \epsilon_0 \epsilon_r S / d$, а оног са n плоча ($n = 6$ на слици 5.23) је $n - 1$ пута већа



Слика 5.22. Плочасти кондензатор са две плоче.



Слика 5.23. Пресек SMD кондензатора са више плоча.

Најчешће се тежи да пермитивност диелектрика буде што већа, како би се за дати габарит кондензатора максимизовала капацитивност.

5.4.2. Остали параметри кондензатора

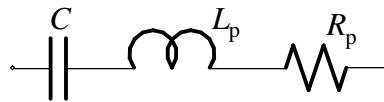
Осим капацитивности од значаја су и следећи параметри реалних кондензатора: пробојни напон, максимални напон, фактор доброте, резонантна учестаност (од интереса је само прва), максимална струја, толеранција и температурни коефицијент.

Пробојни напон је тренутни напон при коме долази до пробоја диелектрика. Он се може повећати коришћењем диелектрика веће електричне чврстоће и заобљавањем ивица плоча, као и повећавањем растојања d . Повећање растојања између плоча, међутим, осим што повећава габарит, смањује капацитивност, што је обично непожељно. Максимални напон је највећи (ефективни) напон на који се може прикључити кондензатор, а да не дође до уништења (пробоја диелектрика) или промене декларисаних карактеристика. За SMD кондензаторе максималан напон се креће између 50 V и 500 V, док је за монолитне кондензаторе обично мањи од 100 V. Фактор доброте (Q -фактор) кондензатора је Q -фактор редног осцилаторног кола које се добија прикључењем идеалног калема. Податак за фактор доброте кондензатора (исто као код калема) увек се односи на одређену фреквенцију и треба имати у виду да се он значајно мења са учестаношћу. Резонанција реалног кондензатора је последица паразитне индуктивности. Максимална струја је највећа (ефективна) струја при којој не долази до оштећивања кондензатора. Она зависи од дисипиране топлоте коју материјал кондензатора може да издржи или од пробојног напона. Толеранција је декларисана прецизност израде кондензатора. Уобичајне вредности за SMD кондензаторе су од $\pm 1\%$ до $\pm 20\%$, а за

монолитне кондензаторе мање од $\pm 10\%$. Температурни коефицијент представља брзину промене отпорности са температуром, $\Delta C = \alpha_T \Delta T$, при претпостављеној линеарној зависности капацитивности од температуре. Типичне вредности за α_T су реда $10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

5.4.3. Резонантна учестаност и ефективна капацитивност

Доминантни паразитни ефекти код реалних кондензатора могу се моделовати редном отпорношћу, редном индуктивношћу и паралелном отпорношћу. Паразитна редна отпорност моделује губитке у диелектрику и отпорности прикључака и контаката. Паразитна индуктивност потиче од коначних димензија елемента. Тако се добија еквивалентно коло као на слици 5.24. Уобичајно је да се номинална капацитивност SMD кондензатора мери на учестаности 1 MHz, на којој се паразитни ефекти могу занемарити, или на 100 MHz, на којој се прецизније мере мале капацитивности.



Слика 5.24. Еквивалентно коло реалног кондензатора.

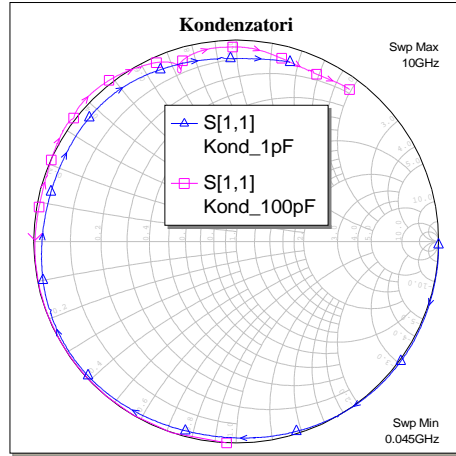
Комплексна импеданса еквивалентног кола кондензатора је $Z_e = R_p + j\omega L_p + 1/(j\omega C)$. На учестаности

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_p C}} \quad (5.28)$$

коло је у резонанцији. Ова учестаност се често скраћено означава SRF (series resonant frequency). За $f < f_0$ еквивалентно коло је претежно капацитивно и може се приказати као редна веза отпорника R_p и фреквенцијски зависног кондензатора капацитивности

$$C_e = \frac{C}{1 - \omega^2 L_p C}. \quad (5.29)$$

Капацитивност C_e се назива ефективна капацитивност. За $f > f_0$ коло постаје претежно индуктивно и кондензатор се понаша као редна веза калема и отпорника. Ово је илустровано на слици 5.25, где су Смитовим дијаграмом приказани измерени s -параметри два SMD кондензатора.



Слика 5.25. Смитов дијаграм ($Z_0 = 50 \Omega$) добијен мерењем два SMD кондензатора.
(Резонантна учестаност првог кондензатора (од 1 pF) износи $f_{01} = 5,4 \text{ GHz}$,
а другог кондензатора (од 100 pF) $f_{02} = 540 \text{ MHz}$.)

Са даљим порастом учестаности кондензатор наизменично пролази кроз низ резонанција и антирезонанција, али то у пракси није од интереса, јер се кондензатор скоро никада не користи на учестаностима вишим од прве резонантне учестаности f_0 . За моделовање резонантних појава вишег реда потребно је применити сложенија еквивалентна кола од оног на слици 5.24, као на пример секција вода на чијој је средини убачен идеалан кондензатор.

5.4.4. Q -фактор кондензатора

Губици код реалног кондензатора могу се приказати на неколико еквивалентних начина. Први начин је преко еквивалентне редне отпорности, R_p (као на слици 5.24), које се означава и са ESR, што је скраћеница за „equivalent series resistance“. Други начин је да се уведе Q -фактор (фактор добротe кондензатора), као фактор добротe хипотетичког редног резонантног кола које се добија повезивањем идеалног калема за посматрани реалан кондензатор. Уводи се и фактор губитака (dissipation factor, скраћено DF), као количник паразитне отпорности и реактансе кондензатора. Везе између наведених параметара су

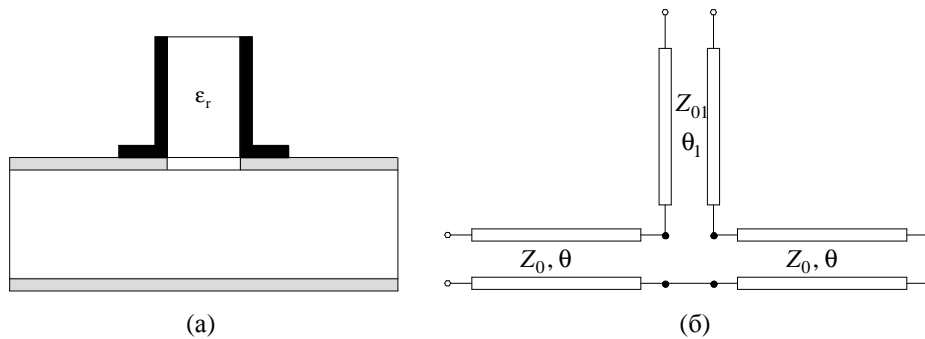
$$Q = \frac{1}{\omega C R_p}, \quad \text{DF} = \omega C R_p = \frac{1}{Q}. \quad (5.30)$$

Ако се занемаре губици у прикључцима и контактима фактор губитака кондензатора је једнак тангенсу угла губитака диелектрика.

5.4.5. Типови кондензатора

Концентрисани кондензатори производе се као SMD компоненте и као монолитни кондензатори. Монолитни кондензатори могу се даље поделити на микротракасте, интердигиталне и метал-изолатор-метал (metal-insulator-metal, скраћено MIM) кондензаторе.

SMD кондензатори стандардно имају облик паралелепипеда чије су наспрамне стране метализовани контакти (као на слици 5.23). У зависности од њиховог повезивања за микротракасти вод, паразитни ефекти се моделују различитим еквивалентним колима. На пример, плочасти кондензатор може се повезати редно на микротракасти вод тако да му плоче буду вертикалне, као на слици 5.26а. Овакав кондензатор може се посматрати као секција отвореног вода прикључена редно на два микротракаста вода, као на слици 5.26б.

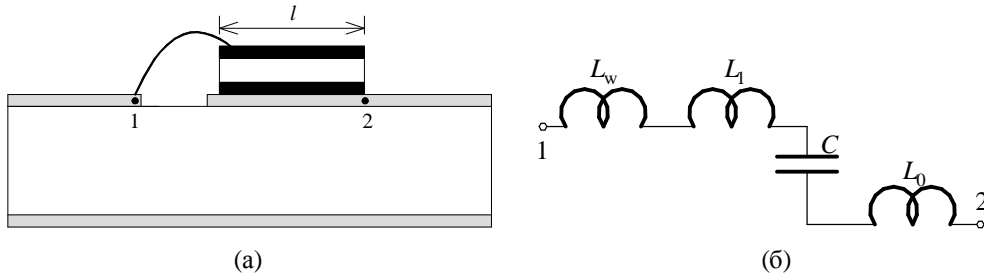


Слика 5.26. (а) Вертикални плочасти SMD кондензатор и (б) његово еквивалентно коло.

Ако се плочасти SMD кондензатор монтира редно, али тако да су му плоче паралелне површи супстрата, добија се конфигурација као на слици 5.27а. Сада се еквивалентно коло између тачака 1 и 2 на слици може представити као редна веза индуктивности жичаног споја (L_w), индуктивности кондензатора посматраног као кратак двоводнички вод дужине $l/2$, идеалног кондензатора и индуктивности кратке секције микротракастог вода дужине $l/2$ (слика 5.27б). Овде је $L_1 = L'_1 l/2$, $L_0 = L'_0 l/2$, а L'_1 и L'_0 подужне индуктивности посматраних водова.

Паралелно (оточно) везивање SMD кондензатора за микротракасти и тракасти вод захтева употребу вија. Ово важи и за све остале SMD компоненте.

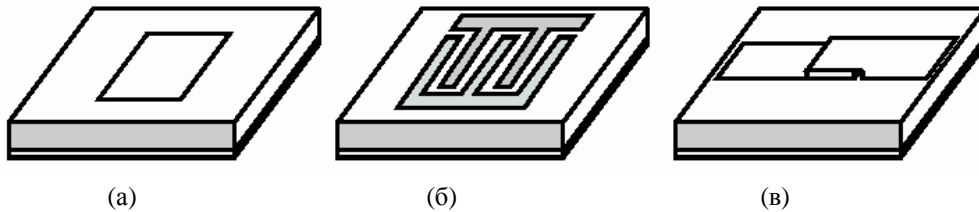
Монолитни кондензатори се производе тако да су саставни део штампане плочице. Три основна типа монолитних кондензатора приказана су на слици 5.28. Монолитни микротракасти кондензатори могу се посматрати као кратке секције микротракастих водова отворене на крају. Улазна адмитанса (идеалног) отвореног вода дужине D је $Y_{ul} = Y_c \text{th}(\gamma D)$, одакле се добија да је капацитивност просто $C = C'D$ где је C' подужна капацитивност вода. (Ово се директно добија и елементарном квазистатичком анализом.) Због релативно дебелог диелектрика, добијене капацитивности по јединици површине су релативно мале. Прецизнија анализа отворених огранака микротракастих водова дата је у шестом поглављу.



Слика 5.27. (а) Хоризонтални плочасти SMD кондензатор и (б) његово еквивалентно коло.

Пример. Одредити капацитивност по јединици површине микротракастог монолитног кондензатора на супстрату FR-4, дебљине 20 mil .

Решење. Посматрано квазистатички, (тј. као концентрисану компоненту), капацитивност танког кондензатора је $C = \epsilon_0 \epsilon_r S / h$. Капацитивност по јединици површине износи $C_S = C / S = \epsilon_0 \epsilon_r / h$. За дати супстрат је $\epsilon_r = 4,6$ и $h = 0,508 \text{ mm}$, одакле се добија $C_S = 0,08 \text{ pF/mm}^2$.

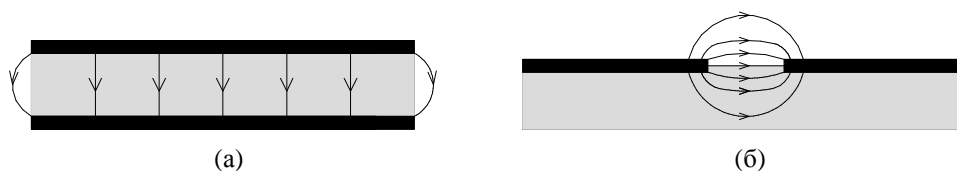


Слика 5.28. Монолитни кондензатори: (а) микротракасти, (б) интердигитални, (в) МИМ.

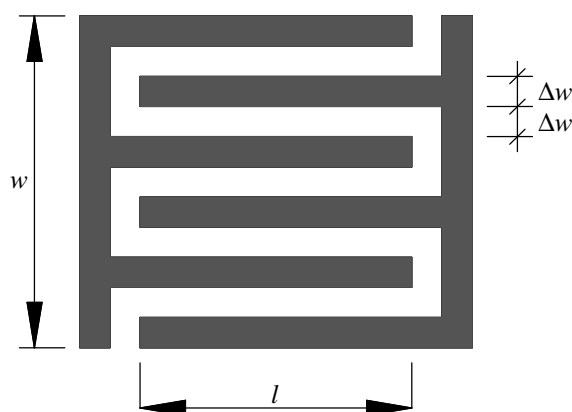
МИМ кондензатори су слични микротракастим кондензаторима по томе што се састоје од паралелних металних плоча. Међутим, МИМ кондензатори имају врло танак диелектрик, дебљине реда $0,1 \mu\text{m}$, а најчешћи материјал је силикон нитрид (Si_3N_4), релативне пермитивности око 6,8, што резултује релативно великим капацитивностима по јединици површине, типично око 300 pF/mm^2 , и пробојним напонима између 50 и 100 V. Технологија израде ових кондензатора (танкослојна технологија) је компликованија од технологије израде микротракастих и интердигиталних кондензатора (штампана технологија). Веће капацитивности по јединици површине могу се добити коришћењем тањих диелектрика или диелектрика веће пермитивности. Тако је, на пример, могуће начинити слој силикон нитрида дебљине само $0,02 \mu\text{m}$, што резултује вредностима капацитивности по јединици површине од око 1200 pF/mm^2 . Од материјала већих пермитивности највише се користи тантал оксид (Ta_2O_5), чији је $\epsilon_r \approx 25$. Добијене су вредности капацитивности по јединици површине од око 1400 pF/mm^2 .

Праве се и кондензатори од фероелектричних диелектрика, као што је баријум стронцијум титанат (BSTO), чија је релативна пермитивност око 1000. Са њим су добијене капацитивности по јединици површине реда 10000 pF/mm^2 . Проблем са фероелектрицима је њихова температурна нестабилност.

Интердигитални кондензатори, за разлику од микротракастих и МИМ кондензатора, користе капацитивност која потиче од ивичног електричног поља између танких металних плоча које се налазе у истој равни (метализације на површи диелектричног супстрата, као на слици 5.29). Капацитивност кондензатора заснованог на ивичном пољу утолико је већа уколико је растојање између ивица плоча мање и уколико је дужина ивице већа. Из другог од ова два разлога плоче кондензатора се праве у облику вишеструких завијутака (меандара), што подсећа на уплетене прсте (слике 5.28б и 5.30), по чему је ова врста кондензатора и добила име. Да би интердигитални кондензатори биле концентрисане компоненте, потребно је да $l+w$ буде много мања од таласне дужине.



Слика 5.29. Линије електричног поља (а) плочастог (микротракастог или МИМ) и (б) интердигиталног кондензатора (без присуства проводне равни).



Слика 5.30. Интердигитални кондензатор.

За дату технологију израде штампане плочице, минимална остварљива ширина металлизованог трага и минимално остварљиво растојање између трагова су међусобно блиске. Зато се, у циљу максимизирања капацитивности по јединици површине, обично узима да су ширине прстију и процепа међусобно једнаке и истовремено најмање могуће за дату технологију. Под овом претпоставком, а у односу на димензије дате на слици 5.30, релативну пермитивност супстрата ϵ_r и број прстију N , капацитивност интердигиталног кондензатора је дата приближном формулом

$$C = (\epsilon_r + 1)l[(N - 3)A_1 + A_2]. \quad (5.31)$$

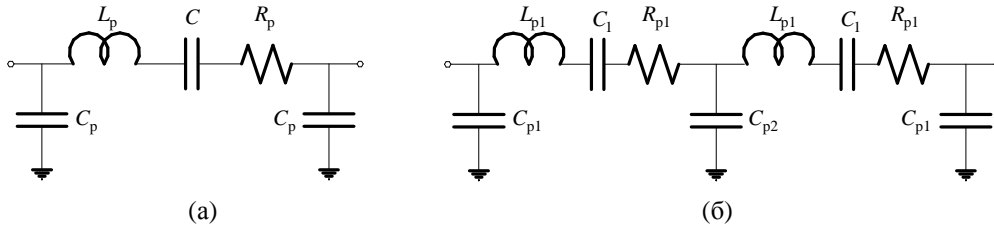
За бесконачно дебео супстрат $A_1 = 4,409 \cdot 10^{-6} \text{ pF}/\mu\text{m}$ и $A_2 = 9,92 \cdot 10^{-6} \text{ pF}/\mu\text{m}$. За супстрат дебљине h

$$A_1 = 4,409 \cdot 10^{-6} \text{ th} \left[0,55 \left(\frac{h}{\Delta w} \right)^{0,45} \right] \text{ pF}/\mu\text{m}, \quad A_2 = 9,92 \cdot 10^{-6} \text{ th} \left[0,52 \left(\frac{h}{\Delta w} \right)^{0,5} \right] \text{ pF}/\mu\text{m}. \quad (5.32)$$

Еквивалентна кола интердигиталног кондензатора представљена су на слици 5.31. Паразитна отпорност на ниским учестаностима може се израчунати као

$$R_p = \frac{4}{3} \frac{l}{N \Delta w} R_{sq}, \quad (5.33)$$

где је R_{sq} отпорност по квадрату употребљене метализације. Пожељно је користити што мање ширине прстију и процепа (Δw на слици 5.30), јер са повећањем ових димензија паразитна капацитивност према маси ($C_{p,p1,p2}$ на слици 5.31) може знатно да порасте у односу на капацитивност самог кондензатора (C, C_1).



Слика 5.31. Еквивалентна кола интердигиталног кондензатора за (а) ниске учестаности, (б) високе учестаности.

Интердигитални кондензатор може се приближно анализирати и декомпозицијом на саставне елементе: секцију вишепроводничког вода, процепе између метализације, Т-спојеве и савијутке микротракастог вода. (Читаоцу се предлаже да прецизно представи ову декомпозицију и, евентуално, изврши и прорачун.)

Ако се за супстрат примени фeroелектрик, може се постићи променљив интердигитални кондензатор чија се капацитивност мења примењеним једносмерним напонем (bias voltage). Наиме, фeroелектрици имају нелинеарну Е-Д карактеристику, па је релативна пермитивност (тачније, диференцијална пермитивност за мале сигнале) функција примењеног једносмерног електричног поља. Може се, на пример, добити приближно линеарна промена капацитивности у односу 2:1 при промени једносмерног напона од 0 V до 40 V.

Као кондензатори променљиве капацитивности користе се и варактор диоде, које имају особину да им капацитивност зависи од примењеног једносмерног напона инверзне поларизације.

5.5. Трансформатори

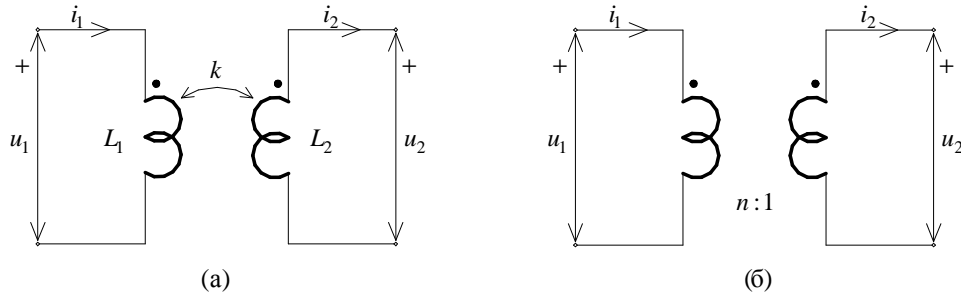
Трансформатор представља пар спрегнутих калемова. Уобичајно је да су калемови намотани око заједничког језгра од магнетског материјала, али могу бити и без магнетског материјала – само постављени близу један другом (нпр. штампани трансформатори). Намотај који условно представља „улаз“ назива се примар, а онај који условно представља „излаз“ назива се секундар. Могу се увести две врсте идеализованог трансформатора. Прва је савршен трансформатор – пар идеално спрегнутих калемова (коэффицијент спреге $k = 1$) без губитака. Друга је идеалан трансформатор – савршен трансформатор бесконачне пермеабилности језгра. Основна особина савршеног трансформатора је да „трансформише“ тренутни напон примара и секундара у односу броја завојака примара и секундара, $u_1 / u_2 = N_1 / N_2 = n$. Овај однос назива се преносни број трансформатора. У моделу теорије електричних кола идеалан трансформатор је пасиван елемент са два приступа код кога се тренутни напони односе као $n : 1$, а струје као $1 : n$ ($i_1 / i_2 = 1 / n$).

Код савршеног трансформатора нема губитака ни расипања флукса. Код реалног трансформатора ово никада није у потпуности остварено. Основни паразитни ефекти реалног трансформатора су губици (електрична енергија која се претвара у топлоту), паразитна капацитивност и расипање флукса. Врло слични ефекти постоје и код реалног калема.

Идеалан трансформатор у моделу теорије кола је савршен трансформатор код кога индуктивност једног завојка тежи бесконачности. Код њега је однос тренутних струја примара и секундара $i_1 / i_2 = N_2 / N_1 = 1 / n$. Ако се на секундарној страни оваквог трансформатора прикључи пријемник импедансе Z , улазна импеданса на страни примара биће $Z_{ul1} = Zn^2$. Исто се може урадити и у супротном смеру. Прикључивањем импедансе Z на примар, улазна импеданса на страни секундара биће $Z_{ul2} = Z / n^2$. То значи да идеалан трансформатор трансформише и импедансу, што је у микроталасним колима често потребно.

На слици 5.32а трансформатор је приказан као пар спрегнутих калемова без губитака. Полазећи од овог модела, савршен трансформатор је онај код кога је $k = 1$, одакле је $u_1 / u_2 = N_1 / N_2 = n = \sqrt{L_1 / L_2}$. Код идеалног трансформатора $L_2 \rightarrow \infty$, одакле следи $i_1 / i_2 = 1 / n$, па су код њега релације између струја и напона алгебарске и изражавају се преко само једног параметра, преносног броја, као што је приказано на слици 5.32б.

Трансформатор без губитака (слика 5.32а) може се приказати еквивалентном Т-мрежом као на слици 5.33а. На њој се, међутим, губи информација да су примар и секундар галвански раздвојени. Осим тога, за $n \neq 1$ може бити $L_1 + M < 0$ или $L_2 + M < 0$, али ово не нарушава глобалну пасивност еквивалентне мреже. У Т-мрежи је уместо међусобне индуктивности, која зависи од референтних смерова струја, погодније као параметар користити коефицијент спреге, k , па M свуда заменити са $-k\sqrt{L_1 L_2}$ (знак минус, према конвенцији о тачкама, потиче од изабраних референтних смерова струја).

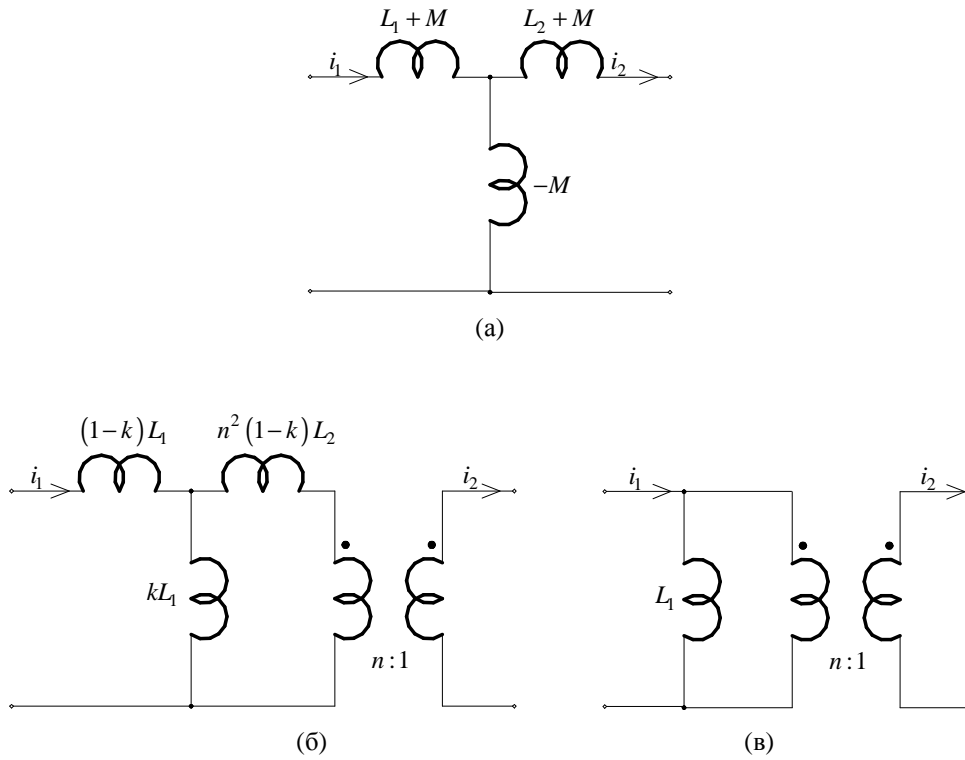


Слика 5.32. Два начина представљања трансформатора:
(а) преко параметара L_1 , L_2 и k , (б) преко преносног броја (n).

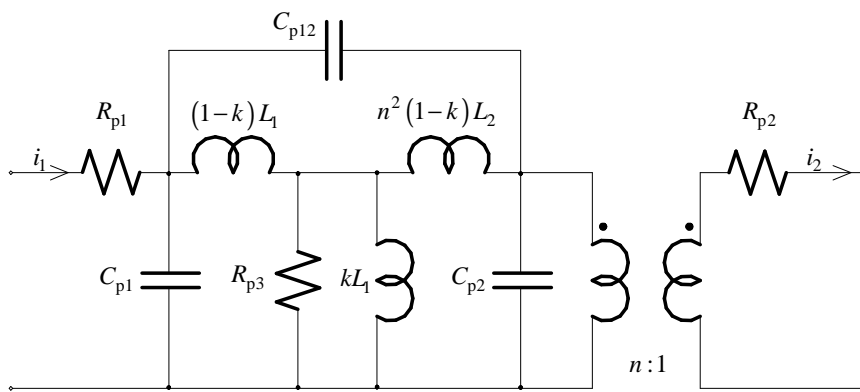
Да би се и у еквивалентном колу трансформатора без губитака приказала галванска раздвојеност примара и секундара уводи се еквивалентна шема која се састоји од Т-мреже и идеалног трансформатора, као на слици 5.33б. За $k=1$ трансформатор прелази у савршени трансформатор, а његово еквивалентно коло у облик као на слици 5.33в, где је трансформатор описан са само два параметра, L_1 и n . За идеалан трансформатор $L_1 \rightarrow \infty$, $Z_{L1} = \omega L_1 \rightarrow \infty$, па коло на слици 5.33в губи грану са калемом.

Паразитни ефекти реалног трансформатора могу се приказати еквивалентним колима на различите начине, јер се паразитни елементи могу премештати (уз одговарајућу трансформацију) између примара и секундара. Еквивалентно коло у коме су приказани сви основни паразитни ефекти дато је на слици 5.34. Капацитивности примара и секундара и њихова међусобна капацитивност представљени су кондензаторима C_{p1} , C_{p2} и C_{p12} , R_{p1} и R_{p2} су редне отпорности примара и секундара, R_{p3} моделује губитке у магнетском језгру, а расипни флуks представљен је преко коефицијента спреге k .

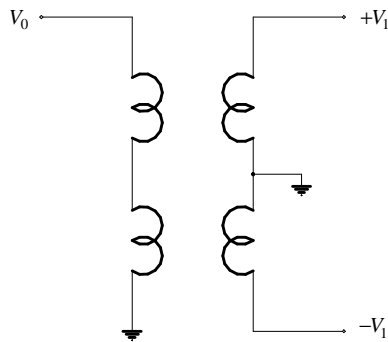
У микроталасним колима трансформатори се најчешће примењују за трансформацију импедансе, за прелаз са симетричног на несиметрични вод (балун), као делитељи снаге, померачи фазе и филтри. Употребу трансформатора у микроталасним колима највише ограничавају паразитне капацитивности, па се ретко примењују на учестаностима већим од око 4 GHz. Балун у облику трансформатора приказан је на слици 5.35. Његов леви приступ (примар) прикључује се за несиметричан вод (нпр. коаксијални или микротракасти вод), а десни (секундар) за симетрични вод (нпр. двожицни вод или дипол антену). Овај трансформатор је мрежа са три приступа. (Читаоцу се предлаже да идентификује те приступе.)



Слика 5.33. Еквивалентна кола трансформатора без губитака: (а) Т-мрежа, (б) генералисана Т-мрежа и (в) еквивалентно коло савршеног трансформатора.



Слика 5.34. Еквивалентно коло реалног трансформатора.



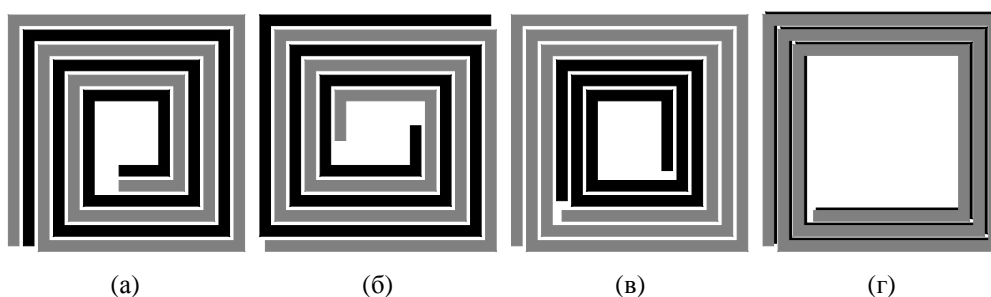
Слика 5.35. Балун у облику трансформатора.

За потребе трансформације импедансе и балуне, међутим, у микроталасним колима много чешће се примењују друге компоненте, нпр. секције водова, које могу функционисати на много вишим учестаностима него трансформатори. Због тога трансформатори у практичним микроталасним колима имају ограничену примену.

5.5.1. Типови трансформатора

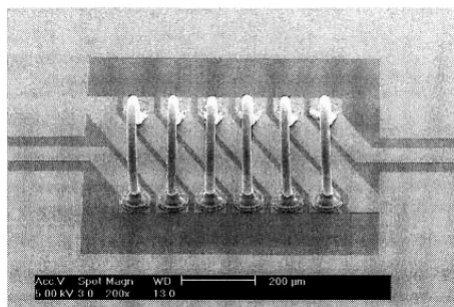
Трансформатори за микроталасна кола могу се начинити као жичани трансформатори и штампани трансформатори. Код жичаних трансформатора намотаји танке жице постављају се на заједничко језгро од магнетског или немагнетског материјала. За магнетска језгра користе се ферити. Радна учестаност трансформатора са феритним језгром је ограничена на око 2 GHz због губитака и паразитних капацитивности.

Штампани трансформатори су по технологији израде и изгледу врло слични штампаним калемовима. Због потребне магнетске спреге појединачни калемови се постављају близу један другом. Неколико облика оваквих трансформатора приказано је на слици 5.36. Код облика (а) приступи намотаја су један поред другог и намотаји су асиметрични. Структура (б) је симетрична, а приступи намотаја су на наспрамним странама елемента, што овај облик чини погоднијим од првог. Код облика (в) један намотај је цео унутар другог, што у односу на прве две конфигурације доводи до повећања сопствених индуктивности и смањења коефицијента спреге. Облик (г) представља намотаје штампане у два слоја диелектричног супстрата. Ова конфигурација одликује се највећом спрегом од све четири приказане, али и највећом паразитном међусобном капацитивношћу, јер у многоме подсећа на танак плочасти кондензатор. Коефицијент спреге структура (а) и (б) је у опсегу 0,7–0,9, структуре (в) 0,4–0,6, а структуре (г) 0,8–0,95.



Слика 5.36. Облици штампаних трансформатора.

На слици 5.37 приказан је један ММІС трансформатор направљен делимично као жичани, а делимично као штампани, са $N_1 = N_2 = 3$ завојка. Дужина трансформатора је око 0,7 mm. Он је специфичан по томе што ради на врло високим учестаностима. Наиме, радни опсег (унутар кога је унето слабљење мање од 1 dB) му је 9,4–14,1 GHz. Прилагођење у читавом радном опсегу му је боље од 7 dB.

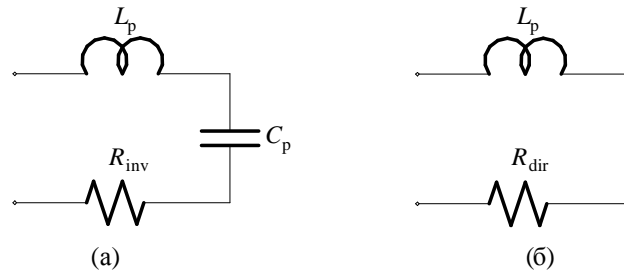


Слика 5.37. Фотографија жичано-штампаног трансформатора у ММІС технологији.

5.6. Прекидачи

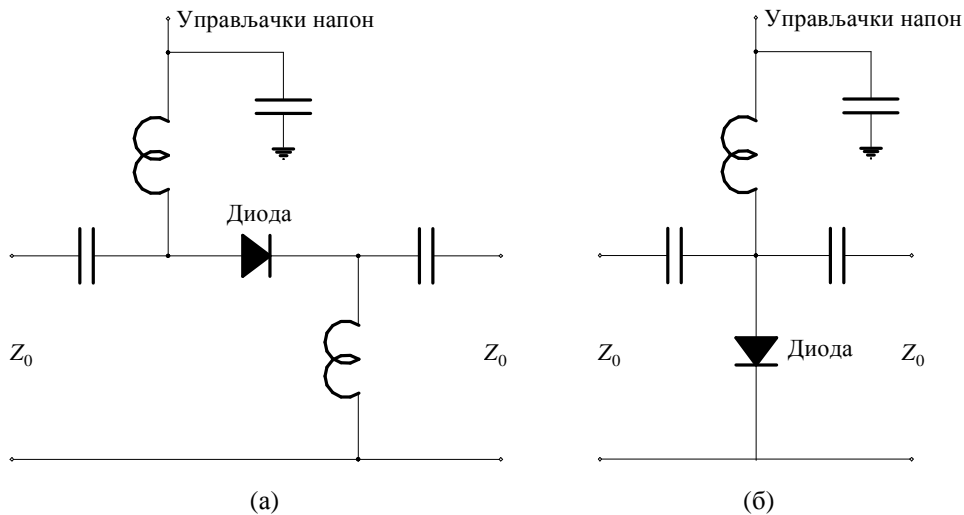
У микроталасним колима прекидачи се пре свега користе за усмеравање тока снаге и сигнала. Прекидачи се примењују и за конструкцију других микроталасних слопова, као што су променљиви ослабљивачи (атенуатори) и променљиви померачи фазе. Механички прекидачи се типично праве у таласоводној и коаксијалној техници и могу издржати велике снаге, али су гломазни и спори. Као брзи електронски прекидачи веома су погодне PIN диоде, са временом прекидања реда наносекунди. PIN диоде су за ову сврху много погодније од класичних полупроводничких диода због знатно мање паразитне капацитивност у стању инверзне поларизације. За прекидачке елементе примењују се и MESFET транзистори.

Инверзно и директно поларизована PIN диода може се представити еквивалентним колом на слици 5.38. Инверзно поларизована диода представља отворен прекидач, а директно поларизована диода представља затворен прекидач. Типичне вредности паразитних параметара су $C_p < 1 \text{ pF}$, $L_p < 0,5 \text{ nH}$, $R_{\text{inv}} = 5 \Omega$ и $R_{\text{dir}} = 1 \Omega$. Једносмерна струја директне поларизације је типично $10\text{--}30 \text{ mA}$, а закочни напон (напон инверзне поларизације) $40\text{--}60 \text{ V}$.



Слика 5.38. Модел прекидачке PIN диоде: (а) у непроводном стању (отворен прекидач), (б) у проводном стању (затворен прекидач).

Прекидачка диода може се на вод повезати редно и паралелно. Ове две конфигурације приказане су на слици 5.39. Кондензатори на слици служе за изолацију (једносмерног) управљачког напона и на радној учестаности треба да имају врло малу импедансу. Калемови на слици служе за изолацију RF сигнала и на радној учестаности треба да имају врло велику импедансу. Изолација RF сигнала може се, међутим, остварити и четвртталасним огранком вода. У обе конфигурације при отвореном прекидачу снага на воду се рефлектује; у првом случају вод је отворен, а у другом кратко спојен.

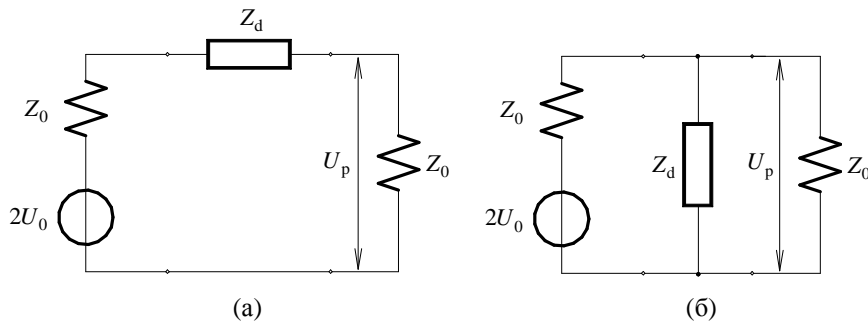


Слика 5.39. PIN прекидач: (а) редно везивање, (б) паралелно везивање.

На основу параметара еквивалентног кола (слика 5.38) лако се може одредити унето слабљење при отвореном и затвореном прекидачу за обе конфигурације. Претпоставимо да је прекидач прилагођен на оба приступа, као на слици 5.40. Унето слабљење у децибелима је

$$A_{\text{IL,redno}} = -|S_{21}| = -20 \log \left| \frac{U_p}{U_0} \right| = -20 \log \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_d} \right| \quad (\text{за редну конфигурацију}), \quad (5.34)$$

$$A_{\text{IL,parelno}} = -|S_{21}| = -20 \log \left| \frac{U_p}{U_0} \right| = -20 \log \left| \frac{2Z_d}{Z_0 + 2Z_d} \right| \quad (\text{за паралелну конфигурацију}). \quad (5.35)$$



Слика 5.40. Уз одређивање унетог слабљења прекидачке диоде за (а) редну и (б) паралелну конфигурацију.

Пример. Нека је $C_p = 0,1 \text{ pF}$, $L_p = 0,4 \text{ nH}$, $R_{\text{inv}} = 1 \Omega$, $R_{\text{dir}} = 0,5 \Omega$, $f = 5 \text{ GHz}$ и $Z_0 = 50 \Omega$. Одредимо однос унетог слабљења при отвореном и затвореном прекидачу за случај редне и паралелне везе диоде, под претпоставком да је вод на обе стране прилагођен.

Решење: Комплексна импеданса диоде при инверзној и директној поларизацији је

$$Z_{d,\text{inv}} = R_{\text{inv}} + j\omega L_p + \frac{1}{j\omega C_p} = (1 - j306) \Omega, \quad (5.36)$$

$$Z_{d,\text{dir}} = R_{\text{dir}} + j\omega L_p = (0,5 - j12,6) \Omega. \quad (5.37)$$

Према формули (5.34), унето слабљење за редну конфигурацију је

$$A_{\text{IL,redno(zatv,otv)}} = -20 \log \left| \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z_{d(\text{dir,inv})}} \right| = 0,11 \text{ dB}; 10,16 \text{ dB}, \quad (5.38)$$

а за паралелну,

$$A_{\text{IL,parelno(zatv,otv)}} = -20 \log \left| \frac{2Z_d}{Z_0 + 2Z_{d(\text{inv,dir})}} \right| = 0,03 \text{ dB}; 7,08 \text{ dB}. \quad (5.39)$$

Већи однос унетог слабљења при отвореном и затвореном прекидачу има редна конфигурација (10,05 dB у односу на 7,05 dB за паралелну конфигурацију). Међутим, паралелна конфигурација има мање унето слабљење при затвореном прекидачу.

5.7. Вије и мостови

У технологији штампаних микроталасних кола неопходне су електричне везе које излазе ван равни метализације. На пример, за паралелно повезивање елемената или остварење кратког споја микротракастог вода потребно је начинити електрични контакт између метализације и проводне равни⁶ (кроз супстрат или око њега), а код укрштања микротракастих проводника који не треба да буду електрично повезани потребно је да један проводник „прескочи“ други. У првом случају најчешће се користе такозване „вије“, а у другом ваздушни и диелектрични мостови. Везе помоћу вија користе се и код вишеслојних штампаних кола, када је потребно обезбедити повезивање између суседних или несуседних слојева метализације.

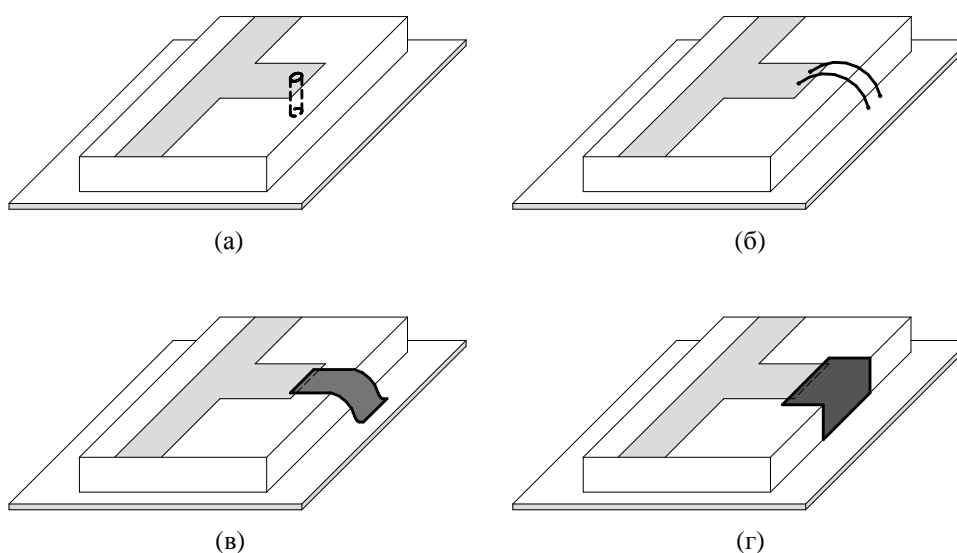
5.7.1. Вије

Када је потребно обезбедити електрични контакт између планарног проводника и проводне равни или међусобно између планарних проводника у различитим слојевима вишеслојног штампаног кола, употребљавају се вије, жичани и тракасти спојеви (слика 5.41). При томе је превасходни циљ обезбедити кратак спој са што мањим паразитним ефектима, од којих је доминантна паразитна индуктивност. Осим малих паразитних ефеката (индуктивности и отпорности), најважније пожељне особине оваквих спојева су флексибилност производње, једноставност реализације у сложеним колима и ниска цена. У скоро свим овим особинама вије имају предност у односу на жичане и тракасте спојеве. Једини изузетак је што су жичани и тракасти спој једноставнији за реализацију, а самим тим и нешто јефтинији. Код њих, међутим, треба обезбедити да се сви спојеви налазе на ивици штампане плочице.

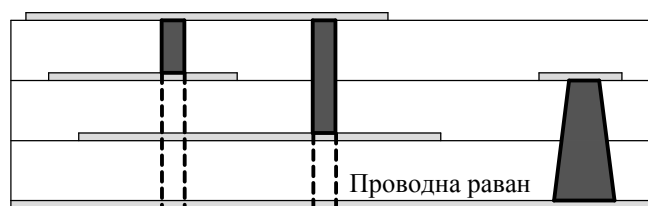
Као што се на слици 5.41а види, вија представља спој кроз супстрат у облику танког цилиндра или зарубљене купе (слика 5.42.). (На слици 5.6 такође се може уочити неколико вија.) У LTCC технологији вија се изводи тако што се супстрат избуши (механички или ласерски) и отвор испуни проводном пастом која се залепи за метализацију са обе стране. Због оваквог начина производње, вије облика зарубљене купе су нешто погодније, јер обезбеђују поузданије бушење и испуњавање пастом. У штампаној технологији вија се прави тако што се изврши електролитичка депозиција (наношење) бакра на зидове претходно избушених рупа.

⁶ Кратак спој на микротракастом (и тракастом) воду може се остварити и четвртталасном секцијом отвореног вода (четвртталасним огранком). Предност ове структуре је једноставна реализација у штампаној техници, а недостаци су што је ускопојасна и захтева додатни простор на штампаној плочици. О овоме ће бити више речи у шестом поглављу.

У керамичким вишеслојним колима (LTCC технологија) најмањи пречник вије је око $0,15 \text{ mm}$ (6 mil). Вије које се буше у супстрату дебљине реда милиметра имају пречник реда десетих делова милиметра. Код вишеслојних МПС и ММПС, чије су дебљине слојева реда микрометра, типична вија пречника $3 \mu\text{m}$ има отпорност реда $0,1 \Omega$ и индуктивност реда $0,01 \text{ nH}$. Када је потребна изузетно мала отпорност вије и заштита од корозије, зидови рупе за вију се облажу златом, што обезбеђује отпорности реда $0,01 \Omega$.



Слика 5.41. Начини повезивања планарних проводника и проводне равни: (а) вија, (б) жичани спој, (в) тракасти спој, (г) обухватни тракасти спој.



Слика 5.42. Положај вија у вишеслојном штампаном колу: између два суседна слоја, између несуседних слојева и између слоја и проводне равни. Вије могу бити облика цилиндра или зарубљене купе. Цртицама је представљено простирање вије кроз читаву штампану плочицу.

Иако су вије по својим електричним и многим другим особинама супериорније од осталих начина спајања, спајање помоћу жичаних спојева (слика 5.41б) се врло много користи код ММПС кола на нижим микроталасним учестаностима (испод 3 GHz), јер је

технолошки једноставније и јефтиније, а на тим учестаностима паразитни ефекти жичаних спојева још увек нису изражени.

Осим да обезбеде електричне спојеве између делова кола, вије се могу применити и за међусобну електромагнетску изолацију делова кола. Наиме, минијатуризација кола, смањење растојања између елемената и повећање радних учестаности доводи до повећавања нежељених електромагнетских спрега. Низ вија у облику ограде („плота“) који симулира проводни зид може имати ефекат међусобног екранизовања делова кола (нпр. паралелних микротракастих водова). Овакву структуру, међутим, треба користити са великим опрезом (и увек је анализирати као тродимензионалну ЕМ структуру), јер се могу унети други нежељени паразитни ефекти (уводе се нове струје у вијама!). Са порастом учестаности ефикасност оваквог екранизовања опада. У технологији вишеслојних штампаних кола може се помоћу вија и планарних проводника направити и решеткаста структура која добро симулира проводни зид.

За вредности паразитних индуктивности и отпорности вија могу се користити следећи апроксимативни обрасци. За цилиндричну вију полупречника r и висине h паразитна индуктивност је

$$L_{\text{via}} = 0,2 \left[h - \ln \left(\frac{h + \sqrt{r^2 + h^2}}{r} \right) + \frac{3}{2} (r - \sqrt{r^2 + h^2}) \right] \text{ pH.} \quad (5.40)$$

Отпорност вије на радној учестаности је услед скин ефекта већа од њене једносмерне (DC) отпорности, R_{DC} , која се рачуна на стандардан начин. На пример, може се користити формула

$$R_{\text{via}} = R_{\text{DC}} \sqrt{1 + \frac{f}{f_{\delta}}}, \quad (5.41)$$

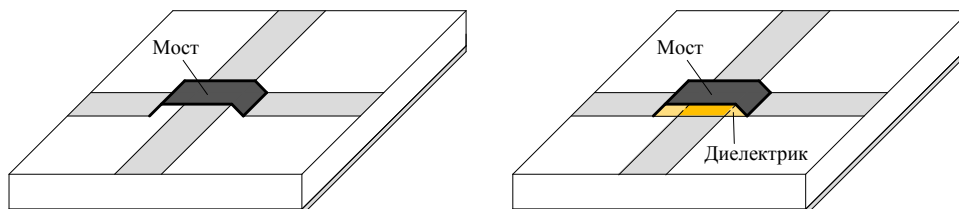
где је $f_{\delta} = (\pi \mu_0 \sigma d^2)^{-1}$ (фреквенција на којој је дубина продирања једнака d), σ специфична проводност вије, а d њен пречник. При овоме нису узете у обзир отпорности контаката вије и стопица за које је залемљена.

Вија има и паразитну капацитивност, која је нарочито изражена код вија које међусобно повезују слојеве штампане плочице (не повезују масу). Наиме, рупе за вију се буше са доње стране штампане плочице (слика 5.42), а вија се приликом метализације испуни проводником по читавој дужини, па се тиме простире практично кроз читаву дебљину плочице. Да би се при томе избегли нежељени контакти потребно је на овим „вертикалама“ избећи блиски контакт са елементима кола, а нарочито са планарним водовима и метализацијом. Међутим, вија се капацитивно спреже са свим деловима кола поред којих пролази, а нарочито са метализацијом (масом) штампане плочице.

5.7.2. Мостови

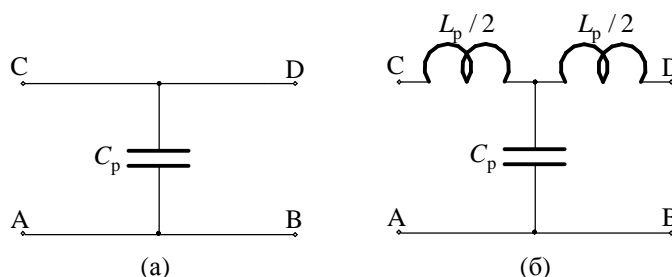
Када је потребно да један планарни проводник на штампаној плочици „прескочи“ други примењују се мостови. Један типичан пример где су мостови неопходни су спирални штампани калемови (слика 5.16в). Мостови могу бити ваздушни (airbridge) и диелектрични (dielectric crossover) (слика 5.43). Код ваздушних мостова проводник који прескаче налази се у ваздуху. Ови мостови се праве тако што се на проводнике који се

прескачу наноси слој фоторезиста, а преко њега проводник у облику траке. Затим се фоторезист хемијски уклања. Код диелектричних мостова принцип је сличан, само што се уместо фоторезиста наноси диелектрик који се не уклања. Типичне висине мостова су реда микрометра ($1,5 - 3 \mu\text{m}$).



Слика 5.43. Мостови: (а) ваздушни, (б) диелектрични.

Два еквивалентна кола моста, у виду мреже са четири приступа, приказана су на слици 5.44. (Приказани су само неуземљени крајеви приступа.) Доминантни паразитни ефекат је капацитивност између два проводника и еквивалентно коло на слици 5.44а узима само њу у обзир. Ова паразитна капацитивност се у првој апроксимацији може рачунати као капацитивност танког плочастог кондензатора. Тачније еквивалентно коло (слика 5.44б) узима у обзир и паразитну индуктивност.



Слика 5.44. Еквивалентна кола моста (а) само са паразитном капацитивношћу, (б) са паразитним капацитивностима и индуктивностима. (Мост се налази на путу CD.)

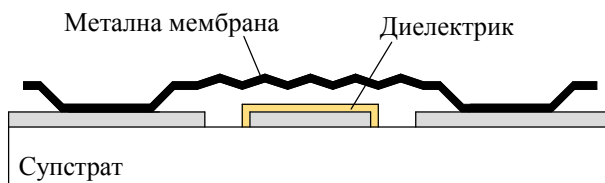
5.8. MEMS компоненте

MEMS је скраћеница за микро-електромеханичке системе (Microelectromechanical Systems), што представља технологију производње минијатурних електро-механичких компоненти. На још већем нивоу минијатуризације ова технологија се назива и NEMS (нано-електромеханички системи) или нанотехнологија. Димензије MEMS компоненти углавном се крећу између $1 \mu\text{m}$ и 1mm . Ове компоненте често имају другачије принципе функционисања од макроскопских компоненти, јер до изражаја долазе други ефекти и силе (електростатичке силе, силе кохезије и адхезије, површински напони,

ефекти влажности), док су, на пример, инерцијалне силе (иначе врло изражене код макроскопских компоненти) знато мање.

У пракси микроталасних кола од MEMS компоненти претежно се користе прекидачки елементи. Они су алтернатива PIN диодама и MESFET транзисторима. Постоје две врсте оваквих прекидача, контактни и бесконтактни. Бесконтактни прекидачи раде као променљиви кондензатори. Када су електроде плочастог кондензатора релативно далеко једна од друге, капацитивност је мала, а импеданса велика, па је такав прекидач отворен. Када се на једну электроду примени једносмерни напон (који се, при том, суперпонира са RF напоном) долази до електростатичке индукције и привлачне силе на другу электроду. Смањење растојања доводи до релативно велике капацитивности (мале импедансе) и тада је прекидач затворен. Добре особине оваквог прекидача су мале димензије и што не захтева никакву потрошњу у отвореном стању. Још једна потенцијално добра особина MEMS прекидача је да су отпорнији на структурну деградацију услед радијације, што може бити значајно за примену у свемирским условима. Лоше особине су пре свега мала брзина прекидања и осетљивост покретних механичких делова на разне околне утицаје (прашина, влага, промена температуре).

На слици 5.45 приказан је један бесконтактни MEMS прекидач у технологији копланарног таласовода. Између две референтне равни („масе“) начињен је мост у облику металне мембране. Сигнални проводник вода је обложен диелектриком због изолације. Еластичне силе држе металну мембрану у горњем положају и прекидач је отворен. Када се на сигнални проводник примени довољно велики једносмерни управљачки напон (реда неколико десетина волти), долази до привлачења, мембрана прелази у доњи положај и прекидач се затвара.



Слика 5.45. MEMS прекидач у технологији копланарног таласовода (CPW).

Овакви прекидачи могу се применити у концентрисаним LC филтрима за укључивање и искључивање филтара, али и за регулацију радног опсега.

И поред релативно интензивног развоја MEMS компоненти, полупроводнички прекидачи и даље имају предности над MEMS прекидачима, пре свега због своје поузданости и брзине рада.

6. Основне микроталасне пасивне компоненте

6.1. Увод

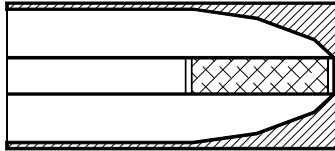
У овом поглављу биће приказане оне компоненте микроталасних пасивних кола које су типичне за микроталасну технику. Ове компоненте у највећем броју случајева нису електрично мале (нису мање од нпр. $\lambda_g/20$), али у њих спадају и неке електрично мале компоненте (нпр. краткоспојници и прилагођени потрошачи). Биће обрађене следеће компоненте: прилагођени потрошачи, краткоспојници, секције и огранци водова, ослабљивачи, мреже минималног унетог слабљења, померачи фазе, делитељи снаге, усмерени спрежњаци, комбајнери, изолатори, циркулатори и резонатори. Са сваку компоненту биће дате реализације у техници водова (пре свега планарних и коаксијалних) и таласовода, као и оријентациони параметри реалне компоненте. Нагласак ће бити на компонентама у техници планарних (а пре свега микротракастих) водова.

6.2. Прилагођени потрошачи

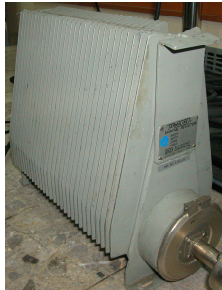
Прилагођени потрошач (прилагођени завршетак, прилагођени пријемник, завршно прилагођење; *matched load, load, termination*) је компонента са једним приступом која у идеалном случају апсорбује сву снагу инцидентног таласа. Идеални прилагођени завршетак је, дакле, идеални апсорбер. За водове са ТЕМ таласом то је потрошач чија је импеданса једнака карактеристичној импеданси вода $Z_p = Z_c$. За систем номиналне импедансе $Z_0 = Z_c$ s -параметар идеалног прилагођеног потрошача је $s_{11} = 0$.

Прилагођени потрошачи се најчешће користе као делови сложенијих микроталасних компоненти и код мерења s -параметара за затварање приступа испитиване микроталасне мреже. У другом случају треба имати у виду да су приступи испитиване мреже завршени (стварним или замишљеним) секцијама водова карактеристичне импедансе једнаке номиналној ($Z_p = Z_0$), што обезбеђује да је комплексни интензитет улазног таласа на тим приступима $a_k = 0$.

У коаксијалној техници прилагођени потрошачи се најчешће праве као што је приказано на слици 6.1. У унутрашњи проводник убацује се метал-филм отпорник, а у простор између проводника материјал са израженим губицима (апсорбер). Крај вода завршава се проводном плочом која има улогу да електромагнетски изолује унутрашњост вода од околине. Прилагођени потрошачи већих снага често имају ребрасте радијаторе за одвођење топлоте (слика 6.2).

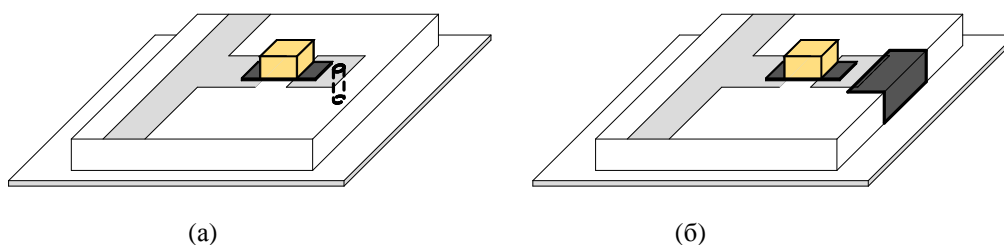


Слика 6.1. Прилагођени потрошач код коаксијалног вода.



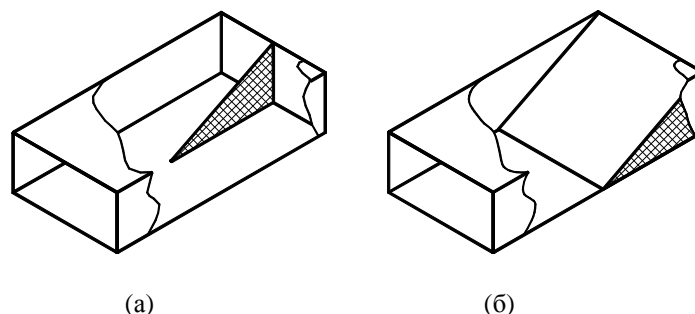
Слика 6.2. Прилагођени потрошач веће снаге (1500 W) као „dummy load“ уместо емисионе ТВ антене.

У техници планарних водова прилагођени потрошач се лако реализује као редна веза отпорника отпорности $R_p = Z_c$ и кратког споја, најчешће у облику вије или тракастог споја, као што је, у техници микротракастих водова, приказано на слици 6.3. Вија и тракасти спој уносе паразитну редну индуктивност, односно еквивалентно продужење вода (в. одељак 6.3).



Слика 6.3. Прилагођени потрошач реализован помоћу (а) вије и (б) тракастог споја.

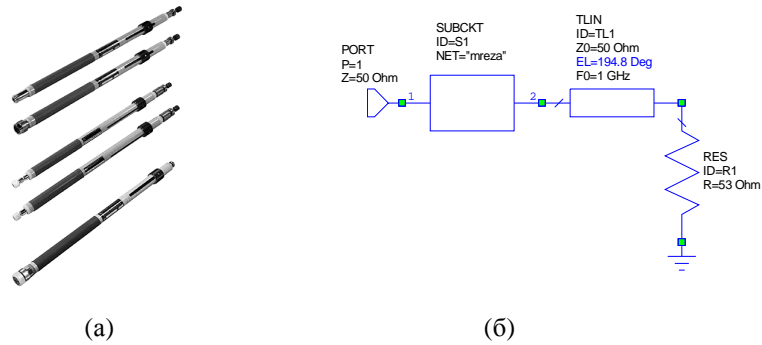
Прилагођени потрошач код таласовода остварује се уметањем материјала који има изражене губитке, као што је приказано на сликама 6.4а и 6.4б. Прилагођени потрошач (за доминантни тип таласа) са слике 6.4а састоји се од отпорне плочице постављене у средини таласовода, где је електрично поље најјаче и паралелно пљоснатој страници плочице. То поље индукује струје у плочици, услед чега се јављају Џулови губици и талас слаби при простирању дуж плочице. Плочица се постепено шири, како би се што више смањила рефлексија таласа од плочице (која представља дисконтинуитет у таласоводу). Други прилагођени потрошач, приказан на слици 6.4б, је клин од апсорпционог материјала (графитне смесе, или чак дрвета), који делује слично плочици. Потрошач за велике снаге мора се хладити (ваздухом или водом), а као апсорпциони материјал се често ставља вода (која струји кроз стаклену цев уметнуту у таласовод). Ови прилагођени потрошачи се могу посматрати као неуниформне (тејпероване) секције водова са великим губицима. Дужина зашиљеног апсорбера треба да је већа од $\lambda_g/2$, а за апсорбере дуже од λ_g може се добити КСТ мањи од 1,01.



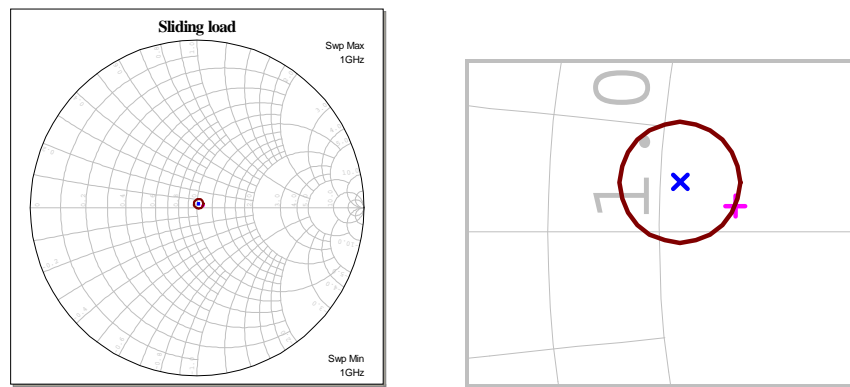
Слика 6.4. Прилагођени потрошачи (завршеци) правоугаоног таласовода.

За прецизна микроталасна мерења и калибрацију мерних система (нпр. векторског анализатора мрежа) користе се помични прилагођени потрошачи (sliding load, слика 6.5а). За прецизно мерење s_{11} мреже приказане на слици 6.5б (означене као SUBCKT) на други приступ мреже везује се помични прилагођени потрошач (моделован идеалним отпорником и секцијом идеалног вода променљиве електричне дужине). Услед одступања отпорности потрошача од Z_0 (у овом конкретном примеру $Z_0 = 50 \Omega$, $R_p = 53 \Omega$), измерени параметар s_{11m} одступа од тачног, s_{11} . Померањем потрошача, а имајући у виду да је његов коефицијент рефлексије $|\Gamma_0| \ll 1$, добија се да се тачка на Смитовом дијаграму која представља s_{11m} приближно креће по малом кругу у чијем је

центру тачка која представља s_{11} (слика 6.6). Геометријским одређивањем центра овог круга добија се s_{11} са много већом тачношћу од оне добијене директним мерењем.



Слика 6.5. (а) Помични прилагођени потрошачи и (б) њихов модел у програму MWO.



Слика 6.6. (а) Смитов дијаграм модела са слике 6.5б и (б) увећани детаљ дијаграма.

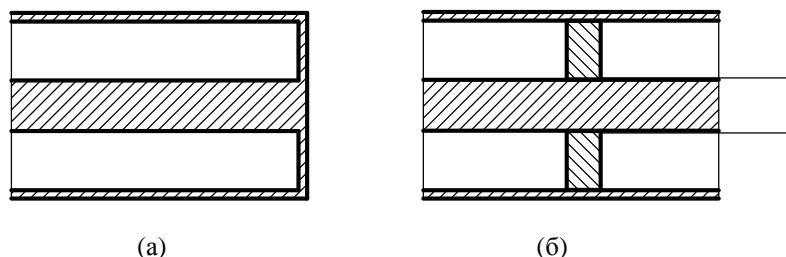
Предлаже се читаоцу да, користећи методе из поглавља 4, покаже да је полупречник овог круга приближно једнак $|s_{12}s_{21}\Gamma_0|$, где су s_{12} и s_{21} s -параметри посматране мреже.

6.3. Краткоспојници

Краткоспојник (кратак спој, кратка веза; short circuit, short) је компонента са једним приступом за коју је у идеалном случају $s_{11} = -1$, тј. она представља потрошач импедансе $Z_p = 0$.

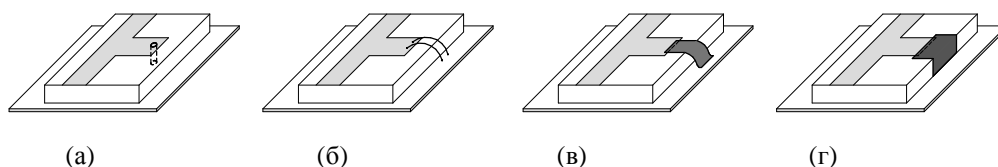
Краткоспојници се најчешће користе као делови сложенијих микроталасних компоненти, као што су кратко спојени огранци водова. Краткоспојници у коаксијалној

(слика 6.7а) и таласоводној техници се стандардно користе за мерење и калибрацију мерних система и имају особину да су од свих стандардних завршетака система за вођење (отворена веза, кратка веза, потрошач) најближи идеалном.

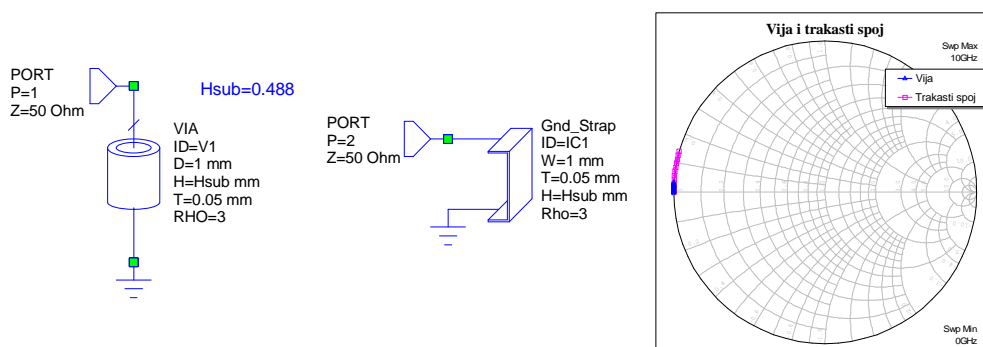


Слика 6.7. (а) Фиксни и (б) помични коаксијални краткоспојник.

У техници планарних водова краткоспојник се може реализовати вијом, вишеструком вијом, жичаним спојем и тракастим спојем (слика 6.8). Сви ови спојеви уносе паразитну редну индуктивност, односно еквивалентно продужење вода. Од њих, најмање паразитне ефекте има вишеструка вија. За њом, редом, следе обична вија и тракасти спој, а највеће паразитне ефекте има жичани спој. Међусобно поређење паразитних ефеката вије и тракастог споја илустровано је на слици 6.9.



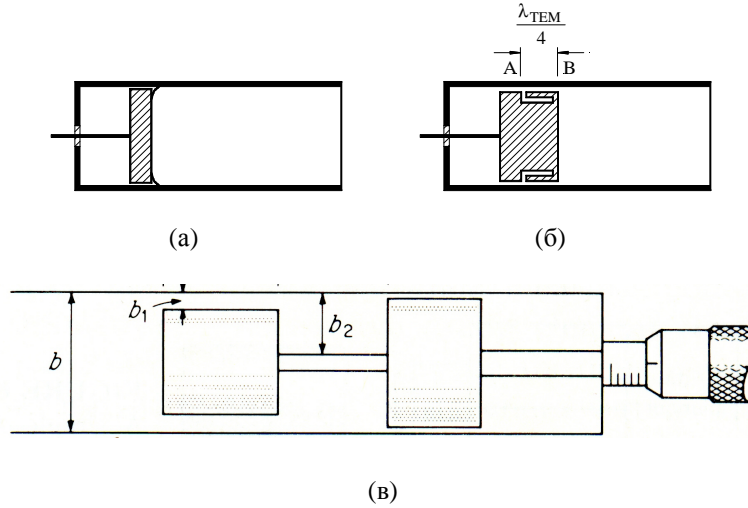
Слика 6.8. Краткоспојници у техници микротракастих водова: (а) вија, (б) жичани спој, (в) тракасти спој и (г) обухватни тракасти спој.



Слика 6.9. (а) Модел (у програму MWO) вије и обухватног тракастог споја у техници микротракастих водова и (б) њихов Смитов дијаграм у опсегу 0–10 GHz .

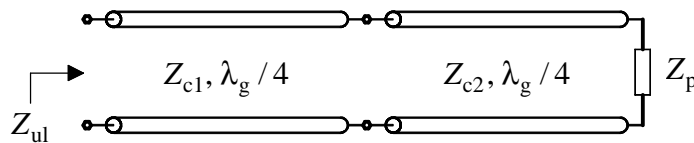
За прецизну калибрацију мерних система, као и за подесива прилагођења разних прелаза користе се помични краткоспојници реализовани у коаксијалној (слика 6.7б) или таласоводној техници (слика 6.10). За добар кратак спој потребно је остварити одличан

контакт између клипа (слике 6.7б и 6.10а) и проводника зида таласовода, за шта се стандардно користе еластична пера. Овај контакт је, међутим, непоуздан, па се уместо њега често користе бесконтактни краткоспојници (слика 6.10б,в) чији се принцип рада заснива на трансформацији импедансе помоћу две четвртталасне секције зида (два четвртталасна трансформатора), што је илустровано на слици 6.11. Ако је $Z_{c1} \ll Z_{c2}$, добија се да је $Z_{ul} \ll Z_p$. На пример, за $Z_{c1} = Z_{c2}/10$ биће $Z_{ul} = Z_p/100$.



Слика 6.10. Помични краткоспојници у таласоводној техници: (а) контактни, са перима, (б) и (в) бесконтактни, са четвртталасним трансформаторима.

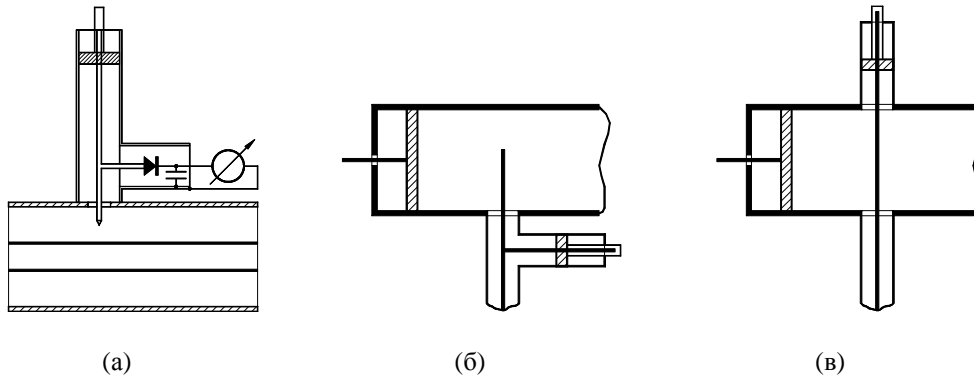
Посматрајмо сада таласовод на слици 6.10в (који може бити правоугаони или кружни). Десни клип налаже на зид таласовода, али остварује релативно лош кратак спој. Импеданса овог кратког споја се, међутим, пресликава преко две четвртталасне секције зида чије унутрашње проводнике чине леви клип и осовина између клипова. Како је $b_1 < b_2$, следи $Z_{c1} < Z_{c2}$, па се чело левог клипа понаша као одличан кратак спој иако на том месту не постоји електрични контакт са зидом таласовода. На истом принципу ради и таласоводни краткоспојник са жлебовима на слици 6.10б. Код њега једну четвртталасну секцију чини жлеб у клипу, а другу зазор између клипа и зида таласовода. Мана бесконтактних краткоспојника је то што су ускопојасни.



Слика 6.11. Трансформација импедансе преко два четвртталасна трансформатора,
 $Z_{ul} = (Z_{c1}/Z_{c2})^2 Z_p$ (за извођење погледати одељак 6.4).

На слици 6.12 илустрована је примена краткоспојника за прилагођење прелаза, где се могу видети коаксијални и таласоводни краткоспојници. У овој примени помични

коаксијални краткоспојници служе за реализацију огранака водова променљиве дужине. (Огранци водова обрађени су у одељку 6.5.)



Слика 6.12. Примена краткоспојника за прилагођење (а) сонде мерног вода, (б) и (в) преласка коаксијални вод – таласовод.

6.4. Секције водова

Секција вода представља део двопроводничког вода са ТЕМ таласом који се посматра као мрежа са два приступа. За униформан вод без губитака са хомогеним диелектриком по коме се простире ТЕМ талас (слика 6.13а) и за $Z_0 = Z_c$, s -матрица секције вода је

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\Theta} \\ e^{-j\Theta} & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

где је $\Theta = \beta D = \frac{2\pi f}{c_0} \sqrt{\epsilon_r} D$, а $Z_c = \sqrt{L'/C'}$. Предлаже се читаоцу да покаже да су аргументи параметара s_{12} и s_{21} једнаки негативној електричној дужини вода само ако је $Z_0 = Z_c$, или $Z_0 \neq Z_c$ и $\Theta = k\lambda_g/4$ ($k = 0, 1, 2, \dots$).

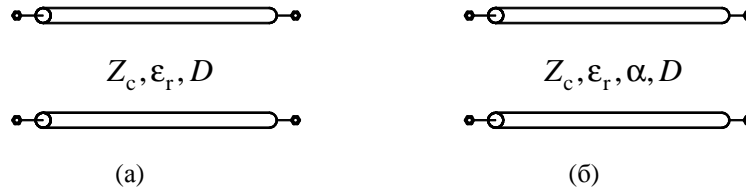
За вод са малим губицима (слика 6.13б) s -матрица секције вода је

$$[s] \approx \begin{bmatrix} 0 & e^{-\gamma D} \\ e^{-\gamma D} & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

где је $\gamma = \alpha + j\frac{2\pi f}{c_0} \sqrt{\epsilon_r}$, а $Z_c \approx \sqrt{L'/C'}$. Некада се¹, међутим, морају узети тачни изрази за $[s]$ и Z_c ,

¹ На пример, приликом одређивања Q -фактора кратког, кратко спојеног огранка.

$$[s] = \begin{bmatrix} \text{sh}(\gamma D)(Z_c^2 - Z_0^2) & 2Z_0Z_c \\ 2Z_0Z_c & \text{sh}(\gamma D)(Z_c^2 - Z_0^2) \end{bmatrix}, \quad Z_c = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}. \quad (6.3)$$



Слика 6.13. Секција вода (а) без губитака и (б) са губицима.

За секцију вода са нехомогеним диелектриком (као што је, на пример, микротракасти вод) по коме се простире квази-ТЕМ талас, ради се као да је реч о ТЕМ таласу, што је описано у поглављу 2. Ово је добра апроксимација за учестаности до неколико гигахерца. Тачност апроксимације и учестаност до које је она довољно добра зависи од много чинилаца, као што су дебљина и врста супстрата, димензије вода, начин побуђивања, захтевана тачност анализе итд.

Секције водова се најчешће користе за повезивање компоненти микроталасног кола међусобно и са приступима микроталасног склопа (конекторима). У другом случају секције водова се називају уводници. Осим тога, користе се за трансформацију импедансе, као померачи фазе односно као линије за кашњење, као и за реализацију реактивних елемената. Код свих ових примена треба имати у виду да су добијене компоненте фреквенцијски зависне и да им се параметри мењају са учестаношћу утолико брже, уколико су секције водова дуже.

Особина трансформације импедансе заснива се на томе да је улазна импеданса секције вода (са губицима) завршене потрошачем (слика 6.14а) дата изразом

$$Z_{ul} = Z_c \frac{Z_p + Z_c \text{th}(\gamma D)}{Z_c + Z_p \text{th}(\gamma D)}, \quad (6.4)$$

који за вод без губитака (слика 6.14б) прелази у

$$Z_{ul} = Z_c \frac{Z_p + jZ_c \text{tg}(\beta D)}{Z_c + jZ_p \text{tg}(\beta D)}. \quad (6.5)$$

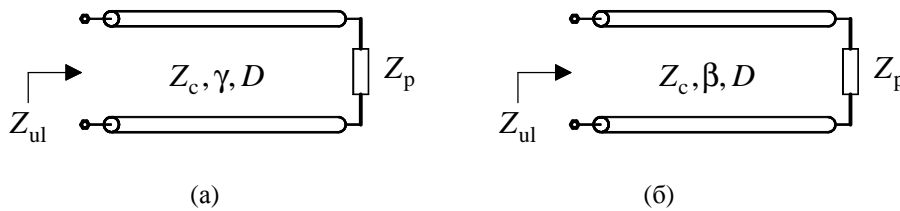
Улазна импеданса се, дакле, може регулисати подешавањем карактеристичне импедансе и дужине вода.

За четвртталасну секцију вода ($\Theta = \pi/2$) без губитака, завршену потрошачем, добија се

$$Z_{ul} = \frac{Z_c^2}{Z_p}, \quad (6.6)$$

а за нормализоване импедансе важи $z_{ul} = 1/z_p$. Ова трансформација импедансе пресликава претежно индуктивни потрошач у претежно капацитивни и обрнуто, а чисто резистивни у чисто резистивни потрошач. За s -параметре добија се релација

$s_{11,ul} = -s_{11,p}$, што значи да су тачке на Смитовом дијаграму које одговарају нормализованим импедансама z_p и z_{ul} међусобно симетричне у односу на центар дијаграма. Четвртталасна секција вода се често назива четвртталасни трансформатор и користи се за прилагођење чисто резистивног пријемника на напојни вод, што се остварује избором карактеристичне импедансе, $Z_c = \sqrt{Z_p Z_{ul}}$.



Слика 6.14. Секција вода (а) са губицима и (б) без губитака, завршена потрошачем.

За две каскадно везане четвртталасне секције, као на слици 6.11, из (6.6) се добија $Z_{ul} = (Z_{c1} / Z_{c2})^2 Z_p$. Ово се може искористити да се од релативно лошег кратког споја, уз $Z_{c1} \ll Z_{c2}$, добије врло добар кратак спој и аналогно за отворену везу (када треба да је $Z_{c1} \gg Z_{c2}$)

Четвртталасни трансформатор импедансе је ускопојасан. (Жељену трансформацију импедансе теоретски егзактно остварује на само једној учестаности.) Широкопојасна трансформација импедансе може се остварити каскадним везивањем више четвртталасних секција одговарајућих карактеристичних импеданси, што ће бити приказано у поглављу 7.

6.5. Огранци водова

Када се секција вода заврши краткоспојником или отвореном везом добија се огранак вода (stub). Огранак може бити кратко спојен (short-circuited stub) и отворен (open-circuited stub), што одговара слици 6.14б када се потрошач замени кратким спојем односно отвореном везом. Огранци водова се најчешће примењују за остваривање одговарајуће реактансе (као што је описано у поглављу 2). Идеалним кратко спојеним и отвореним огранцима краћим од четвртине таласне дужине могу се реализовати све позитивне (индуктивне) и негативне (капацитивне) реактансе.

Сви реални огранци имају губитке, па њихове улазне импедансе имају и реални (резистивни) део. Осим тога, кратак спој огранка понаша се као паразитна индуктивност, а отворена веза као паразитна капацитивност, што се у оба случаја може представити као еквивалентно продужење огранка. Коначно, крајеви огранака увек емитују извесну енергију у виду електромагнетских таласа (слободних и вођених), што је посебно

изражено код отворених огранака². У пракси, за водове начињене у истој техници, паразитни ефекти отвореног огранка су већи од паразитних ефеката кратко спојеног огранка.

Четвртталасни огранци често служе као еквивалентни кратки спојевеи и отворене везе, што посебно може бити корисно у техници планарних водова. На пример, имајући у виду да су паразитни ефекти краткоспојника мањи од паразитних ефеката отворене везе, квалитетна отворена веза (тј. велика импеданса) може се остварити четвртталасним кратко спојеним огранком. При томе је погодно да карактеристична импеданса огранка буде што већа, како би и улазна импеданса, $Z_{ul} = Z_c^2 / Z_{K.S.}$, била што већа, што се код тракасти и микротракастих водова остварује ужом траком. Са друге стране, отворене везе имају предност над кратким спојевима по томе што њихова реализација не захтева никакву израду, што у пракси може бити значајно. Тада се кратак спој (тј. мала импеданса) може остварити четвртталасним отвореним огранком. У овом случају је погодно да карактеристична импеданса огранка буде што мања, како би и улазна импеданса, $Z_{ul} = Z_c^2 / Z_{OTV.}$, била што мања, што се код тракасти и микротракастих водова остварује широм траком. Ово је илустровано на слици 6.15. Треба поново имати у виду су описане трансформације импедансе ускопојасне.



Слика 6.15. (а) Кратко спојени и (б) отворени четвртталасни огранак тракастог или микротракастог вода.

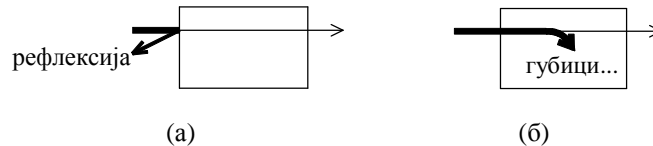
6.6. Ослабљивачи

Ослабљивач (атенуатор) је мрежа са два приступа која служи да ослаби талас (сигнал) који се простира водом или таласоводом. Атенуатори се користе када је потребно подесити или регулисати интензитет таласа који се простира водом или таласоводом. Они могу бити независне компоненте, или могу бити укључени у сложеније микроталасне склопове. Нарочито је значајна употреба атенуатора у мерним системима, због потребе да се са великом тачношћу подесе интензитети таласа који међусобним поређењем треба да дају информацију о s -параметрима испитиване мреже.

² У неким случајевима зрачење из отвореног огранка се може знатно смањити, као, на пример, продужавањем спољашњег проводника отвореног коаксијалног вода. Оставља се читаоцу да објасни зашто.

Индијектно, ослабљивач може да послужи и за регулацију појачања појачавача, када се прикључи на његов улаз или излаз.

У принципу, ослабљивач може уносити слабљење путем неприлагођења, тј. рефлексијом на улазном приступу (слика 6.16а). Такав ослабљивач може да буде и мрежа без губитака. Међутим, у пракси је скоро увек потребно да ослабљивач буде прилагођена мрежа, па унето слабљење треба да се оствари путем губитака у ослабљивачу (слика 6.16б).



Слика 6.16. Ослабљивач (а) без губитака и (б) са губицима.

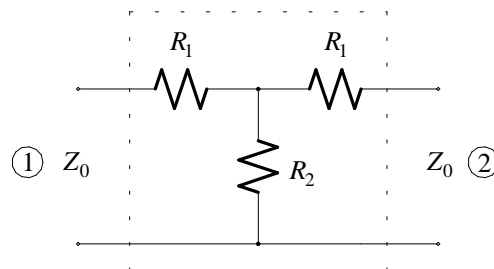
Матрица расејања (прилагођеног) ослабљивача има облик

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & s_{21} \\ s_{21} & 0 \end{bmatrix}, \quad |s_{21}| < 1. \quad (6.7)$$

У техници водова, основни прототип атенуатора је отпорничка Т или П мрежа (веза отпорника у звезду и троугао). Одлична особина ове мреже је што је широкопојасна (за идеалне отпорнике, s -параметри јој не зависе од учестаности). Како су номиналне импедансе приступа атенуатора у пракси најчешће једнаке, отпорничка мрежа је симетрична, као што је, за Т мрежу, приказано на слици 6.17. Задатак је да се одреди R_1 и R_2 из услова $s_{11} = s_{22} = 0$ и задатог $s_{12} = s_{21}$. Унето слабљење у децибелима је $A_{\text{П}} = -|s_{21}|_{\text{dB}}$. Параметар s_{21} је у овом случају реалан број и $s_{21} \in (0,1)$, па се може једнозначно одредити из $A_{\text{П}}$. Решење за R_1 и R_2 је³

$$R_1 = \frac{1-s_{21}}{1+s_{21}} Z_0, \quad R_2 = \frac{2s_{21}}{1-s_{21}^2} Z_0, \quad (6.8)$$

одакле се види да је могуће остварити све вредности за s_{21} у интервалу $(0,1)$.



Слика 6.17. Основни прототип атенуатора у техници водова – отпорничка Т мрежа.

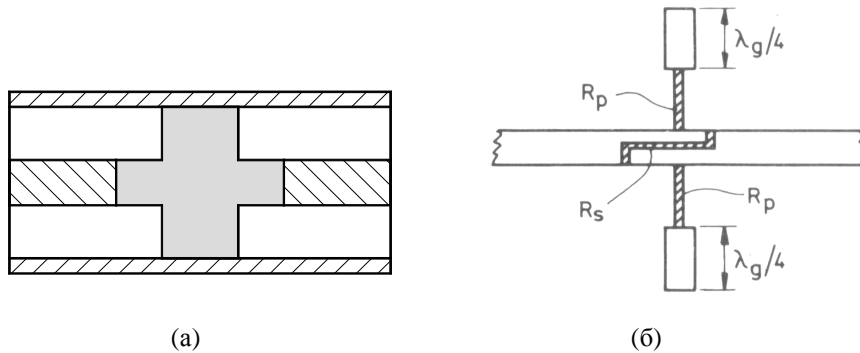
³ Препоручује се читаоцу да изведе ово решење.

Пример. Одредити отпорничку Т мрежу за атенуатор унетог слабљења 3 dB и номиналне импедансе приступа од 50Ω .

Решење. Из $|s_{21}|_{[\text{dB}]} = -A_{\text{IL}} = -3 \text{ dB}$ и формула (6.8) директно се добија $R_1 = 8,58 \Omega$, $R_2 = 141,4 \Omega$.

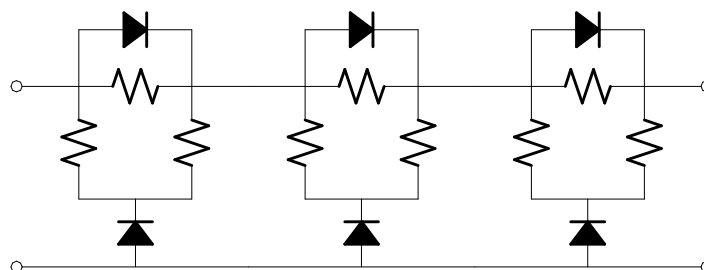
У коаксијалној техници атенуатори се стандардно праве уметањем редног отпорника у унутрашњи проводник и паралелног отпорника облика диска између унутрашњег и спољашњег проводника, као што је приказано на слици 6.18а за отпорничку Т мрежу.

У техници планарних водова отпорници у атенуатору се могу реализовати на различите начине, на пример као концентрисани SMD отпорници или у техници дебелих филмова. Једна могућа реализација приказана је слици 6.18б. Отпорници су повезани у П мрежу, а спојеви паралелних отпорника са масом су реализован четвртталасним отвореним огранцима.



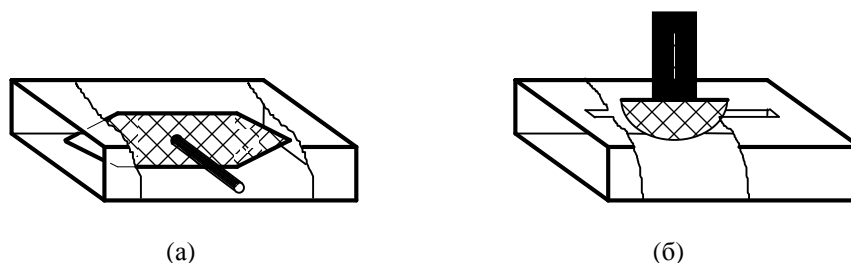
Слика 6.18. Атенуатор (а) у коаксијалној техници, у облику отпорничке Т мреже и (б) у техници микротракастих водова и дебелослојних филм-отпорника.

Уз помоћ прекидачких елемената (нпр. PIN диода), каскадним везивањем отпорничких Т или П шема, могуће је остварити електронски контролисан атенуатор, као на слици 6.19. Управљачким једносмерним напонима свака од каскада може се укључивати и искључивати. Електронски контролисан атенуатор могуће је реализовати и помоћу FEM или MESFET транзистора (повезаних у Т или П мрежу) који имају улогу променљивих отпорника. Њихова отпорност се регулише једносмерним управљачким напонем.



Слика 6.19. Електронски контролисан атенуатор са прекидачким PIN диодама (коло за управљање диодама није приказано).

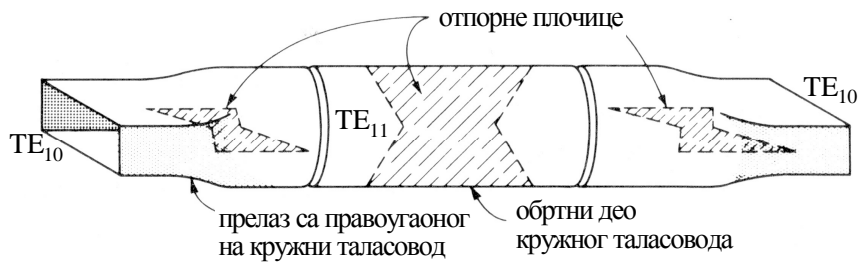
Атенуатори у техници таласовода најчешће се остварују уметањем материјала са губицима у секцију таласовода. Материјал са губицима је најчешће отпорна плочица код које губитке изазива компонента електричног поља тангенцијална на површ плочице. Механичким померањем отпорне плочице може се добити променљиво слабљење, тј. променљиви атенуатор. На слици 6.20. приказане су две варијанте оваквог ослабљивача. У варијанти на слици 6.20а плочица се помера дуж шире димензије таласовода. Уколико је у таласоводу побуђен доминантни мод (TE_{10}), максимално слабљење настаје када је плочица на средини таласовода, а практично је нула када је плочица на бочном зиду. У варијанти на слици 6.20б плочица се може увлачити и извлачити из таласовода кроз прорез на његовом горњем зиду. У обе варијанте попречни пресек плочице се постепено мења (плочица је „зашиљена“ на оба краја), како би уносила што мању рефлексију, тј. како би атенуатор био што боље прилагођен.



Слика 6.20. Променљиви таласоводни ослабљивачи.

Други тип променљивог таласоводног атенуатора је ротирајући атенуатор, приказан на слици 6.21. Састоји се од два прелаза са правоугаоног на кружни таласовод, ротирајуће секције кружног таласовода са отпорном плочицом и две непокретне отпорне плочице. Без детаљног извођења (које се, нпр., може наћи у [Col01]) наводимо његов принцип рада и коначан резултат за унето слабљење. За доминантни тип таласа (TE_{10}) који се простире у смеру на десно, лева отпорна плочица има занемарљив ефекат. Овај талас се у прелазу на кружни таласовод трансформише у доминантни мод кружног таласовода (TE_{11}), практично без рефлексије. Компонента електричног поља овог таласа тангенцијална на обртну отпорну плочицу се практично у целини апсорбује, док компонента управна на ову плочицу пролази практично без слабљења. На улазу у десни прелаз преостала компонента електричног поља додатно слаби, јер се њена хоризонтална компонента апсорбује у десној отпорној плочици. Атенуатор је симетричан и

функционише на исти начин и за талас који се креће улево. Показује се да је $s_{21} = \sin^2 \theta$, тј. $A_{\text{П}} = -20 \log_{10} \sin^2 \theta \text{ dB}$, где је θ угао који обртна плочица заклапа са хоризонталом. Унето слабљење практично не зависи од учестаности, што чини да је овај тип атенуатора један од најпрецизнијих таласоводних атенуатора.



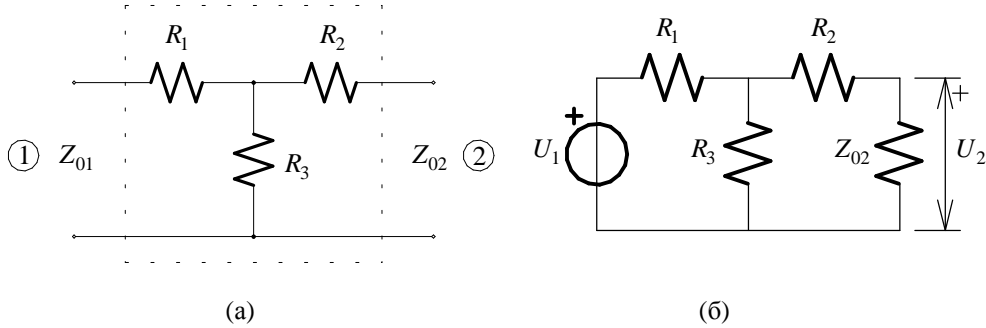
Слика 6.21. Ротирајући таласоводни ослабљивач.

Таласоводни атенуатор могуће је остварити и као секцију таласовода променљиве дужине за коју је критична учестаност већа од учестаности таласа који се простире кроз таласовод. Мана оваквог атенуатора је што је неприлагођен, јер је практично без губитака. На истом принципу могуће је конструисати коаксијални атенуатор – као секцију коаксијалног вода у коме је унутрашњи проводник прекинут, чиме се добија секција кружног таласовода чија је критична учестаност већа од учестаности таласа који се простире коаксијалним водом.

6.7. Мреже минималног унетог слабљења

Мрежа минималног унетог слабљења (ММУС, minimum insertion loss pad, minimum loss matching pad) је прилагођена отпорничка мрежа са два приступа различитих номиналних импеданси приступа, минималног унетог слабљења. Ова компонента се примењује као отпорнички трансформатор импедансе, за трансформацију чисто резистивне у чисто резистивну импедансу, а истовремено је и атенуатор (осим у тривијалном случају када су номиналне импедансе приступа једнаке). Недостатак ове компоненте је што има губитке, а предност је што је широкопојасна. (За идеалне отпорнике радни опсег јој је неограничен.)

Свака отпорничка мрежа са два приступа може се еквивалентно приказати као веза три отпорника у звезду (Т веза) или у троугао (П веза). Посматрајмо, на пример, везу у звезду као на слици 6.22. За њу је s_{21} чисто реалан позитиван број. Избором отпорности R_1 , R_2 и R_3 може се постићи да мрежа буде прилагођена, али није истовремено могуће остварити све могуће вредности параметра s_{21} у опсегу $(0,1)$, већ постоји његова максимално могућа вредност, $s_{21\text{max}}$. Задатак је да се за задате номиналне импедансе Z_{01} и Z_{02} одреде отпорности отпорника и $s_{21\text{max}}$.



Слика 6.22. (а) Приказ ММУС у облику Т везе отпорника и (б) коло за одређевање $s_{21\max}$.

Претпоставимо да су номиналне импедансе чисто реалне. Из услова да је мрежа прилагођена на оба приступа следе две једначине

$$Z_{01} = R_1 + R_3 \parallel (R_2 + Z_{02}), \quad (6.9)$$

$$Z_{02} = R_2 + R_3 \parallel (R_1 + Z_{01}). \quad (6.10)$$

Изражавајући s_{21} преко напона приступа, имајући у виду дефиницију s -параметара, за коло на слици 6.22б, добијемо израз за s_{21} који треба максимизовати,

$$s_{21} = \frac{U_2 \sqrt{Z_{01}}}{U_1 \sqrt{Z_{02}}} \rightarrow \max. \quad (6.11)$$

Једначине (6.9)–(6.11) чине систем од 3 једначине са 3 непознате отпорности. Без губитка општости, а у циљу упрошћења извођења, може се претпоставити $Z_{01} > Z_{02}$. После директног, али релативно дугог извођења, добија се резултат:

$$R_1 = \sqrt{Z_{01}(Z_{01} - Z_{02})}, \quad R_2 = 0, \quad R_3 = \frac{Z_{02} \sqrt{Z_{01}}}{\sqrt{Z_{01} - Z_{02}}}, \quad s_{21\max} = \frac{\sqrt{Z_{01}} - \sqrt{Z_{01} - Z_{02}}}{\sqrt{Z_{02}}}. \quad (6.12)$$

Дакле, као решење добија се L-полућелија отпорника, где је редни отпорник на страни приступа веће номиналне импедансе.

Велика мана ове мреже за прилагођење је што $s_{21\max}$ врло брзо опада са повећањем односа Z_{01}/Z_{02} . На пример, за $Z_{01} = 75 \Omega$ и $Z_{02} = 50 \Omega$ добија се $|s_{21\max}| = -5,7 \text{ dB}$ ($R_1 = 43,3 \Omega$, $R_3 = 86,6 \Omega$). Ако би се ова два приступа спојила директно s -параметри би имали вредности $|s_{21}| = |s_{12}| = -0,2 \text{ dB}$ и $|s_{11}| = |s_{22}| = -14,0 \text{ dB}$, а коефицијент стојећих таласа би био $\sigma = 1,5$, па би се у пракси поставило питање да ли се у овом случају исплати примена ММУС. Практична примена ММУС је због ове особине ограничена само на случајеве када је изузетно важно остварити веома добро и једноставно широкопојасно прилагођење, а да при томе није битно уношење знатног слабљења.

Препоручује се читаоцу да нацрта графике зависности $|s_{21}|$ од односа Z_{01}/Z_{02} за директно повезане приступе и приступе повезане преко ММУС.

6.8. Померачи фазе

Померач фазе (phase shifter) је реципрочна мрежа са два приступа која остварује фиксну или променљиву промену фазе таласног сигнала. Ако компонента остварује неједнаку промену фазе у једном и другом смеру, реч је о неречипрочном померачу фазе. Осим остваривања жељене промене фазе, погодно је да померач фазе практично не мења аплитуду таласног сигнала, као и да буде што боље прилагођен.

Типичне примене померача фазе су за подешавање фаза фазираних антенских низова и за потребе мерења.

Идеални померач фазе има s -матрицу

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\varphi} \\ e^{-j\varphi} & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

Типичан и једноставан померач фазе је секција вода или таласовода. Често је, међутим, потребно остварити другачију фреквенцијску карактеристику померања фазе од оне коју има вод и таласовод, остварити на истом растојању већу промену фазе, остварити променљиву промену фазе (која може бити и електронски контролисана), или остварити неречипрочну промену фазе. Због тога су конструисани разни типови померача фазе.

Неречипрочни померачи фазе су феритне компоненте. Њихов рад се базира на ефектима простирања ЕМ таласа кроз предмагнетизоване ферите [Ђорђевић]. У идеалном случају њихова s -матрица има облик

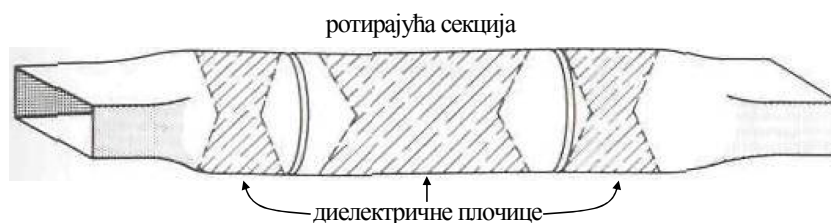
$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\varphi_1} \\ e^{-j\varphi_2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.14)$$

У специјалном случају када је $\varphi_1 = 180^\circ$ и $\varphi_2 = 0^\circ$ (или општије, када је $|\varphi_1 - \varphi_2| = 180^\circ$), добија се жиратор⁴.

Један типичан таласоводни реципрочни померач фазе је приказан на слици 6.23. Сличне је конструкција као ротирајући таласоводни ослабљивач, осим што су отпорне плочице замењене диелектричним плочицама (са занемарљивим губицима). Његов принцип рада је следећи. Доминантни тип таласа (TE_{10}) који се простира на десно, се у прелазу на кружни таласовод трансформише се у доминантни мод кружног таласовода (TE_{11}), практично без рефлексије, и наилази на леву диелектричну плочицу која је под углом од 45° на вертикалу. Ова плочица служи да линијски поларизован TE_{11} мод трансформише у кружно поларизовани TE_{11} мод на следећи начин. Вектор јачине електричног поља линијски поларизованог TE_{11} таласа може се математички раставити на две компоненте, компоненту паралелну површи плочице (паралелно поларизован талас) и компоненту управну на њу (нормално поларизован талас). Плочица утиче на простирање само паралелно поларизованог таласа и то тако што ова компонента има мању фазну брзину од компоненте која је поларизована нормално на плочицу. Плочица је од одличног диелектрика, па таласи практично не слабе. Дужина плочице, l , је

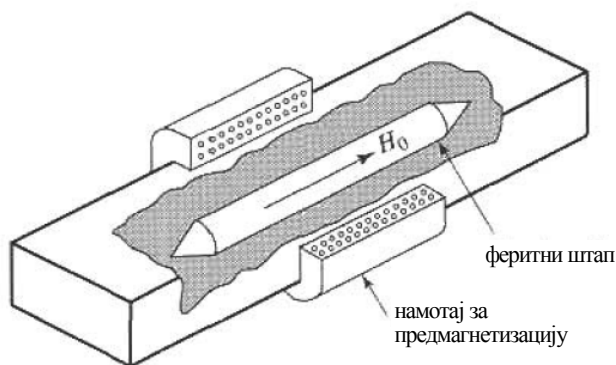
⁴ Помоћу жиратора и реципрочних компоненти могуће је остварити остале неречипрочне пасивне микроталасне компоненте: изолаторе и циркулаторе.

одређена тако да две компоненте таласа стекну међусобну фазну разлику од 90° , чиме се на крају плочице добија кружно поларизовани TE_{11} мод. Дужина средишње плочице је $2l$, чиме она уноси фазни померај од 180° између таласа поларизованих паралелно и нормално у односу на њу, па је талас на њеном крају такође кружно поларизован. Десна диелектрична плочица је у истој равни као лева плочица, исте дужине l и она трансформише талас у линијски и вертикално поларизован TE_{11} мод који се, коначно, у прелазу на правоугаони таласовод трансформише поново у TE_{10} мод, који је практично неослабљен у односу на улазни талас у компоненту. Показује се [Col01] да је излазни талас фазно померен у односу на улазни за $\phi = 4\beta_{||}l + 2\theta$, где је $\beta_{||}$ фазни коефицијент за талас који је поларизован паралелно плочици, а θ релативни угао ротације ротирајуће плочице у односу на леву и десну плочицу. Због једноставне зависности фазног помераја од угла закретања ротирајућег дела компоненте, овај померај фазе се врло често користи као прецизна компонента таласоводних мерних система.



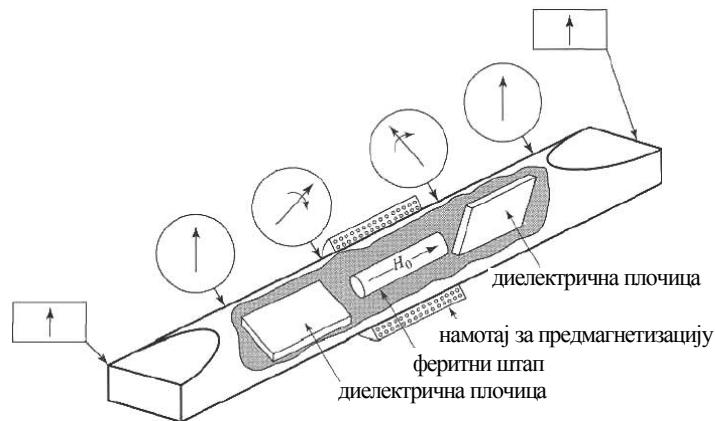
Слика 6.23. Ротирајући таласоводни померај фазе.

Други тип таласоводног реципрочног помераја фазе (Reggia-Spencer померај фазе) приказан је на слици 6.24. Састоји се од предмагнетисаног феритног штапа постављеног дуж правоугаоног или кружног таласовода. Ако је пречник штапа већи од одређене критичне вредности, ЕМ поље је концентрисано у штапу и кружно поларизовано. Овим померајем фазе могуће је постићи релативно велике фазне помераје на релативно малој дужини таласовода. Фазни померај се може регулисати (једносмерном) струјом намотаја за предмагнетизацију. Мана му је што фазни померај знатно зависи од учестаности.



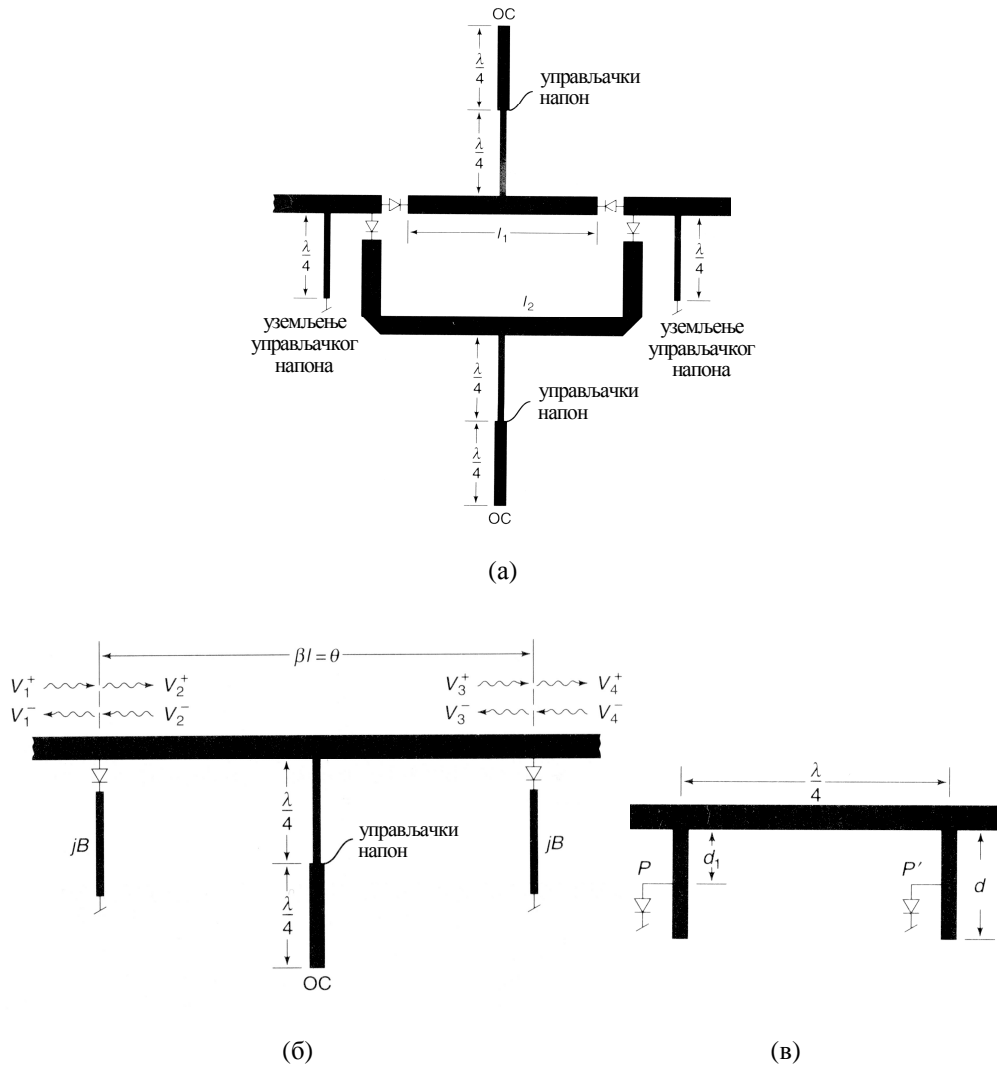
Слика 6.24. Reggia-Spencer таласоводни померај фазе.

Један нереципрочни феритни таласоводни померач фазе приказан је на слици 6.25. Његов рад се заснива на ефекту Фарадејеве ротације у предмагнетисаним феритима [Ђорђе06]. Конструкција овог померача фазе је, осим у средишњем делу, иста као код реципрочног померача фазе са слике 6.23. У средишњем делу компоненте се, у присуству феритног штапа, простире кружно поларизовани талас TE_{11} , при томе не мењајући поларизацију (која остаје кружна). Фазни коефицијент је, међутим различит за талас који се простире на десно и за онај који се простире на лево, а ова два фазна коефицијента се могу подешавати (једносмерном) струјом намотаја за предмагнетизацију. Стога је ово подесив и нереципрочан померач фазе.



Слика 6.25. Нереципрочни таласоводни померач фазе.

У техници планарних водова посебно су погодни електронски контролисани померачи фазе. Три могуће конфигурације са прекидачким PIN диодама приказане су на слици 6.26. У конфигурацији са слике 6.26а у главни вод се укључује или секција дужине l_1 , или секција дужине l_2 , у зависности од поларитета (једносмерних) управљачих напона. Управљачки напони се доводе на секције дужина l_1 и l_2 преко двоструких четвртталасних отворених огранака, а уземљење управљачког напона је прикључено на главни вод преко четвртталасног кратко спојеног огранка. На овај начин постижу се врло велике улазне импедансе (за RF сигнал) ових огранака, који тако уносе занемарљиве дисконтинуитете у вод. Мана ове конфигурације је постојање редних диода које уносе губитке у вођени талас, што представља још већи проблем ако се неколико оваквих померача фазе веже каскадно.



Слика 6.26. Електронски контролисани померачи фазе у техници планарних водова.

Померач фазе приказан на слици 6.26б заснива се на прикључењу реактивних елемената (овде су то кратко спојени огранци водова) паралелно у главни вод. Ова конфигурација има предност над претходном у томе што су избегнуте редне диоде, па су губици знатно мањи. Управљачки напон се и овде доводи преко двоструког четвртталасног отвореног огранка. Диоде су сада прикључене паралелно главном воду и (када је управљачки напон позитиван) укључују два кратко спојена огранка, који у главни вод уносе паралелне сусцептансе (а истовремено служе за уземљење управљачког напона). Растојање између огранака (l) прорачунава се тако да део вода са укљученим огранцима буде прилагођена мрежа. Показује се [Co101] да је за то потребно да буде

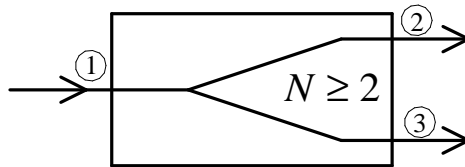
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{2}{b}, \quad (6.15)$$

где је b нормализована сусцептанса огранака. Фазни померај при искљученим (инверзно поларизованим) диодама износи $\theta = \beta l$, а при укљученим (директно поларизованим) $\theta' = \pi - \theta$. Извесна мана ове конфигурације је што прекидачке диоде у искљученом стању уносе паразитне капацитивности које представљају дисконтинутете у главном воду.

Конструкција померача фазе са слике 6.26в (на којој је изостављен део који приказује прикључивање управљачких напона) ублажава паразитне ефекте диода, тако што их укључује у сусцептансе огранака. Сусцептансе огранака (узимајући у обзир и паразитне сусцептансе диода) су различите (означимо их са B_1 и B_2 , респективно) када су диоде укључене и искључене. Међутим, релација (6.15) не може бити задовољена за исто θ , а две различите сусцептансе. Зато се узима $\theta = \pi/4$, чиме се рефлектовани таласи од два дисконтинуитета приближно поништавају, али то важи ако су сусцептансе огранака по модулу релативно мале. Зато, да би се максимизовала разлика између фазних помераја када су диоде укључене и искључене, потребно је да буде $B_2 = -B_1$, што се постиже прорачунавањем дужина d и d_1 . Унесени фазни помераји износе $\theta_{1,2} \approx -\pi/2 - b_{1,2}$, где су $b_{1,2}$ нормализоване сусцептансе огранака.

6.9. Делитељи снаге

Делитељ снаге (разделник снаге, делитељ; power divider) (слика 6.27) је мрежа која улазну снагу на једном приступу (улаз) дели на остале приступе (излази). Снага се на излазе може расподелити равномерно или неравномерно. Типичне примене делитеља снаге су код напајања антенских низова и у улазним степенима баланских појачавача. Ако се намена улазних и излазних приступа делитеља међусобно замени, делитељи постају комбајнери. (Комбајнери су описани у одељку 6.11.)



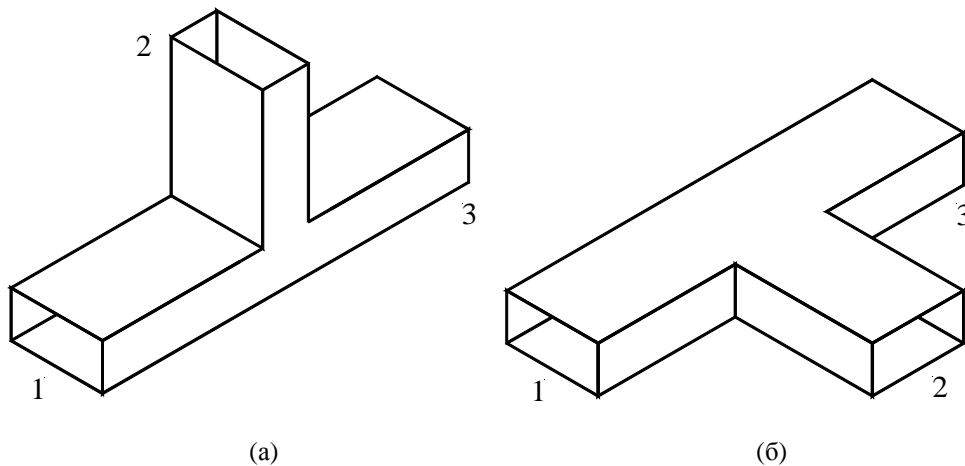
Слика 6.27. Принциуска шема делитеља снаге са 2 излаза.

Од интереса је да делитељи снаге буду прилагођене мреже без губитака. Међутим, фундаментална особина пасивне реципрочне прилагођене мреже са три приступа је да не може бити без губитака. Ова особина директно следи из принципа одржања енергије. (Пасивна, прилагођена мрежа са три приступа може бити без губитака ако је неречипрочна и тада је циркулатор, али циркулатори, описани у одељку 6.13, нису делитељи снаге.) Усмерени спрежњаци (описани у одељку 6.10) се такође могу користити као делитељи снаге.

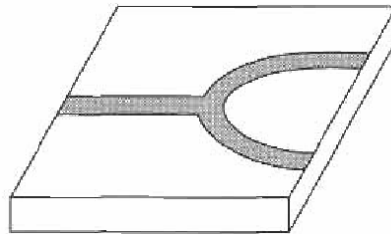
Код делитеља снаге је од интереса и да излази буду међусобно изоловани, што је од пресудног значаја ако се делитељи користе као комбајнери.

У овом одељку биће описани делитељи без губитака у облику Т-спојева (Y-спојева⁵), делитељи са губицима у облику отпорничких Т-спојева и Вилкинсонов (Wilkinson) делитељ.

Делитељи у облику Т-спојева таласовода приказани су на слици 6.28. Гранање таласовода може бити у Е-равни, као на слици 6.28а, или у Н-равни, као на слици 6.28б. Делитељ у облику Т-споја микротракастог вода (тј. паралелног споја три вода) приказан је на слици 6.29. У општем случају, ови спојеви нису прилагођени ни на једном приступу.



Слика 6.28. Т-спојеви таласовода: (а) Е-спој и (б) Н-спој.



Слика 6.29. Т-спој (Y-спој) микротракастог вода.

Код Т-споја три вода (као на слици 6.29) карактеристичне импедансе излазних водова (Z_{c2} и Z_{c3}) прорачунавају се тако да се оствари жељена подела снаге и да мрежа буде прилагођена на улазном приступу. На излазне водове се могу прикључити трансформатори импедансе (нпр. четвртталасни) за трансформацију импеданси Z_{c2} и Z_{c3} на номиналну импедансу Z_0 . Излазни приступи у општем случају нису прилагођени ($s_{22}, s_{33} \neq 0$), нити међусобно изоловани⁶ ($s_{32} \neq 0$). Делитељи у виду паралелних

⁵ Т-спој и Y-спој су синоними.

⁶ Приступи оваквих спојева никада не могу бити међусобно изоловани.

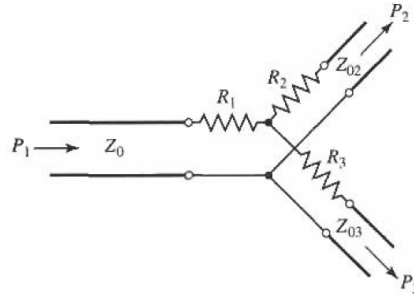
спојева водова могу имати произвољан број излаза. Повећање броја излаза, међутим, захтева веће односе трансформације импеданси, што у пракси може бити неповољно.

Задатак. За делитељ снаге у виду Т-споја три вода и карактеристичну импедансу улазног вода $Z_{c1} = 50 \Omega$, израчунати карактеристичне импедансе излазних водова, тако да се оствари подела снаге у односу $P_2 : P_3 = 1 : 2$ и да улаз делитеља буде прилагођен. Затим израчунати његову s -матрицу, узимајући за номиналне импедансе карактеристичне импедансе водова ($Z_{01} = Z_{c1}$, $Z_{02} = Z_{c2}$, $Z_{03} = Z_{c3}$).

Резултат. $Z_{c2} = 3Z_{c1} = 150 \Omega$, $Z_{c3} = \frac{3}{2}Z_{c1} = 75 \Omega$,

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{2}{3} & \frac{\sqrt{2}}{3} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{\sqrt{2}}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}.$$

Отпорнички Т-спој је паралелни спој три вода, код кога је испред споја у сваки вод убачен по један редни отпорник (слика 6.30), тако да се добије прилагођена мрежа (тј. прилагођење на сва три приступа). За задати однос поделе снаге између излазних водова и задату карактеристичну импедансу улазног вода, могуће је одредити отпорности R_1 , R_2 и R_3 , као и карактеристичне импедансе излазних водова, тако да мрежа буде прилагођена (усвајајући нпр. да су номиналне импедансе приступа једнаке карактеристичним импедансама припадајућих водова).



Слика 6.30. Отпорнички Т-спој.

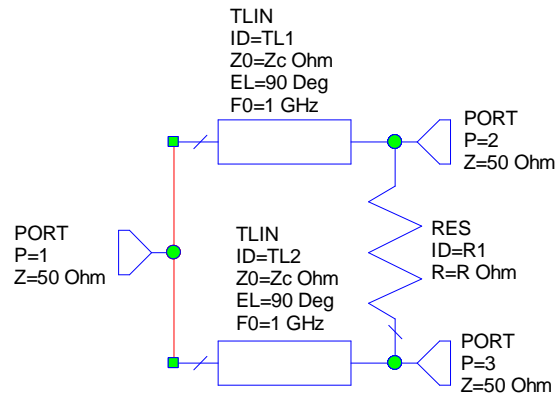
За водове једнаких карактеристичних импеданси ($Z_{c1} = Z_{c2} = Z_{c3} = Z_0$) и равномерну поделу снаге између излазних водова ($P_2 = P_3$), добија се симетрични отпорнички делитељ снаге. Из симетрије следи $R_1 = R_2 = R_3 = R$. Одавде је улазна импеданса другог вода на месту споја $Z_{ul2} = R + Z_0$, па је импеданса улазног вода непосредно испред првог отпорника $Z_{ul1} = R + Z_{ul2} / 2$. Из услова прилагођења, $Z_{ul1} = Z_0$, добија се $R = Z_0 / 3$. Даље се добија s -матрица споја (препоручује се читаоцу да спроведе ово извођење),

$$[s] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.16)$$

Види се да се половина улазне снаге губи у отпорницима. Преостала половина се равномерно дели између излазних вода ($s_{21} = s_{31} = 1/4 = -6 \text{ dB}$).

Описана два типа делитеља имају значајне мане. Т-спој, иако без губитака, није прилагођена мрежа, отпорнички Т-спој је прилагођена мрежа, али уноси знатне губитке, а ниједан од ова два типа делитеља нема изоловане излазе. Поставља се питање реализације делитеља (са два или више излаза) који је прилагођена мрежа са изолованим излазима, а који не уноси губитке.

Вилкинсон [Wil60] је предложио један такав делитељ са два или више излаза који је прилагођена мрежа са међусобно изолованим излазима, а који у радном режиму (када су излази завршени прилагођењима) не уноси губитке. Проучићемо прво принцип рада Вилкинсоновог делитеља са два излаза и равномерном поделом снаге. Овај делитељ се састоји од две симетричне секције вода чији су почечи повезани за улазни приступ, крајеви су повезани за излазне приступе, а између њих је прикључен отпорник (слика 6.31). Одредићемо дужину секција вода, l , њихову карактеристичну импедансу, Z_c , и отпорност R , тако да мрежа буде прилагођена, а излази изоловани. Затим ћемо одредити s -матрицу овог делитеља.

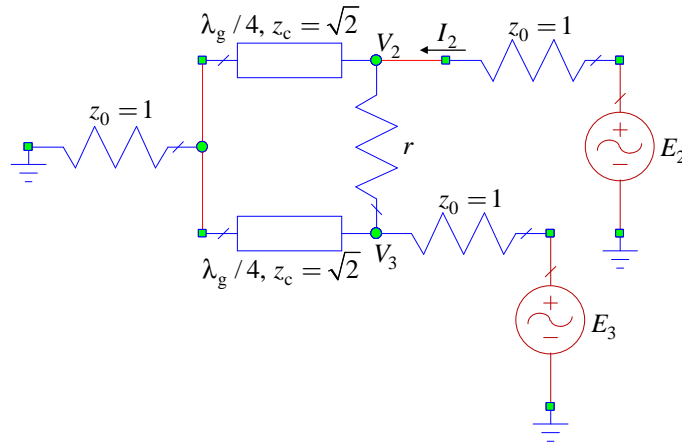


Слика 6.31. Вилкинсонов делитељ снаге са два излаза.

Број различитих s -параметара реципрочне мреже са три приступа је 6, али је због симетрије код делитеља са слике 6.31 $s_{21} = s_{31}$ и $s_{22} = s_{33}$, што значи да избором параметара l , Z_c и R треба задовољити следеће услове:

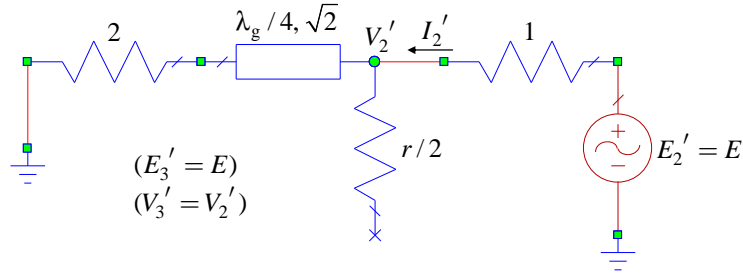
1. да у радном режиму (тј. када су излазни приступи завршени прилагођењима) не постоје губици,
2. $s_{11} = 0$,
3. $s_{22} = 0$,
4. $s_{32} = 0$.

Надаље ћемо рачунати са нормализованим импедансама и отпорностима. Када је побуђен приступ 1, у отпорнику нема струје па је услов 1 испуњен. Пошто у мрежи више нигде нема губитака, добија се $|s_{21}| = |s_{31}| = 1/\sqrt{2}$. Да би сада био испуњен и услов 2, номиналне импедансе приступа 2 и 3 ($z_0 = 1$) треба да се секцијом вода дужине l и карактеристичне импедансе z_c пресликају у $z = 2$ на месту гранања водова. Одавде следи да је $l = \lambda_g/4$ и $z_c = \sqrt{2}$. Преостаје да се одреди још r и при том задовоље услови 3 и 4. Задовољићемо прво услов 3, а затим ћемо проверити задовољеност услова 4. Пошто подешавамо параметре s_{22} и s_{32} , уводимо побуду на приступ 2. Посматрајмо зато шему делитеља на слици 6.32. На приступ 2 прикључен је прилагођени извор, а приступ 3 је затворен прилагођењем (на слици 6.32 $E_2 = 2E, E_3 = 0$). За $s_{22} = 0$ потребно је да буде $z_{ul2} = V_2/(Z_0 I_2) = 1$. Ова побуда се може приказати као суперпозиција парне (even) побуде ($E_2' = E, E_3' = E$) и непарне (odd) побуде ($E_2'' = E, E_3'' = -E$). Представимо отпорник као редну везу два отпорника (нормализоване) отпорности по $r/2$, а прилагођени потрошач на првом приступу као паралелну везу два отпорника (нормализованих) отпорности по $z = 2$.



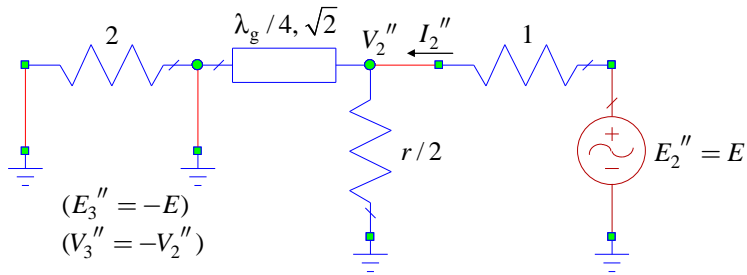
Слика 6.32. Вилкинсонов делитељ са побуђеним излазима.

За парну побуду коло је симетрично. У вертикалним гранама кола струја је једнака нули, а потенцијали су симетрични, па се горња половина кола своди на шему приказану на слици 6.33, у којој је отпорник $r/2$ завршен отвореном везом. Нормализована отпорност $z = 2$ на приступу 1 се четвртталасном секцијом вода пресликава у $z_c^2/z = 1$, па је $z_{ul2}' = 1$, $I_2' = E/(2Z_0)$, $V_2' = E/2$.



Слика. 6.33. Уз анализу парне побуде делитеља.

За непарну побуду коло је антисиметрично, па су све тачке у равни (анти)симетрије на нултом потенцијалу, а потенцијали антисиметрични у односу на исту раван (слика 6.34). Сада се кратак спој на почетку секције вода пресликава у бесконачну импедансу, па је $z_{ul2}' = r/2$. Ако је $z_{ul2}'' = 1$ (тј. $r = 2$), редом следи $V_2' = V_2'' = E/2$, $V_2 = E$, $I_2' = I_2'' = E/(2Z_0)$, $I_2 = E/Z_0$, па је $z_{ul2} = 1$, што је и требало остварити. Одавде следи да је услов 3 задовољен ако је $r = 2$, тј. $R = 2Z_0$.



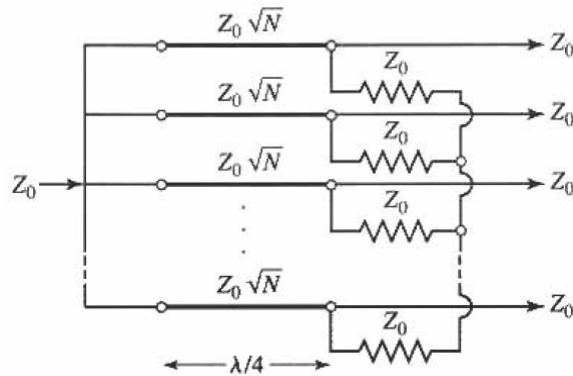
Слика. 6.34. Уз анализу непарне побуде делитеља.

Проверимо сада изолацију излаза, тако што ћемо одредити потенцијал V_3 (слика 6.32) за приступ 2 побуђен прилагођеним извором. Суперпозицијом парне и непарне побуде добија се $V_3 = V_3' + V_3'' = 0$. Како су приступи 1 и 3 завршени прилагођењима, то је $s_{32} = V_3/V_2 = 0$, па су излази међусобно изоловани. Даљом анализом добија се матрица расејања (препоручује се читаоцу да спроведе ово извођење),

$$[s] = -\frac{j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.17)$$

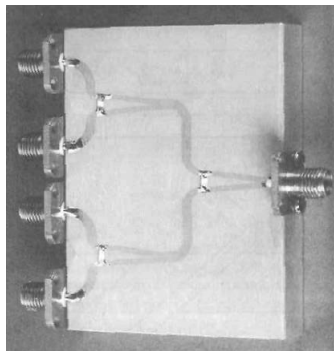
Вилкинсонов делитељ може имати више излаза. Општа шема таквог делитеља, са равномерном поделом снаге на N излаза ($N = 2, 3, 4, \dots$), дата је на слици 6.35. (Вилкинсон је оригинално предложио управо овакав делитељ.) Између крајева четвртталасних секција карактеристичних импеданси $Z_0\sqrt{N}$ везано је у звезду N отпорника отпорности $R = Z_0$. (Предлаже се читаоцу да одреди s -матрицу и овог делитеља.) Принциуска једноставност Вилкинсоновог делитеља са произвољним бројем

излаза може бити изузетно корисна у пракси. Овакви делитељи се могу релативно лако реализовати у коаксијалној техници. Њихова реализација у техници планарних водова је, међутим, знатно компликованија због сложеног просторног распореда елемената кола и неопходности употребе мостова, вија и вишеслојне штампе.



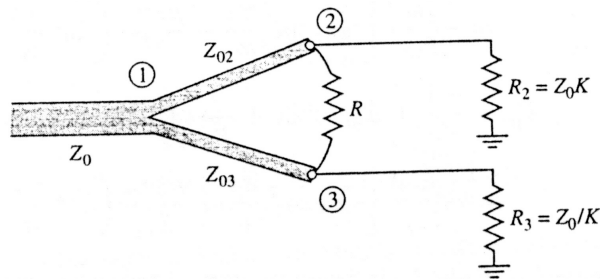
Слика 6.35. Вилкинсонов делитељ са више излаза.

Вилкинсонови делитељи (као и сви остали делитељи снаге) могу се везати каскадно. На слици 6.35 приказан је двостепени Вилкинсонов делитељ, добијен од три делитеља са по два излаза, који представља делитељ са 4 излаза.



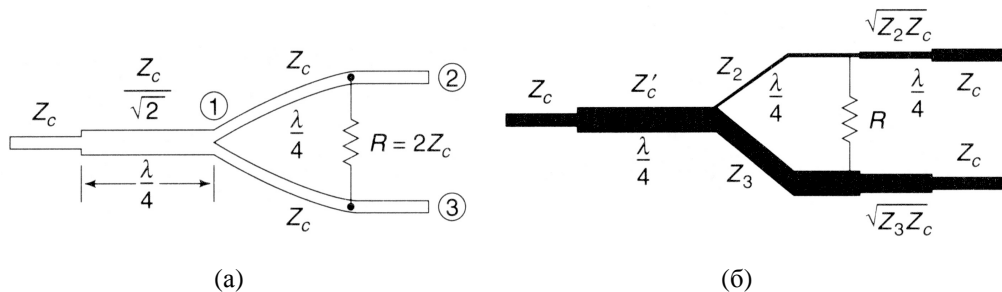
Слика 6.36. Двостепени Вилкинсонов делитељ у техници микротракастих водова.

Вилкинсонов делитељ може имати и неравномерну поделу снаге. На слици 6.37. приказан је делитељ код кога је $P_3/P_2 = K^2$. За одабрани параметар K и дату номиналну импедансу улаза, Z_0 , отпорност отпорника треба да је $R = Z_0(K + 1/K)$, а делитељ је прилагођена мрежа ако су номиналне импедансе излаза $Z_{02} = Z_0\sqrt{K(1+K^2)}$ и $Z_{03} = Z_0\sqrt{(1+K^2)/K^3}$. Прелазак на оригиналну номиналну импедансу, Z_0 , захтева примену трансформатора импедансе на излазима делитеља.



Слика 6.37. Вилкинсонов делитељ са неравномерном поделом снаге.

Две варијанте Вилкинсоновог делитеља са четвртталасним трансформаторима импедансе и једнаким номиналним импедансама сва три приступа приказане су на слици 6.38. У конфигурацији делитеља са слике 6.38а четвртталасне секције водова су карактеристичне импедансе једнаке номиналној, а четвртталасни трансформатор је примењен ради остварења прилагођења улаза. У конфигурацији са слике 6.38б три четвртталасна трансформатора су примењени ради остварења прилагођења на сва три приступа делитеља са неравномерном поделом снаге.



Слика 6.38. Вилкинсонови делитељи са четвртталасним трансформаторима импедансе и (а) равномерном и (б) неравномерном поделом снаге.

Четвртталасне секције Вилкинсоновог делитеља у пракси се налазе близу једна другој, па за прецизну анализу треба одредити (нпр. симулацијом у одговарајућем софтверу) ефекат спреге између њих.

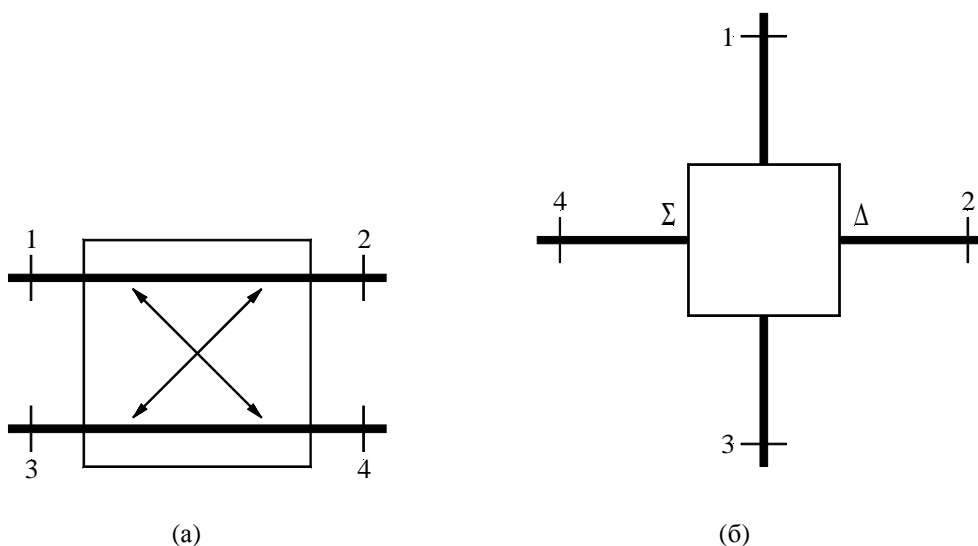
6.10. Усмерени спрежњаци

6.10.1. Увод

Усмерени спрежњак је мрежа која омогућава раздвајање података о таласима који се простиру у супротним смеровима дуж неког вода или таласовода. Усмерени спрежњаци се употребљавају у радиотехници, микроталасној техници и у оптици, само

што су конструкције спрежњака различите, зависно од учестаности. На пример, усмерени спрежњаци се употребљавају за мониторингање снаге радио, телевизијских и радарских предајника, за мониторингање прилагођења антена и као делитељи и сабирачи код појачавача великих снага. Усмерени спрежњак је битан део сваког анализатора микроталасних мрежа. Символи усмерених спрежњака приказани су на слици 6.39.

Усмерени спрежњаци се могу правити на разне начине. На пример, у [Ђорђе06] описано је неколико усмерених спрежњака у таласоводној техници. Главни ток сигнала је кроз један таласовод. Поред тога таласовода, налази се други таласовод, који је са првим таласоводом у спрези (на пример, преко малих отвора у заједничком зиду). Захваљујући интерференцији сигнала који се преслушавају из једног таласовода у други, на једном приступу спрегнутог таласовода се јавља сигнал који је сразмеран интензитету инцидентног таласа у првом таласоводу, а на другом приступу сигнал који је сразмеран интензитету рефлектованог таласа. Да би ти сигнали били јасно раздвојени, спрегнути таласовод мора бити добро прилагођен на оба приступа. Посебан тип таласоводног усмереног спрежњака је магични (хибридни) Т-спој.



Слика 6.39. Символ за (а) усмерени спрежњак у општем случају, и (б) хибридни спрежњак.

Централно место у овој књизи имају усмерени спрежњаци у техници водова, јер се они најчешће срећу у савременој инжењерској пракси. (Један пример спрежњака у техници водова приказан је на слици 3.3.) О тим спрежњацима ће бити речи у наредним одељцима. На крају ћемо се осврнути и на резистивне спрежњаке, који се употребљавају у мерној техници.

6.10.2. Основне особине и дефиниције

Код спрежњака у техници водова (или таласовода) тежи се да се остваре што мањи губици. У идеализацији, усмерени спрежњак је зато мрежа без губитака, која има четири

приступа. Пошто је састављена од водова на неферромагнетском супстрату (и, евентуално, кондензатора), оваква мрежа је још и пасивна, линеарна и реципрочна.

У основној варијанти, усмерени спрежњак је мрежа са четири приступа⁷. S -матрица реципрочне мреже са четири приступа има општи облик

$$[s] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{21} & s_{31} & s_{41} \\ s_{21} & s_{22} & s_{32} & s_{42} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{43} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{bmatrix}. \quad (6.18)$$

У литератури [Ђорђе06] се може наћи доказ следеће теореме.

Теорема. Свака прилагођена⁸ пасивна реципрочна мрежа без губитака, са четири приступа, аутоматски представља усмерени спрежњак, а матрица расејања такве мреже има облик⁹

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha e^{j\varphi} & 0 & \beta e^{j\psi} \\ \alpha e^{j\varphi} & 0 & \beta e^{j\theta} & 0 \\ 0 & \beta e^{j\theta} & 0 & \alpha e^{j\eta} \\ \beta e^{j\psi} & 0 & \alpha e^{j\eta} & 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha, \beta > 0. \quad (6.19)$$

Усмерени спрежњак има следеће особине. Ако се на приступ 1 прикључи генератор, а остали приступи заврше прилагођењима, на приступу 1 нема рефлектованог таласа. Средња снага коју генератор предаје мрежи дели се на два дела, који се дисипирају на прилагођењима на приступима 2 и 4. При томе, приступ 3 остаје изолован, тј. без сигнала.

Погодним избором референтних равни у односу на које се одређују параметри расејања, матрица расејања усмереног спрежњака може се свести на један од два стандардна облика. Први облик,

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & j\beta \\ \alpha & 0 & j\beta & 0 \\ 0 & j\beta & 0 & \alpha \\ j\beta & 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.20)$$

назива се симетричним или квадратурним спрежњаком (преносни s -параметри се разликују по фази за $\pi/2$). Други облик,

⁷ У неким реализацијама један приступ спрежњака се, у самом спрежњаку, затвара прилагођењем, тако да споља постоје доступна само три приступа. Праве се и спрежњаци са шест приступа, обично у виду три спрегнута вода. У овој књизи ћемо разматрати само спрежњаке са четири приступа.

⁸ По дефиницији, мрежа је прилагођена ако су јој сви s_{kk} (сопствени коефицијенти рефлексије) једнаки нули.

⁹ Некада је потребно ренумерисати приступе да би се дошло до овог облика.

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & \beta \\ \alpha & 0 & -\beta & 0 \\ 0 & -\beta & 0 & \alpha \\ \beta & 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.21)$$

назива се антисиметричним спрежњаком (због разлике у фази за π).

Унето слабљење спрежњака је $A = -20\log_{10} \alpha$ dB, а спрега је $C = -20\log_{10} \beta$ dB.

Код практично реализованих спрежњака увек постоје мали губици, а ниједан s -параметар није тачно једнак нули. Код реалних спрежњака се дефинише унето слабљење као $A = -20\log_{10} |s_{21}|$ dB или $A = -20\log_{10} |s_{43}|$ dB. Дефинише се и спрега као $C = -20\log_{10} |s_{41}|$ dB или $C = -20\log_{10} |s_{32}|$ dB.

Изолација усмереног спрежњака је $I = -20\log_{10} |s_{31}|$ dB или $I = -20\log_{10} |s_{42}|$ dB, а неприлагођење је $-20\log_{10} |s_{kk}|$ dB ($k = 1, 2, 3, 4$). У пракси се тежи да обе величине буду што боље (што веће).

Квалитет усмереног спрежњака се описује усмереношћу (директивношћу), која се дефинише као разлика између изоације и спреге, односно

$$D = I - C = -20\log_{10} \left| \frac{s_{31}}{s_{41}} \right| \text{ dB}. \quad (6.22)$$

Спрега је слаба ако је број који описује спрегу велики (на пример, већи од 10 dB), односно ако је параметар β мали. Спрега је јака ако је број који описује спрегу мали. Ако приступе нумеришемо тако да је $\alpha > \beta$, најјача спрега се добија за највеће могуће¹⁰ β , односно $\alpha = \beta = \sqrt{2}/2$, и износи 3 dB. Такав спрежњак се назива хибридни спрежњак.

У наредним одељцима ћемо се позабавити конкретним топологијама усмерених спрежњака и одговарајућим реализацијама. Спрежњаци у техници водова могу се поделити у две групе: спрежњаке са концентрисаном спрегом и спрежњаке са расподељеном спрегом. Спрежњаци прве групе се праве од обичних (двопроводничких) водова. Спрежњаци друге групе се праве од спрегнутих (вишепроводничких) водова. За одређену топологију, циљ пројектовања је одређивање параметара тих водова.

Пројектовање ћемо увек засновати на теорема која се односи на једначину (6.19). Кренућемо уназад, од претпоставке да је један приступ посматране мреже са четири приступа изолован, а онда изводити услове под којима је таква мрежа прилагођена. Према поменутој теорема, таква мрежа ће аутоматски бити усмерени спрежњак, а приступ од кога смо кренули биће заиста изолован. Спрежњаке ћемо аналитички пројектовати при једној учестаности, а онда, на основу симулација, сагледати понашање у околини те учестаности. На основу симулација ћемо сагледати проблеме који се јављају у реализацији неких спрежњака у техници микротракастих водова и наћи одговарајуће решење за побољшање особина спрежњака. Симулације ћемо засновати на најједноставнијим моделима спрежњака и квазистатичким моделима водова, не узимајући у обзир ефекте дисконтинуитета. У пракси, међутим, посебно при високим учестаностима, ефекти дисконтинуитета се морају укључити у моделовање

¹⁰ Услов $\alpha > \beta$ се не мора испоштовати. Штавише, код спрежњака са јаком спрегом, у једном опсегу учестаности може бити $\alpha > \beta$, а у другом $\alpha < \beta$.

микроталасног кола. У деликатнијим случајевима се мора применити и електромагнетска анализа спрежњака.

У свим случајевима ћемо претпоставити да су номиналне импедансе сва четири приступа једнаке, и то, по правилу, $Z_0 = 50 \Omega$.

6.10.3. Спрежњаци са концентрисаном спрегом

Код ове групе спрежњака, четири приступа су повезана мрежом састављеном од обичних (двопроводничких) водова. Сигнали се простиру од побуђеног приступа, дуж тих водова, до сваког од преостала три приступа. При томе, до сваког приступа постоје (бар) два пута којима се простиру сигнали. Сигнали који различитим путевима стижу до изолованог приступа су истих ефективних вредности, али су у противфази, тако да се потиру, па на изолованом приступу нема сигнала.

Два су основна типа ових спрежњака: спрежњак са разгранатим водовима (branchline coupler), који је квадратурни спрежњак, и хибридни прстен (hybrid ring), који је антисиметрични спрежњак.

6.10.3.1. Спрежњак са разгранатим водовима

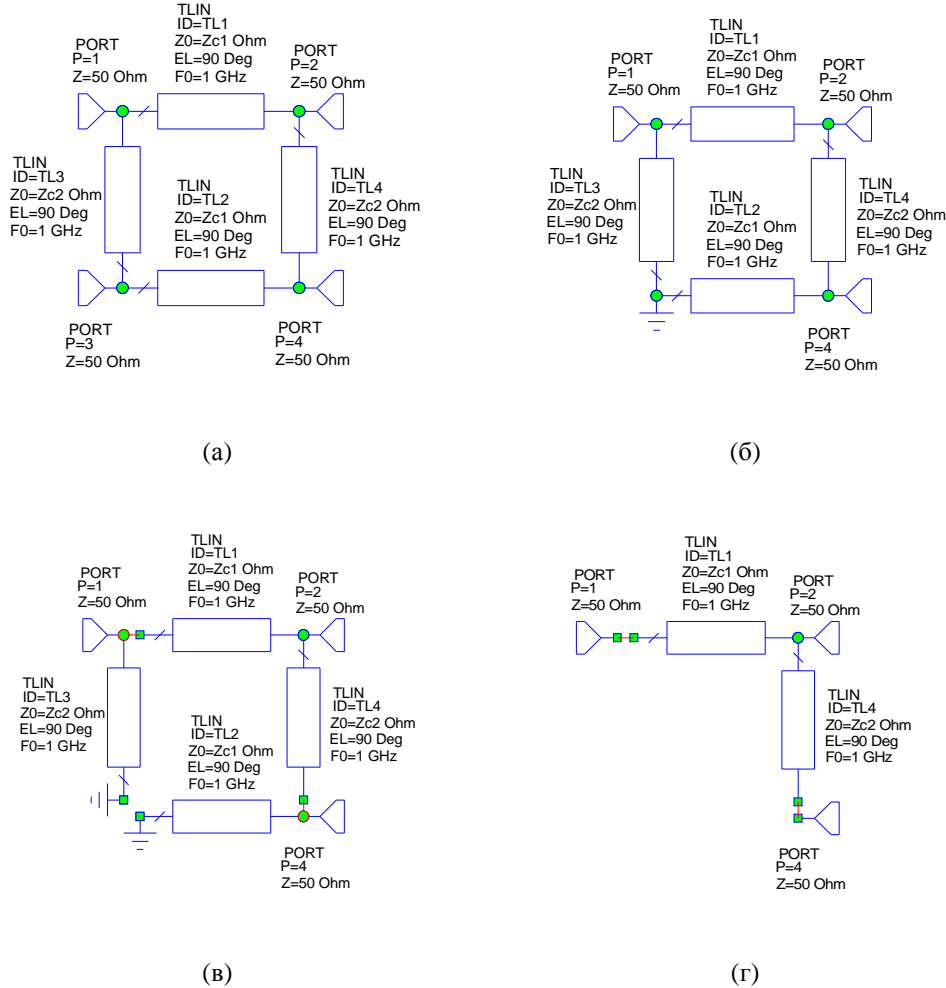
У основној варијанти, спрежњак са разгранатим водовима се састоји од четири четвртталасне секције водова (слика 6.40а). Конкретно, секције су дугачке $\lambda/4$ при учестаности $f = 1 \text{ GHz}$. Карактеристичне импедансе секција једнаке су у паровима: карактеристична импеданса секција 1 и 2 је Z_{c1} (хоризонтални водови на слици), а карактеристична импеданса секција 3 и 4 је Z_{c2} (вертикални водови). Мрежа је симетрична. Због тога је $s_{11} = s_{22} = s_{33} = s_{44}$, $s_{21} = s_{43}$, $s_{31} = s_{42}$ и $s_{41} = s_{32}$.

Циљ анализе ове структуре је да одредимо карактеристичне импедансе Z_{c1} и Z_{c2} тако да мрежа буде хибридни усмерени спрежњак, и то тако да буде $s_{31} = s_{42} = 0$.

Претпоставимо да је приступ 1 побуђен, а да су остали приступи затворени прилагођењима (тј. отпорницима отпорности Z_0). Од приступа 1 постоје два пута којима сигнал стиже до приступа 3. Дакле, постоје услови за деструктивну интерференцију на приступу 3. Претпоставимо да је приступ 3 заиста изолован. Тада је напон на приступу 3 једнак нули. По теореме компензације (из теорије кола), прикључци приступа 3 се могу кратко спојити, а да се у остатку кола ништа не промени. Тиме се добија коло као на слици 6.40б. То коло је еквивалентно колу приказаном на слици 6.40в, где је кратак спој само одвојено приказан за водове 2 и 3. Секција вода 3 је краткоспојена, а дугачка је $\lambda/4$. Гледано из приступа 1, та секција се понаша као отворена веза. Слично томе, и секција вода 2 је краткоспојен четвртталасни вод, а понаша се као отворена веза гледано из приступа 4. Стога се ова два вода могу уклонити, чиме остаје шема приказана на слици 6.40г.

Талас који полази од генератора (прикљученог на приступ 1) простире се дуж секције 1 и стиже до чвора (тачке гранања) на приступу 2. На приступу 2 је везан отпорник отпорности Z_0 , као и на приступу 4. Да би се снага која долази од генератора поделила на два једнака дела (односно, да бисмо добили хибридни спрежњак), гледано од приступа 2 у вод 4 треба да се види реална импеданса једнака номиналној импеданси

Z_0 . Наиме, отпорник прикључен на приступ 2 и улаз вода 4 понашају се као два паралелно везана отпорника. Пошто су та два отпорника истих отпорности, њихове снаге су једнаке, односно снага генератора се дели на два једнака дела.



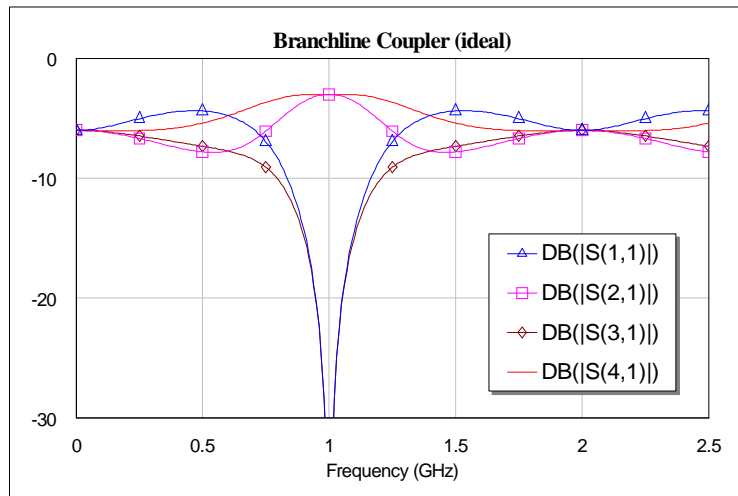
Слика 6.40. Шема усмереног спрежњака са разгранатим водовима (у програму Microwave Office).

Да би улазна импеданса секције 4 била једнака Z_0 , карактеристична импеданса те секција мора да буде $Z_{c2} = Z_0$. Секција вода 1 је завршена еквивалентом импедансом паралелне везе отпорника прикљученог на приступ 2 и улазне импедансе секције 2. Та еквивалентна импеданса је $Z_0/2$. Да би мрежа била прилагођена, улазна импеданса секција вода 1 (на приступу 1) мора да буде једнака Z_0 . Да би се то остварило, вод 1 мора да преслика импедансу $Z_0/2$ на Z_0 . С обзиром на то да је дужина секције 1 једнака $\lambda/4$, треба, у ствари, да пројектујемо четвртталасни трансформатор који

пресликава отпорност $Z_0/2$ на Z_0 . Знамо да је карактеристична импеданса таквог трансформатора $Z_{c1} = \sqrt{Z_0 \frac{Z_0}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} Z_0$. Овим је пројектовање завршено. Добијена

$$\text{матрица расејања је } [s] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 & -j & 0 & -1 \\ -j & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -j \\ -1 & 0 & -j & 0 \end{bmatrix}.$$

Конкретно, за $Z_0 = 50 \Omega$, карактеристичне импедансе секција водова су $Z_{c1} \approx 35,36 \Omega$ и $Z_{c2} = 50 \Omega$. На слици 6.41 приказани су параметри расејања спрежњака у функцији учестаности. На централној учестаности су модули параметара s_{21} и s_{41} једнаки -3 dB . Спрежњак је релативно ускопојасан јер му се изолација и прилагођење брзо кваре са удаљавањем од централне учестаности.



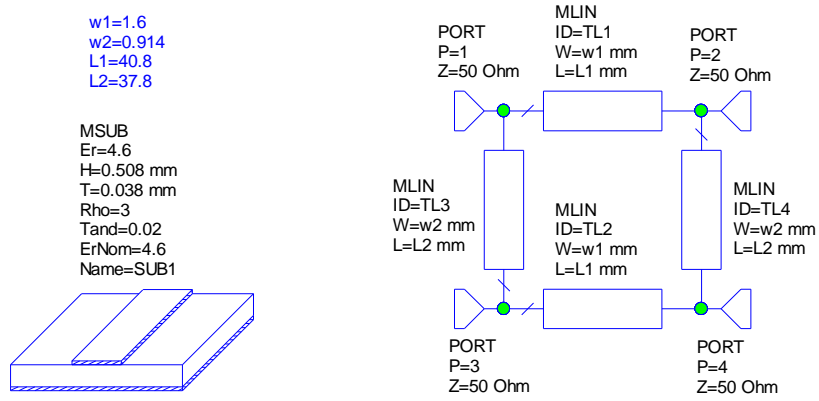
Слика 6.41. Параметри расејања усмереног спрежњака са разгранатим водовима (у програму Microwave Office).

На слици 6.42а је приказана шема конкретне реализације истог спрежњака у техници микротракастих водова, на подлози FR-4. Електрична дужина секција водова на централној учестаности треба да буде једнака четвртини таласне дужине. Међутим, карактеристичне импедансе секција нису једнаке, па се разликују и ефективне пермитивности водова. Стога се физичке дужине секција разликују. Параметри водова су подешени тако да на централној учестаности модули параметара s_{21} и s_{41} буду једнаки. На слици 6.42б су приказани параметри расејања. Због губитака, на централној учестаности су модули параметара s_{21} и s_{41} око $-3,4 \text{ dB}$. На слици 6.42в је приказан изглед штампане плочице. Цртеж је урађен у програму Protel, мада је за цртање микроталасних штампаних плочица често погоднији програм AutoCAD. Предност програма Protel је у томе што може да направи све фајлове потребне за професионалну израду штампаних плочица (Gerber фајлови). Спрежњак се повезује са остатком

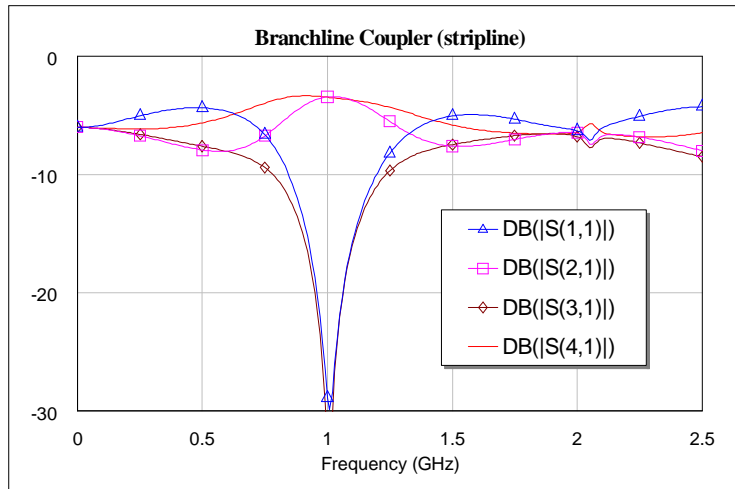
микроталасног кола на истој штампаној плочици помоћу водова карактеристичне импедансе 50Ω . Почети тих водова су приказани на цртежу. Уколико је потребно да се направи самостално коло, неопходно је да се поставе конектори за повезивање са коаксијалним водовима. Као пример, на сликама 3.2 и 3.3 су направљена места за лемљење SMA конектора.

Спрежњак са разгранатим водовима се може пројектовати и тако да се направи неједнака подела снага на излазима. При томе се може постићи да буде $|s_{21}| > |s_{41}|$ или $|s_{21}| < |s_{41}|$, али увек, у случају да су губици у водовима занемарљиви, мора бити испуњен услов $|s_{21}|^2 + |s_{41}|^2 = 1$. У односу на пројектовање хибридног спрежњака, разлика настаје код поделе снаге сигнала који стиже на чвор код приступа 2. Жељени однос деобе се постиже подешавањем односа паралелно везаних отпорности.

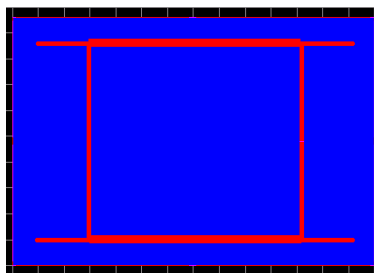
Побољшање широкопојасних особина може се донекле постићи додавањем огранака, као на слици 6.43а. Параметри расејања су приказани на слици 6.43б.



(a)

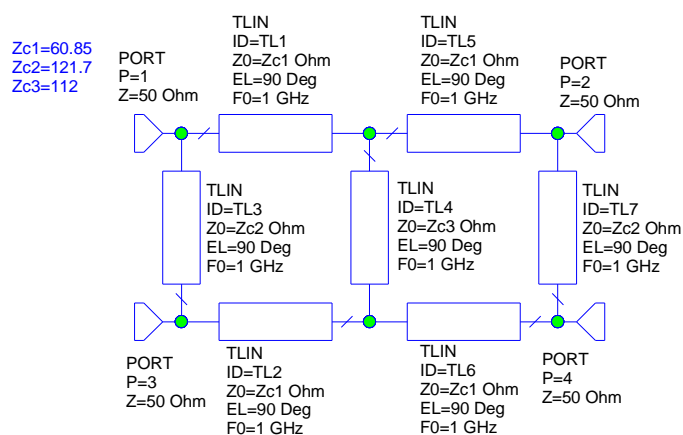


(б)

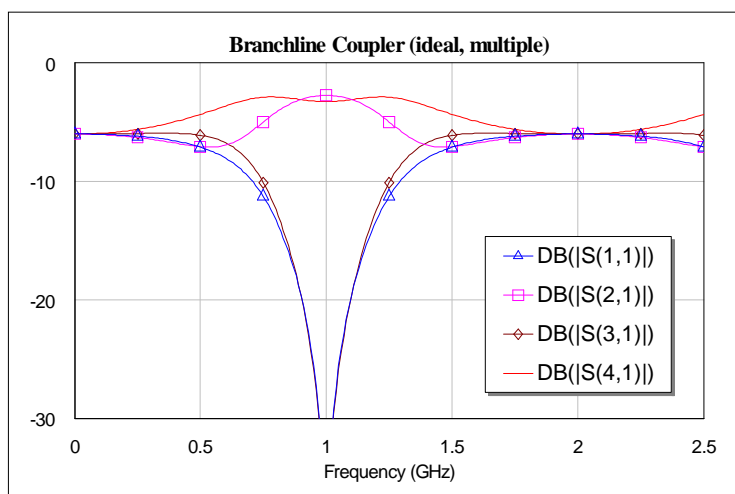


(B)

Слика 6.42. Усмерени спрежњак са разгранатим водовима у микротракастој техници.



(a)



(б)

Слика 6.43. Усмерени спрежњак са више разгранатих водова.

6.10.3.2. Хибридни прстен

Хибридни прстен (слика 6.44а) је по топологији сличан спрежњаку са разгранатим водовима, само су код хибридног прстена карактеристичне импедансе секција свих водова међусобно једнаке, али су дужине различите. Три секције су дугачка по $\lambda/4$, а дужина четврте је $3\lambda/4$. Циљ пројекта је да одредимо карактеристичну импедансу секција водова (Z_c) тако да добијемо хибридни усмерени спрежњак.

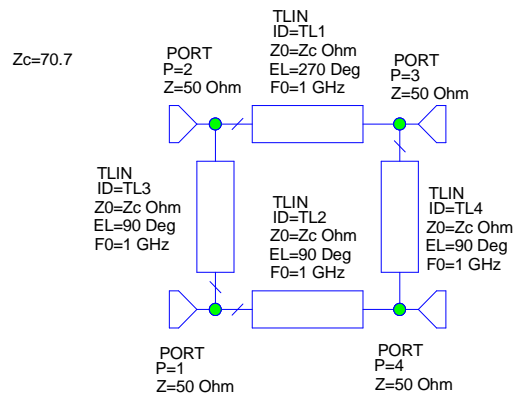
Претпоставимо да је побуђен приступ 1, а остала три приступа завршена прилагођењима. Од приступа 1 сигнали полазе дуж прстена у два смера (математички, у

позитивном и у негативном смеру). До приступа 3 постоје два пута за пренос сигнала. Разлика дужина та два пута је $\lambda/2$, па постоји могућност поништавања два сигнала. Претпоставимо да је то поништавање остварено. Сличним поступком као код спрежњака са разгранатим водовима, прикључци приступа 3 се могу кратко спојити. Улазна импеданса секције вода 1 гледано са приступа 2 је бесконачна (јер је секција дугачка $3\lambda/4$), па се та секција може уклонити. Слично томе, може се уклонити и секција 4. Тако остају само секције 2 и 3, од којих је свака завршена са Z_0 . Да би се снага генератора поделила на два једнака дела, улазне импедансе та два вода (гледано са приступа 1) морају да буду једнаке. Са друге стране, мора бити остварено прилагођење на приступу 1 (да би мрежа била усмерени спрежњак). Решење је да водови 2 и 3 буду четвртталасни трансформатори, карактеристичне импедансе $Z_c = Z_0\sqrt{2}$ (конкретно, за $Z_0 = 50 \Omega$ је $Z_c = 70,7 \Omega$). Настављајући овакво резоновање, долази се до закључа да је мрежа тада прилагођена на сва четири приступа, односно да је усмерени спрежњак.

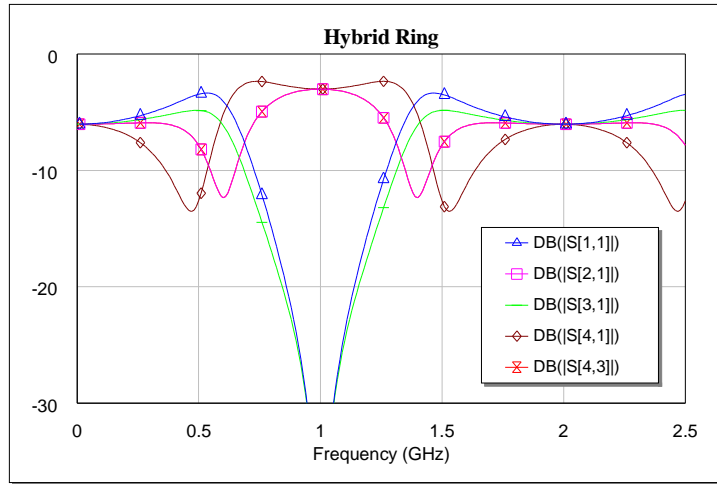
$$\text{Матрица расејања тог спрежњака је } [s] = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 0 & -j & 0 & -j \\ -j & 0 & j & 0 \\ 0 & j & 0 & -j \\ -j & 0 & -j & 0 \end{bmatrix}.$$

На слици 6.44б су приказани параметри расејања у функцији учестаности. Хибридни прстен је знатно широкопојаснији од спрежњака са разгранатим водовима.

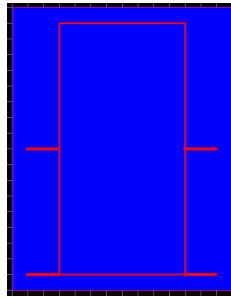
На слици 6.44в приказан је цртеж штампане плочице реализације хибридног прстена у микротракастој техници. Прстен може да има разне облике (не мора бити круг). Да би се смањила површина штампане плочице коју заузима овај спрежњак, прстен се може нацртати у облику узаног правоугаоника. Међутим, дугачке стране правоугаоника се не смеју сувише приближити, да не би дошло до паразитне спреге између водова. Обично је довољно да растојање (празан простор) између трака водова буде $3h$ (где је h) дебљина супстрата, па да спрега буде занемарљиво мала.



(a)



(б)

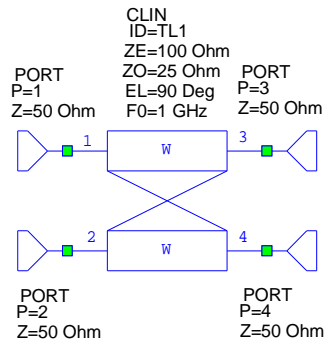


(в)

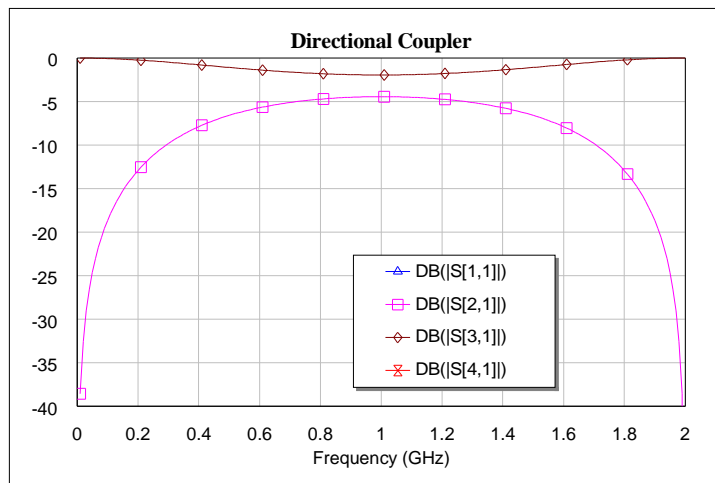
Слика 6.44. Хибридни прстен.

6.10.4. Спрежњаци са расподељеном спрегом

Усмерени спрежњаци ове групе праве се у техници спрегнутих водова, тако да је спрега расподељена дуж целог вишепроводничког вода. Типично је секција водова дуж које се остварује спрега дугачка $\lambda/4$ на централној учестаности, а водови су симетрични. На слици 6.45а је приказан усмерени спрежњак са идеалним водовима: водови су без губитака и са хомогеним диелектриком. Централна учестаност је 1 GHz. На слици 6.45б су приказани параметри расејања. Параметри s_{11} и s_{41} једнаки су нули, па се не виде на слици. Уочимо да је редослед приступа на слици 6.45 исти као што смо узимали код вишепроводничких водова (слика 3.20), али да то не одговара једначини (6.19).



(a)



(б)

Слика 6.45. Усмерени спрежњак са идеалним водовима.

Анализираћемо услове под којима спрегнути водови са слике 6.45а представљају усмерени спрежњак. Посматрајмо два симетрична спрегнута вода (за дијагоналне елементе матричне карактеристичне импедансе важи $Z_{c11} = Z_{c22}$) са хомогеним диелектриком и без губитака. Номиналне импедансе свих приступа су Z_0 . Параметре расејања ове мреже са четири приступа можемо да одредимо на разне начине. На пример, можемо поћи од импедансне матрице $[\mathbf{Z}]$ која је дата релацијом (3.63). Димензије те матрице су 4 са 4. У релацији (3.63) димензије матрице $[\mathbf{Z}_c]$ су 2 са 2. Параметри расејања се одређују из трансформације

$$[\mathbf{S}] = [\mathbf{F}]([\mathbf{Z}] + [\mathbf{Z}_0])^{-1}([\mathbf{Z}] - [\mathbf{Z}_0])[\mathbf{F}]^{-1}, \quad (6.23)$$

где су $[\mathbf{F}]$ и $[\mathbf{Z}_0]$ дијагоналне матрице које у овом случају гласе

$$[\mathbf{F}] = \sqrt{Z_0} [\mathbf{1}], \quad (6.24)$$

$$[\mathbf{Z}_0] = Z_0 [\mathbf{1}], \quad (6.25)$$

где је $[\mathbf{1}]$ јединична матрица димензија 4 са 4. Стога је

$$[\mathbf{S}] = ([\mathbf{Z}] + Z_0 [\mathbf{1}])^{-1} ([\mathbf{Z}] - Z_0 [\mathbf{1}]). \quad (6.26)$$

Други начин анализе је разлагање стања на воду на парни и непарни мод. Трећи начин је да параметре расејања одредимо по дефиницији: ставимо прилагођени генератор на приступ 1 (импеданса генератора је резистивна, Z_0 , а за рачун је погодно да електромоторна сила генератора буде $E = 2 \text{ V}$), а остале приступе затворимо отпорницима отпорности Z_0 . Због симетрије мреже са слике 6.45а, ово је довољно да одредимо целу матрицу расејања.

Четврти начин, који ћемо овде применити, исти је као у анализи усмерених спрежњака из одељка 6.10.3: претпоставићемо да је приступ 1 побуђен прилагођеним генератором, а да је приступ 4 изолован¹¹. На основу релације (3.63) за мрежу са слике 6.45а имамо релацију између напона и струја на приступима (при усклађеним референтним смеровима напона и струја):

$$[\mathbf{V}] = \frac{1}{j \sin \beta D} \begin{bmatrix} [\mathbf{Z}_c] \cos \beta D & [\mathbf{Z}_c] \\ [\mathbf{Z}_c] & [\mathbf{Z}_c] \cos \beta D \end{bmatrix} [\mathbf{I}]. \quad (6.27)$$

Када је $\beta D = \frac{\pi}{2}$ (дужина спрегнутих водова је $\lambda/4$), добијамо да је

$$[\mathbf{V}] = \frac{1}{j} \begin{bmatrix} [\mathbf{0}] & [\mathbf{Z}_c] \\ [\mathbf{Z}_c] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix} [\mathbf{I}], \quad (6.28)$$

односно, у развијеном облику,

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = -jZ_s \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & k & 1 \\ 1 & k & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}, \quad (6.29)$$

где смо увели ознаку $k = Z_m / Z_s$ ($Z_s = Z_{c11} = Z_{c22}$ и $Z_m = Z_{c12} = Z_{c21}$). Коефицијент k назива се коефицијент спреге пара симетричних спрегнутих водова.

Ако је приступ 1 побуђен, а приступ 4 изолован, тада је $V_4 = 0$ и $I_4 = 0$. Из (6.29) имамо једначину $V_4 = -jZ_s (kI_1 + I_2) = -Z_0 I_4 = 0$ јер је $V_4 = -Z_0 I_4 = 0$. Ова једначина је задовољена ако је $I_2 = -kI_1$. Тада је $V_3 = -jZ_s (I_1 + kI_2) = -jZ_s (1 - k^2) I_1 = -Z_0 I_3$,

$$\text{односно } I_3 = \frac{jZ_s (1 - k^2)}{Z_0} I_1.$$

¹¹ Без одговарајућег предзнања, не можемо бити сигурни који је приступ изолован: 2 или 4. Избор приступа 4 можемо наслутити са слике 3.29 јер је на њој $|s_{21}| > |s_{41}|$.

Даље је $V_1 = -jZ_s(I_3 + kI_4) = \frac{Z_s^2(1-k^2)}{Z_0}I_1$. Према теорему из одељка 6.10.2, мрежа са слике 6.45а ће аутоматски бити усмерени спрежњак (односно моћи ће да буде $V_4 = 0$) ако је та мрежа прилагођена, односно ако је улазна импеданса на првом приступу једнака Z_0 . Дакле, $\frac{Z_s^2(1-k^2)}{Z_0} = Z_0$, односно $Z_s\sqrt{1-k^2} = Z_0$. Овај услов се може написати и у облику $\sqrt{Z_e Z_o} = Z_0$, а коефицијент спреге у облику $k = \frac{Z_e - Z_o}{Z_e + Z_o}$. Дакле, постигли смо да је $s_{11} = 0$ и $s_{41} = 0$. Сада је $V_1 = E/2$.

Из релације (6.29) имамо и да је $V_2 = -Z_0 I_2 = kZ_0 I_1 = kV_1$, односно $s_{21} = k$. Такође, $V_3 = -Z_0 I_3 = Z_0 \frac{jZ_s(1-k^2)}{Z_0} I_1 = \frac{jZ_s(1-k^2)}{Z_0} V_1$, односно $s_{31} = \frac{jZ_s(1-k^2)}{Z_0} = \frac{jZ_0}{Z_s}$. Можемо идентификовати спрегу, $-20\log_{10}|s_{21}| = -20\log_{10}k$, и унето слабљење, $-20\log_{10}|s_{31}| = -20\log_{10}\frac{Z_0}{Z_s}$. При томе је испуњен услов $|s_{21}|^2 + |s_{31}|^2 = 1$ који мора важити јер је мрежа без губитака.

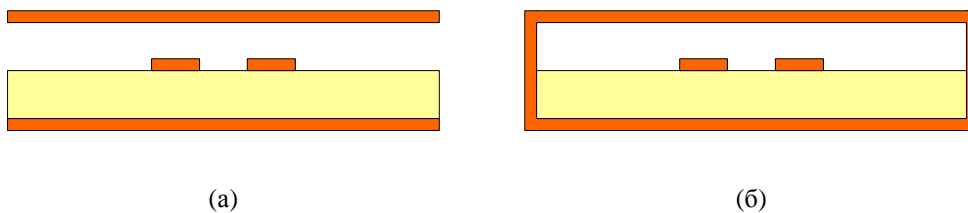
Проверимо ове релације на примеру са слике 6.45а. За тај пар спрегнутих водова је парна импеданса $Z_e = 100 \Omega$, непарна импеданса $Z_o = 25 \Omega$ и номинална импеданса приступа $Z_0 = 50 \Omega$. (Елементи матричне карактеристичне импедансе су $Z_s = \frac{1}{2}(Z_o + Z_e) = 62,5 \Omega$ и $Z_m = \frac{1}{2}(Z_e - Z_o) = 37,5 \Omega$.) Задовољен је услов $\sqrt{Z_e Z_o} = Z_0$. Коефицијент спреге је $k = \frac{Z_e - Z_o}{Z_e + Z_o} = 0,6$ што се уклапа са сликом 6.45б јер је на централној учестаности $20\log_{10}|s_{21}| = -4,44 \text{ dB}$ ($s_{21} = k$). Коефицијент спреге овог спрежњака је $4,44 \text{ dB}$, што спада у јаке спреге. Са слике 6.45б је $20\log_{10}|s_{31}| = -1,94 \text{ dB}$ (унето слабљење спрежњака је $1,94 \text{ dB}$) што одговара $s_{31} = jZ_0/Z_s = j0,8$. Прилагођење и изолација су савршени, а директивност оваквог идеализованог спрежњака је бесконачно велика. Спрежњак је знатно широкопојаснији од спрежњака из одељка 6.10.3.

У пројектном задатку су, по правилу, задати номинална импеданса (Z_0), централна учестаност и спрега. Учестаност одређује дужину спрегнутих водова ($\lambda_g/4$). Парна импеданса се рачуна као $Z_e = Z_0\sqrt{\frac{1+k}{1-k}}$, а непарна као $Z_o = Z_0\sqrt{\frac{1-k}{1+k}}$. Даља синтеза зависи од технике у којој се вод реализује. Обично је потребно применити електромагнетску анализу спрегнутих водова да би се оствариле потребне импедансе. За неке водове постоје у литератури номограми и дијаграми, али је обично једноставније да се подешавања димензија проводника вода ураде помоћу симулатора. У програмима за анализу микроталасних кола, пројектовање се ради још једноставније – задавањем циљева пројекта и оптимизацијом величина које дефинишу вишепроводнички вод.

На слици 3.20а су приказана два спрегнута микротракаста вода, а на слици 3.20б параметри расејања. Попречни пресек овог вишепроводничког вода приказан је на слици 3.17, а у примеру уз ту слику одређене су и импедансе $Z_e = 58,96 \Omega$ и $Z_o = 39,41 \Omega$. Ове две импедансе сасвим добро задовољавају услов потребан да би структура била усмерени спрежњак, $\sqrt{Z_e Z_o} = Z_0$ (јер је $\sqrt{Z_e Z_o} = 48,2 \Omega \approx Z_0 = 50 \Omega$). Упркос томе, карактеристике спрежњака су лоше (изолација је слаба, па је директивност само око 7,5 dB). Узрок је у томе што је диелектрик вода нехомоген, па се брзине парног и непарног мода разликују. При томе је брзина непарног мода већа. Карактеристике спрежњака се могу поправити ако се брзине простирања модова уједначе (еквализација). То се може постићи на разне начине.

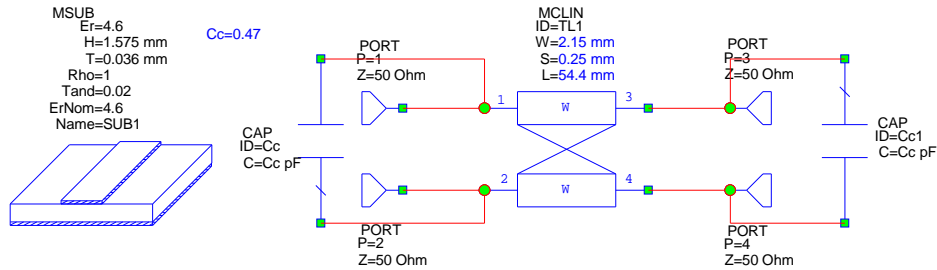
На слици 6.46а је приказано једно техничко решење. Изнад микротракастог вода се постави метални поклопац на истој висини изнад супстрата као што је дебљина супстрата. У том случају, вишепроводнички вод се понаша као да је у хомогеном диелектрику¹² релативне пермитивности $(\epsilon_r + 1)/2$, где је ϵ_r релативна пермитивност подлоге. У практичној реализацији, поклопац мора бити у добром контакту са проводном равни (која се налази на доњој страни супстрата). Једна варијанта је да се вод смести у металну кутију, чиме се добија оклопљени микротракасти вод (слика 6.46б). Друга могућност је да се поклопац и проводна равна на слици 6.46а повежу металним стубићима, између којих растојање не сме да буде превелико, како се не би направиле паразитне резонанције. Обично се стубићи постављају на међусобном растојању које не прелази четвртину таласне дужине при највишој радној учестаности.

Друго решење је да се дуж спрегнутих водова постави низ малих кондензатора који повезују два врућа проводника. Ти кондензатори смањују ефективну релативну пермитивност непарног мода, а на парни мод практично не утичу. Кондензатори се могу реализовати у штампаној техници (као интердигитални кондензатори). Довољно је, међутим, да се поставе кондензатори само на почетку и крају спрегнутих водова, као што се то види на штампаној плочици на слици 3.3. На слици 6.47а приказана је шема овог усмереног спрежњака (пројектованог за централну учестаност 0,5 GHz), а на слици 6.47б су дати његови параметри расејања. Директивност овог спрежњака је побољшана на 45 dB.

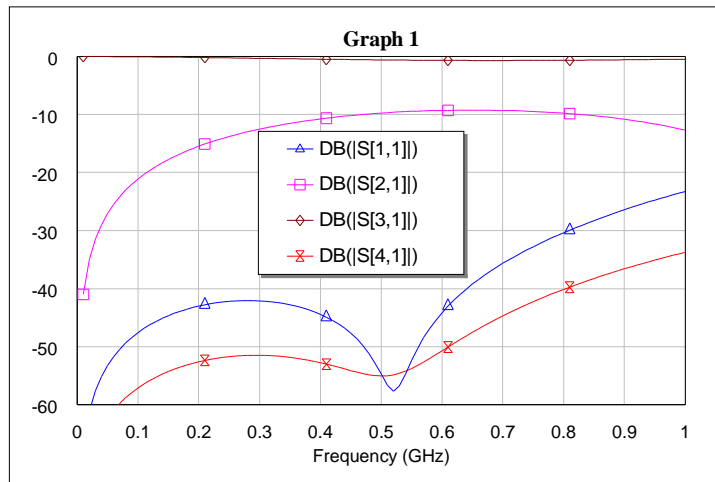


Слика 6.46. (а) Поклопљени и (б) оклопљени микротракасти вод.

¹² Објашњење лежи у симетрији линија електричног поља око равни која представља горњу површ супстрата. Та симетрија строго важи само ако је дебљина метализације занемарљива.



(a)



(б)

Слика 6.47. Микротракасти усмерени спрежњак са еквализацијом модалних брзина.

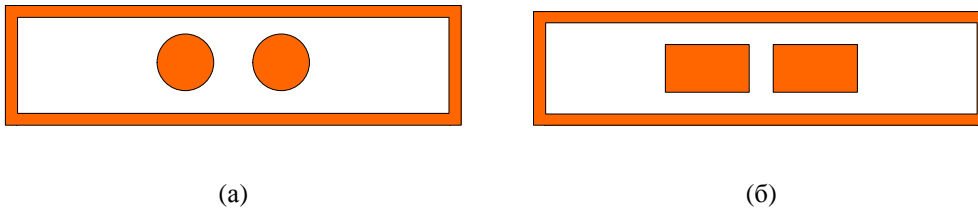
Спрега микротракастог спрежњака са слике 6.47 је око 10 dB (што спада у средње спреге). Спрежњак је реализован на релативно дебелом супстрату, $h = 1,5748 \text{ mm} = 62 \text{ mil}$ (што је једна од стандардних дебљина¹³). Ширина процепа између трака ($s = 0,25 \text{ mm}$) је на граници остварљивости стандардним поступцима израде штампаних плоча. Стога је тешко реализовати спрежњак са јачом спрегом, али се без проблема могу реализовати спрежњаци са слабијом спрегом. Слична ограничења

¹³ Нема смисла употребљавати велики број цифара за дебљину супстрата јер су толеранције дебљине у пракси неколико процената. Исти је ред величине толеранција релативне пермитивности, док се ширине трагова тешко могу контролисати прецизније од неколико десетина микрометара.

постоје и у техници тракастих водова (слика 3.16). У оба случаја је спрега „ивична“ (edge coupling) јер су траке постављене једна поред друге.

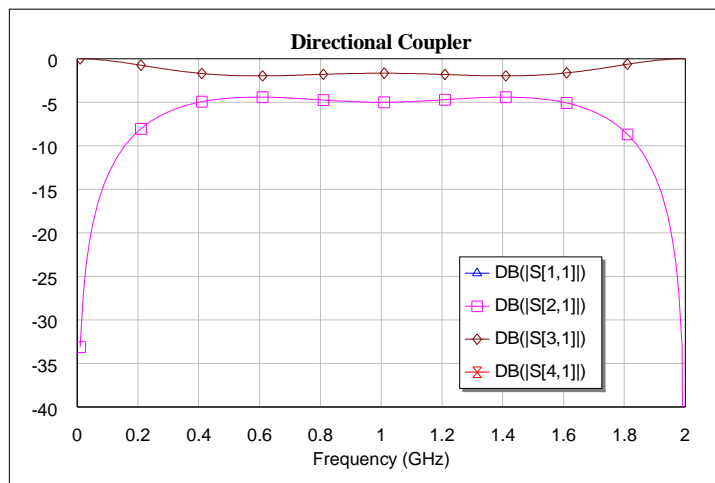
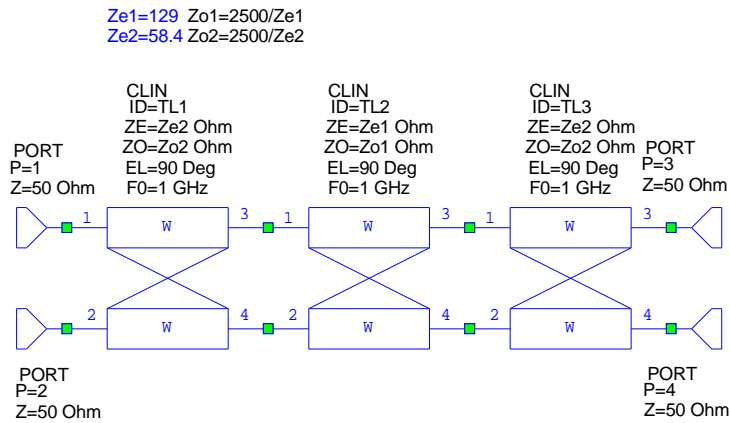
У штампаној техници, јака спрега (јача и од тродецибелске) може се остварити тако што се траке поставе једна изнад друге (broadside coupling), као на слици 3.1в.

Штампана кола нису погодна за веће снаге (због губитака, односно загревања, и пробоја диелектрика на ивицама танких трака). За веће снаге се употребљавају спрегнути водови начињени од проводника округлих или правоугаоних пресека (слика 6.48).



Слика 6.48. Попречни пресеци усмерених спрежњака за веће снаге.

Фреквенцијски опсег усмерених спрежњака може се повећати каскадним везивањем секција код којих је спрега различита. На централној учестаности дужина сваке секције је $\lambda/4$. Спрега је најјача у средини каскаде и опада идући према крајевима. Као пример, на слици 6.49 је приказана каскада од три секције. У поређењу са спрежњаком са слике 6.45, узимајући (као пример) да су дозвољене варијације спреге $4,7 \pm 0,3$ dB, постигнуто је проширење радног опсега са 160 MHz на 1200 MHz.

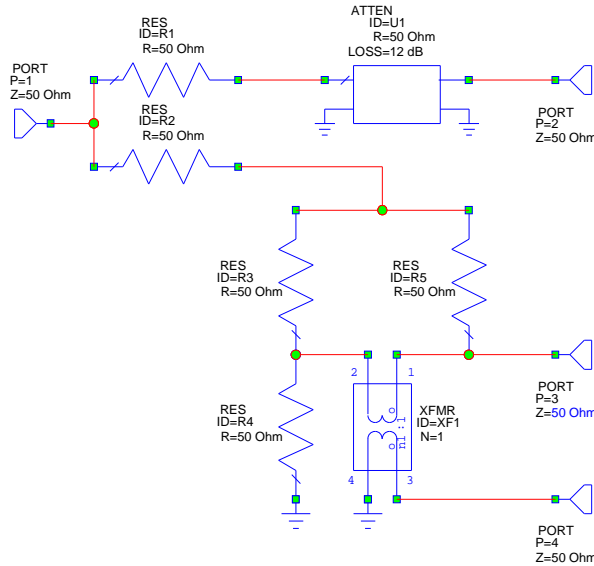


Слика 6.49. Усмерени спрежњак са три секције.

6.10.5. Резистивни усмерени спрежњаци

Усмерени спрежњаци се могу правити и са концентрисаним елементима (отпорницима, калемовима и кондензаторима). Спрежњаци начињени од отпорника су веома широкопојасни, па се обично употребљавају у анализаторима мрежа. На слици 6.50 је приказана шема једног таквог спрежњака (за анализатор мрежа номиналне

импедансе 50Ω). Оваква мрежа је са губицима, па се на њу не може применити теорија из одељка 6.10.2.



Слика 6.50. Резистивни усмерени спрежњак (шема у програму Microwave Office).

На приступ 1 се прикључује сигнал-генератор. Отпорници R_1 и R_2 чине делитељ снаге. За разлику од прилагођених делитеља описаних у одељку 6.9, делитељ са слике 6.50 је прилагођен само на првом приступу (где се прикључује генератор). Нећемо овде улазити у техничке разлоге употребе таквог делитеља. Један део снаге генератора пролази кроз атенуатор и стиже на приступ 2. Тај сигнал је сразмеран инцидентном таласу који ствара генератор. Слабљење атенуатора је 12 dB, а атенуатор се може реализовати као резистивни π -четворопол, приказан у одељку 6.6. Сигнал који долази на приступ 2 назива се референтни сигнал. Тај сигнал се води у склоп за даљу обраду. У односу на усмерени спрежњак, тај склоп се еквивалентно понаша као да је на приступу 2 везан прилагођени потрошач.

Други део снаге генератора, који је прошао доњом граном делитеља, долази на мост који чине отпорници R_3 , R_4 , R_5 и мрежа чији се коефицијент рефлексије мери, а која се прикључује на приступ 3 (између вруће тачке тог приступа и масе).

Сигнал који се јавља у хоризонталној дијагонали моста води се на приступ 4. На приступ 4 се везује склоп за даљу обраду, који се, опет, еквивалентно понаша као прилагођени отпорник. Ако би се врућа тачка приступа 4 директно везала на мост, то би покварило равнотежу моста. То је разлог што се између моста и приступа 4 ставља идеални трансформатор, који игра улогу симетризатора. У пракси, трансформатор се прави у виду минијатурног двојичног вода који се намота на торусно језгро.

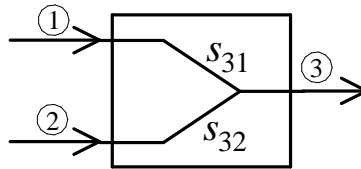
Претпоставимо да је на приступ 3 прикључено прилагођење. У том случају је мост у равнотежи и на приступу 4 се не јавља никакав сигнал. Ако је мрежа прикључена на приступ 3 неприлагођена, тиме се нарушава равнотежа моста и на приступу 4 се јавља

сигнал. Тај сигнал је утолико већег интензитета, уколико је равнотежа моста нарушенија. Може се аналитички показати да је сигнал на приступу 4 сразмеран таласу рефлектованом од мерене мреже, а да је количник комплексних интензитета таласа који излазе из мреже на приступима 4 и 2 једнак комплексном коефицијенту рефлексије мреже прикључене на приступ 3. Разлог за уметање ослабљивача пре приступа 2 је калибрација овог спрежњака. Без тог ослабљивача, количник комплексних сигнала на приступима 4 и 2 био би по модулу четири пута мањи (мањи за 12 dB) од модула коефицијента рефлексије мерене мреже.

Основна мана резистивног спрежњака је велико унето слабљење.

6.11. Комбајнери

Комбајнер (combiner) је мрежа која улазну снагу са два или више приступа (улази) преноси само на један приступ (излаз)¹⁴. Принциуска шема комбајнера са $N = 2$ улаза приказана је на слици 6.51. Комбајнер треба да има међусобно изоловане улазе и да буде прилагођена мрежа. Типична примена комбајнера је код излазних степена баланских појачавача.



Слика 6.51. Принциуска шема комбајнера са $N = 2$ улаза.

Сваки делитељ снаге са изолованим излазима је истовремено комбајнер. Потребно је само међусобно заменити улогу његових улаза и излаза. За делитељ снаге са N излаза и равномерном поделом снаге, теоретски максимум за $|s_{N+1,k}|$ ($k = 1, \dots, N$) је $|s_{N+1,k}|_{\max} = 1/\sqrt{N}$, што значи да је фундаментална особина реципрочних комбајнера да уносе слабљење, које је утолико веће уколико је већи број улаза. На пример, идеалан комбајнер са слике 6.51 има s -матрицу

$$[s] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.30)$$

што значи да уноси слабљење од 3 dB. За $N = 4$ унето слабљење је 6 dB. Прилагођени реципрочни комбајнери, дакле, морају бити мреже са губицима. Међутим, ако се на улазе комбајнера доведу таласи истих амплитуда и фаза (као што је случај код баланских појачавача), губици у комбајнеру ће због симетрије бити једнаки нули. На пример, ако се

¹⁴ У принципу, комбајнер може имати и више од једног излаза.

каскадно вежу делитељ са N излаза и равномерном расподелом снаге и исти такав делитељ примењен као комбајнер, на излазу ће се добити талас исте амплитуде као на улазу¹⁵. Делитељ и комбајнер код балансног појачавача раде управо у овом режиму.

У пракси се врло често примењују каскадно везани Вилкинсонови комбајнери (Вилкинсонови делитељи са промењеном улогом улаза и излаза) реализовани у техници планарних водова са типично $N = 2^n$ улаза, где је n број каскада.

Усмерени спрежњаци се такође могу користити као комбајнери. За то је нарочито погодан антисиметрични хибридни спрежњак (слика 6.39б), који се, на пример, може реализовати као хибридни прстен (одељак 6.10.3.2). Из његове матрице расејања,

$$[s] = -\frac{j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{1} & 0 & \mathbf{-1} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ \mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.31)$$

посматрајући приступе 1 и 3 као улазе, а приступе 2 и 4 као излазе, добија се

$$b_2 = \frac{a_1 - a_3}{j\sqrt{2}}, \quad b_4 = \frac{a_1 + a_3}{j\sqrt{2}}. \quad (6.32)$$

Улазни таласи се на приступу 2 одузимају, а на излазу 4 сабирају. Зато се приступи 2 и 4 означавају као Δ - и Σ -приступи/излази, респективно. Затварањем Δ -приступа прилагођењем добија се прилагођена мрежа (са губицима, јер је у мрежу додат отпорник), чија је s -матрица,

$$[s] = -\frac{j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.33)$$

што је идентично s -матрици Вилкинсоновог делитеља (једначина (6.17)), само са измењеном нумерацијом приступа.

И остали усмерени спрежњаци (нпр. квадратурни) се могу примењивати као комбајнери.

6.12. Изолатори

У микроталасној техници је у појединим ситуацијама потребно користити нерезипрочне компоненте. Можда најочигледнији пример за то је потреба заштите снажних радио и ТВ предајника од последица прекида кабла за напајање антене. Наиме, у случају прекида овог кабла, долази до врло велике рефлексije таласа. Овај

¹⁵ Ако се, међутим, само један излаз делитеља повеже са једним улазом комбајнера, а остали излази делитеља и улази комбајнера заврше прилагођењем, снага таласа на излазу из комбајнера ће бити N^2 пута мања него на улазу у делитељ, зато што ће талас у комбајнеру бити ослабљен фактором $|s_{N+1,1}|_{\max} = 1/\sqrt{N}$.

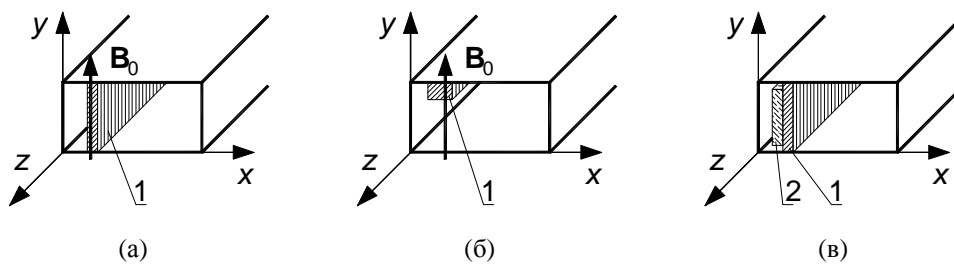
рефлектовани талас може оштетити предајник. Зато је идеално на излаз предајника прикључити компоненту која талас пропушта само у смеру ка антени, а талас супротног смера потпуно апсорбује, тј. има s -матрицу

$$[s] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.34)$$

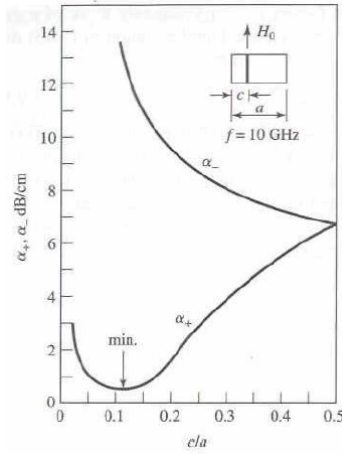
Ова компонента се назива изолатор (isolator). Изолатори се реализују захваљујући нерезипрочним ефектима простирања ЕМ таласа у предмагнетизованим феритима.

Основни параметри реалних изолатора су унето слабљење, $A_{IL[dB]} = -20 \log |s_{21}|$ и изолација, $I_{[dB]} = -20 \log |s_{12}|$. У овом одељку биће описани изолатори у таласоводној техници и техници планарних водова. Типични таласоводни изолатори су резонантни изолатори, изолатори са померањем поља и изолатори са Фарадејевом ротацијом.

На слици 6.52 приказани су резонантни изолатори. Магнетско поље доминантног типа таласа у правоугаоном таласоводу је (осим у одређеним тачкама) елиптички поларизовано. У тачкама у којима је $\beta(a/\pi) \operatorname{tg}(\pi x/a) = 1$ магнетско поље је кружно поларизовано и то десно (у односу на вектор предмагнетизације \mathbf{B}_0) за талас који се простире у смеру z -осе, а лево за талас који се простире у супротном смеру. Предмагнетизационо поље се подешава тако да учестаност феритне резонанције [Ђорђевић] буде што ближе (идеално да буде једнака) учестаности таласа. За десно поларизован талас ферит уноси велике губитке, а за лево поларизовани талас врло мале, па се одговарајући коефицијенти слабљења знатно разликују (слика 6.53). Типично је унето слабљење првог таласа (изолација) $I = 20 - 30 \text{ dB}$, а другог таласа $A_{IL} \approx 0,5 \text{ dB}$. Код већих снага мора се обезбедити добро одвођење топлоте са ферита, па се често користи конфигурација као на слици 6.52б, где је ферит у облику штапића залепљен за горњи или доњи зид таласовода. Са променом учестаности мења се положај тачака у којима је магнетско поље кружно поларизовано. Проширење фреквенцијског опсега резонантног изолатора се може постићи уметањем плочице од доброг диелектрика, као на слици 6.52в.

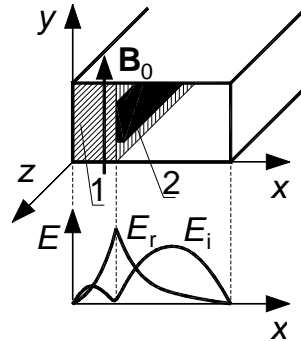


Слика 6.52. Резонантни изолатори: 1–ферит, 2–диелектрична плочица.



Слика 6.53. Зависност коефицијента слабљења доминантног типа таласа од положаја ферита, за десно (α_-) и лево (α_+) поларизован талас.

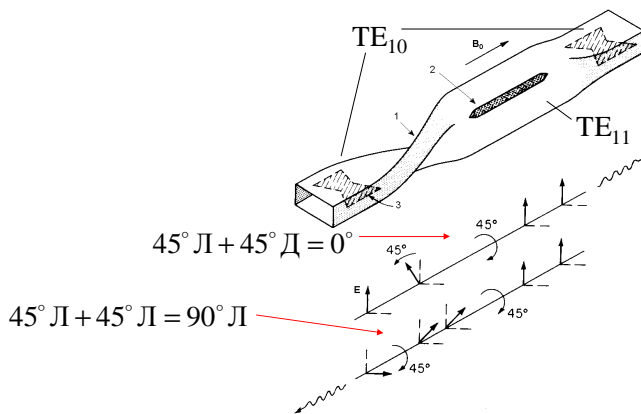
На слици 6.54 приказан је изолатор са померањем поља. Присуство ферита у таласоводу мења структуру ЕМ поља инцидентног и рефлектованог таласа на различите начине. Отпорна плочица се поставља на место где је електрично поље једног таласа (E_r на слици 6.54) максимално, а другог таласа минимално (E_i на слици 6.54). На овај начин рефлектовани талас је знатно ослабљен, док је слабљење инцидентног таласа врло мало.



Слика 6.54. Изолатор са померањем поља: 1–ферит, 2–отпорна плочица.

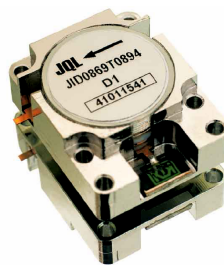
На слици 6.55 приказан је изолатор са Фарадејевом ротацијом. Посматрајмо доминантни тип таласа (TE_{10}) инцидентан на левом приступу. Лева отпорна плочица практично нема утицај на овај талас јер је електрично поље управно на њу. Раван поларизације овог таласа се услед савијутка таласовода закреће за 45° улево. Талас затим и прелази у кружни део таласовода, где се трансформише у TE_{11} мод. Услед предмагнетизованог феритног штапа долази до закретања равни поларизације овог таласа удесно (у односу на смер простирања). Дужина штапа и предмагнетизационо поље је подешено тако да је ово закретање тачно 45° , чиме електрично поље постаје исте поларизације као на левом приступу и наставља да се простира у десном

правоугаоном таласоводу као TE_{10} мод практично без слабљења. (Десна отпорна плочица практично нема утицај на овај талас.) За талас инцидентан на десном приступу, закретање равни поларизације у кружном делу таласовода је за 45° улево (реч је о нереципрочном закретању равни поларизације), чиме електрично поље постаје паралелно дужиј страници левог правоугаоног таласовода и левој отпорној плочици. Ово поље сада одговара TE_{01} моду који се не може простирати кроз дати таласовод већ се делом апсорбује услед губитака у левој отпорној плочици, а делом рефлектује. Овај рефлектован талас долази до десног правоугаоног таласовода тако да је вектор јачине електричног поља паралелан десној отпорној плочици, услед које се додатно апсорбује и практично ишчезава.



Слика 6.55. Изолатор са Фарадејевом ротацијом: 1–савијутак таласовода од 45° , 2–феритни штап, 3–отпорна плочица.

У техници планарних водова може се остварити изолатор са померањем поља, применом феритног суспстрата и сталних керамичких магнета за предмагнетизацију. На месту максимума електричног поља једног од таласа (инцидентног или рефлектованог) поставља се отпорни филм. Овакви изолатори могу бити широкопојасни (и до две октаве), изолације $I = 20 - 50 \text{ dB}$ и унетог слабљења $A_{\text{П}} \approx 1 \text{ dB}$. На слици 6.56 приказан је један комерцијални изолатор у техници тракастих водова.

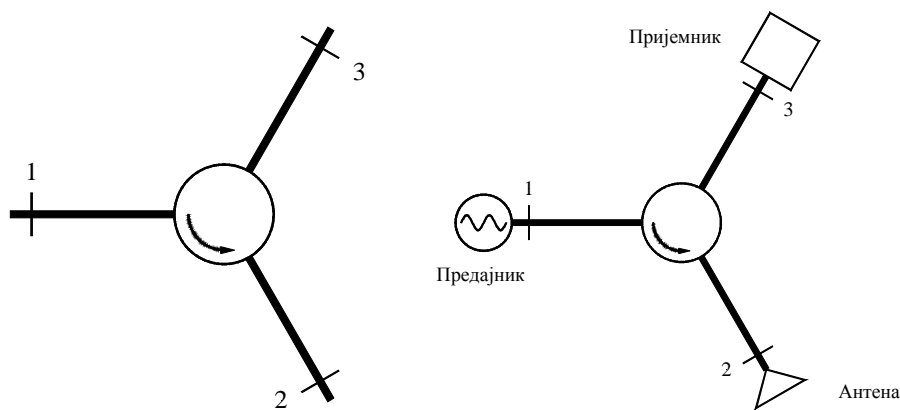


Слика 6.56. Комерцијални изолатор у техници тракастих водова.

Изолатори се често праве од циркулатора, што ће бити описано у наредном одељку.

6.13. Циркулатори

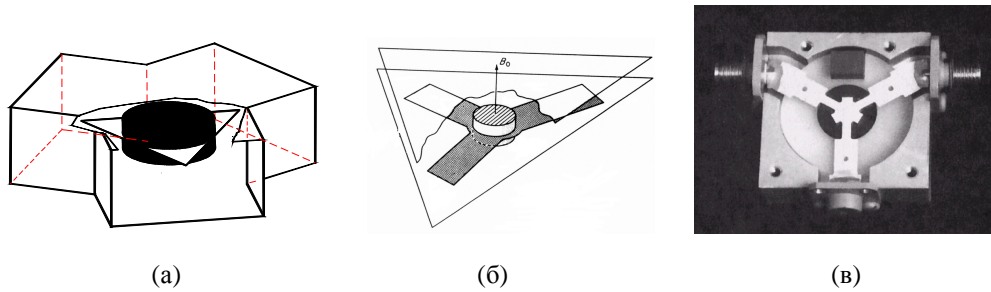
Једна од основних особина мрежа са три приступа је да пасивна прилагођена мрежа без губитака са три приступа мора бити циркулатор (слика 6.57а). Циркулатор је нерезипрочна мрежа која се најчешће остварује као Y-спој три вода или таласовода у који је убачен предмагнетизован ферит. Уколико је мрежа симетрична, довољно је подесити да један приступ буде прилагођен, па да се тиме реализује циркулатор. Типичне примене циркулатора су за скретнице предаја-пријем код радара (слика 6.58), за раздвајање улазног и излазног приступа код појачавача са негативном отпорношћу и као прекидачи у променљивим померачима фазе и селективним банкама филтара.



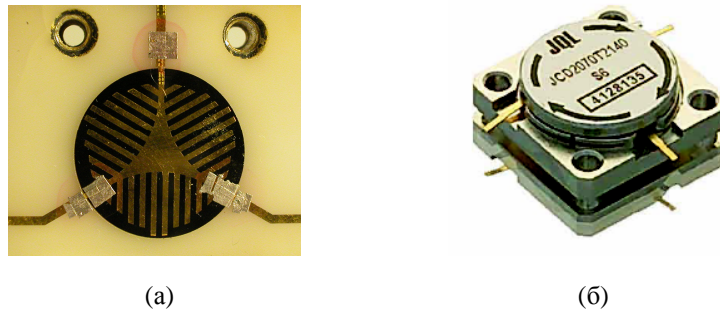
Слика 6.57. (а) Символ циркулатора и (б) шема примене као скретнице предаја-пријем код радара.

Затварањем једног приступа циркулатора прилагођеним потрошачем добија се изолатор. У пракси се изолатор врло често реализује на овај начин. Затварањем једног приступа циркулатора кратко спојеним огранком добија се нерезипрочни померач фазе, који може бити и жиратор.

Циркулатори се најчешће реализују као симетрични Y-спојеви са феритом облика ваљка (диска) и сталним керамичким магнетима (слика 6.58). Прилагођење се остварује на различите начине: у таласоводној техници уметањем диелектричне плочице (слика 6.58а), а у техници тракастих водова постављањем огранака и секција водова различитих ширина и посебним облицима проводника (слике 6.58в и 6.59а). На слици 6.59б приказан је један комерцијални циркулатор.

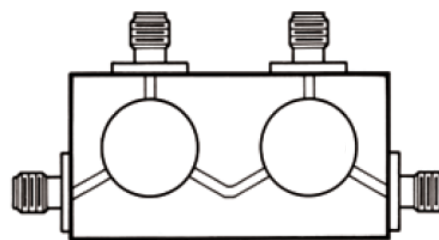


Слика 6.58. Циркулатори: (а) у таласоводној техници, (б) и (в) у техници тракастих водова¹⁶.



Слика 6.59. (а) Циркулатор у техници микротракастих водова (виде се ручно залемљени листићи који служе за fino подешавање прилагођења) и (б) комерцијални циркулатор у техници тракастих водова.

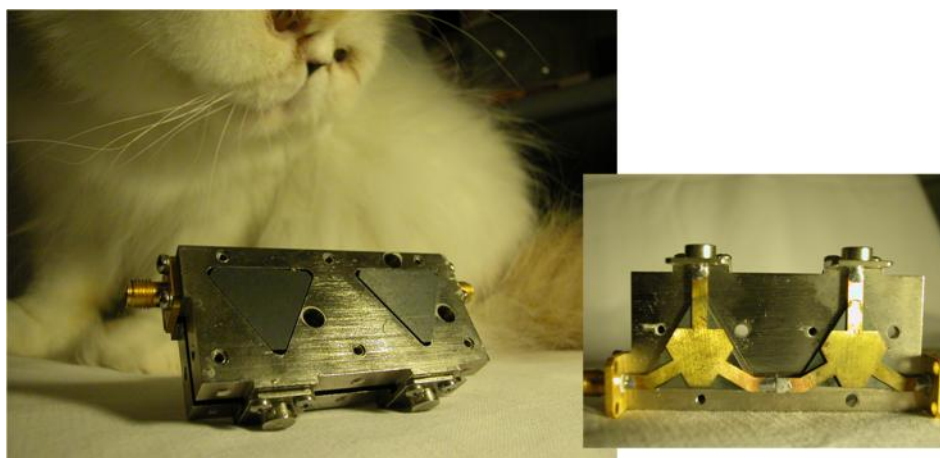
Каскадним повезивањем циркулатора са три приступа могу се добити циркулатори са произвољним бројем приступа. Тако је на слици 6.60 приказан циркулатор са четири приступа.



Слика 6.60. Циркулатор са 4 приступа.

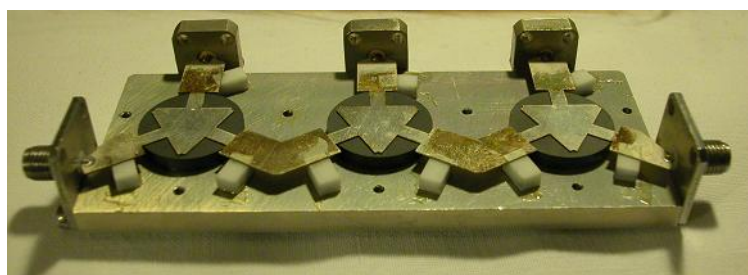
Ако се један од три приступа циркулатора затвори прилагођењем, добија се изолатор (на слици 6.58в доњи приступ циркулатора је затворен прилагођењем). Овакви изолатори се могу везати каскадно (слика 6.61), чиме се повећава изолација (али и унето слабљење).

¹⁶ Доњи приступ је затворен прилагођењем, чиме је од циркулатора начињен изолатор.



(a)

(б)



(в)

Слика 6.61. (а) Спољашњи изглед и (б) унутрашња конструкција циркулатора/изолатора са две каскаде и (в) са три каскаде.

6.14. Резонатори

Резонатор је електромагнетски изолован део простора у коме постоје осцилације ЕМ поља. Идеалан резонатор је резонатор без губитака. У њему, када се једном побуде, осцилације ЕМ поља трају неограничено.

Реални резонатори временом губе енергију услед губитака у проводницима и диелектрицима и спреге са околином. Стога, да би се обезбедило простопериодично поље, у резонатор се стално мора улагати извесна енергија која надокнађује ове губитке.

Резонатор је у резонанцији ако је његова реактивна снага једнака нули. Учестаност при којој је тај услов испуњен назива се резонантна учестаност. Према овој дефиницији, под резонантним учестаностима подразумевају се и резонантне, и антирезонантне учестаности класичних осцилаторних кола. Оваква дефиниција је, међутим, неопходна,

јер је у сложеним ЕМ системима тешко разликовати резонантне од антирезонантних учестаности.

Класична LC -кола користе се као резонатори за ниже учестаности (до око 1 GHz), резонатори у виду кратко спојених и отворених секција водова за учестаности од око 1 MHz до око 10 GHz, а резонатори начињени од секција таласовода у опсегу од око 1 GHz до око 100 GHz. Од секција шупљих металних таласовода, кратким спајањем, добијају се резонантне шупљине, а секције диелектричних таласовода од диелектрика велике релативне пермеабилности (на пример око 35) представљају диелектричне резонаторе. У милиметарској и инфрацрвеној области користе се Фабри-Пероови резонатори.

Микроталасни резонатори се могу поделити у две класе: резонаторе са стојећим таласом и резонаторе са прогресивним таласом. У првом случају електромагнетско поље резонатора се може представити суперпозицијом два таласа истих (или приближно истих) интензитета, који се простиру у супротним смеровима. У другом случају вод или таласовод је савијен у круг тако да су почетак и крај спојени, а поље је прогресиван талас. Овде ће бити речи само о резонаторима са стојећим таласом.

Основни параметри свих резонатора¹⁷ су резонантна учестаност и фактор добротe. Најчешће ознаке за резонантну учестаност су f_r , f_0 и f_{rez} (а за одговарајућу кружну учестаност ω_r , ω_0 и ω_{rez}). Класична LC -кола са једним кондензатором и једним калемом имају само једну резонантну учестаност, класична LC -кола са више кондензатора и калемова имају више резонантних учестаности, али је њихов број увек коначан. За разлику од њих, резонатори од секција водова и таласовода (укључујући и резонантне шупљине и диелектричне резонаторе) имају бесконачно много резонантних учестаности.

Фактор добротe (Q -фактор) неоптерећеног резонатора¹⁸ дефинише се изразом

$$Q_0 = \omega_r \frac{W_{tot}}{P_{gub}}, \quad (6.35)$$

где је W_{tot} енергија резонатора (енергија ЕМ поља унутар резонатора), а P_{gub} средња снага губитака. Из (6.35) следи да се Q -фактор може изразити и као

$$Q_0 = 2\pi \frac{W_{tot}}{W_{gub,T}}, \quad (6.36)$$

где је $W_{gub,T}$ енергија изгубљена у току једног периода. Губици потичу од губитака у проводнику и у диелектрику резонатора, $P_{gub} = P_{gub,p} + P_{gub,d}$, па се могу увести одговарајући Q -фактори,

$$Q_{p,d} = \omega_r \frac{W_{tot}}{P_{gub,p,d}}, \quad (6.37)$$

и Q_0 изразити у облику

¹⁷ укључујући и механичке резонаторе

¹⁸ Неоптерећен резонатор је резонатор који није спрегнут са остатком кола.

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_p} + \frac{1}{Q_d}. \quad (6.38)$$

За резонатор који је читав испуњен хомогеним диелектриком, Q_d зависи само од тангенса угла губитака диелектрика, $Q_d = 1/\operatorname{tg} \delta$. Параметар Q_p зависи од облика резонатора и структуре ЕМ поља. За резонатор у виду секције вода, из дефиниције (6.35) добија се

$$Q_0 = \beta/(2\alpha). \quad (6.39)$$

Када се резонатор спрегне са остатком кола, појављује се додатни губитак снаге (снага која се предаје остатку кола, $P_{\text{gub},k}$), па се може увести нови параметар,

$$Q_k = \omega_r \frac{W_{\text{tot}}}{P_{\text{gub},k}}, \quad (6.40)$$

а Q -фактор оптерећеног резонатора изразити као $Q = \omega_r W_{\text{tot}} / (P_{\text{gub},p} + P_{\text{gub},d} + P_{\text{gub},k})$.

Одавде је

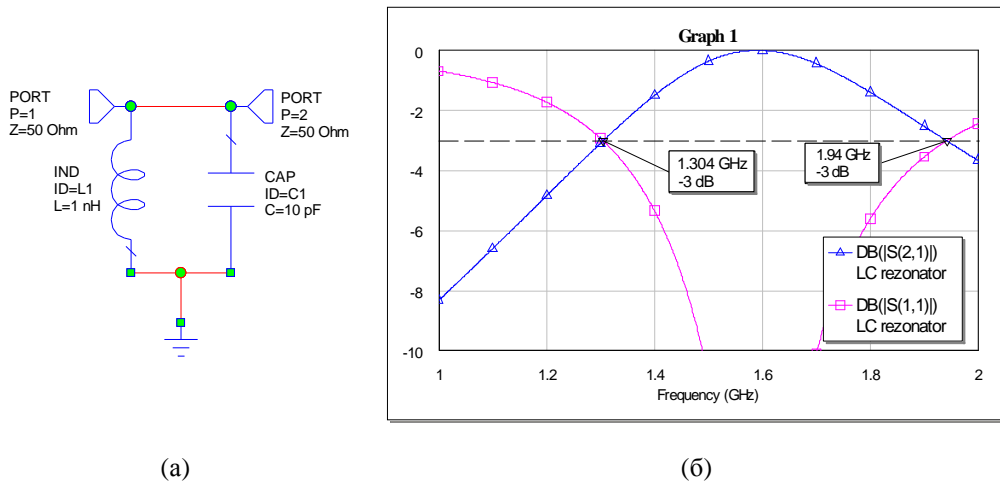
$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_k}. \quad (6.41)$$

Фактор добротe резонатора једнак је реципрочној вредности релативног пропусног опсега¹⁹,

$$Q = \frac{f_r}{\Delta f} = \frac{\omega_r}{\Delta \omega}. \quad (6.42)$$

На пример, за LC -резонантно коло приказано на слици 6.62а је $L = 1 \text{ nH}$ и $C = 10 \text{ pF}$. Узимајући у обзир да се на приступима налазе (еквивалентни) отпорници отпорности Z_0 , паралелна LC -веза прикључена је на еквивалентну отпорност $R_e = Z_0/2 = 25 \Omega$, одакле је, према формули за Q -фактор паралелног RLC -кола, $Q = R_e / (\omega_r L) = R_e \sqrt{C/L} = 2,5$. Са друге стране, из дијаграма $|s_{21}|(f)$ (слика 6.62б) добија се $\Delta f = 1,94 \text{ GHz} - 1,304 \text{ GHz} = 636 \text{ MHz}$. Узимајући за резонантну учестаност геометријску средину граница пропусног опсега, добија се $Q = 2,5$ са тачношћу на две децимале.

¹⁹ Пропусни опсег, Δf , означава се и са **BW** (**bandwidth**).



(a)

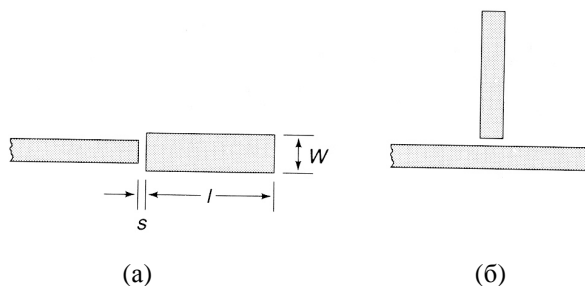
(б)

Слика 6.62. (а) LC -резонантно коло и (б) његови s -параметри (са означеним тродецибелским пропусним опсегом).

У техници планарних водова најједноставнији резонатор је секција вода отворена на оба краја. Вод отворен на оба краја (или кратко спојен на оба краја) је у резонанцији када је дужина вода једнака целом броју половина таласних дужина таласа који се простира водом (в. поглавље 2). Одавде су резонантне учестаности

$$f_r(p) = p \frac{c_\phi}{2D}, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (6.43)$$

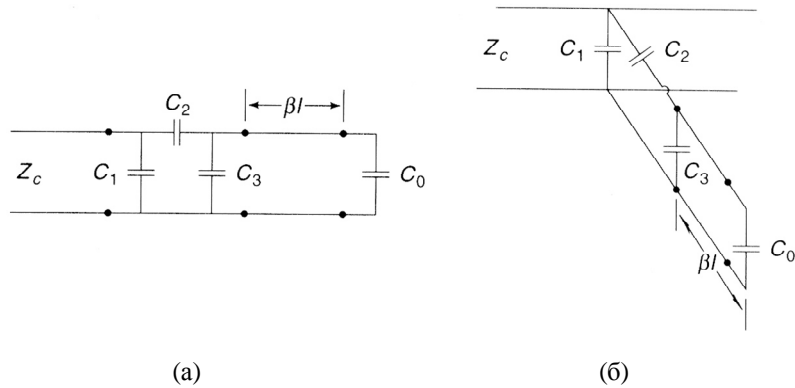
где је c_ϕ фазна брзина таласа на воду, а D дужина вода. Оточну спрегу са остатком кола је лако остварити приближавањем једног краја резонатора воду преко кога се повезује са осталим елементима кола, што је илустровано на слици 6.63. Модели овако спрегнутих резонатора приказани су на слици 6.64. Они се састоје од идеалног вода, кондензатора који моделује ефекте отворених крајева (C_0 и C_3) (што је еквивалентно продужењу вода), кондензатора који моделује капацитивну спрегу са главним водом (C_2) и кондензатора (C_1) који моделује ефекат краја главног вода (за чеоно спрезање) и дисконтинуитета (за бочно спрезање).



(a)

(б)

Слика 6.63. Спрезање резонатора у виду секције вода отворене на оба краја са главним водом: (а) чеоно и (б) бочно.

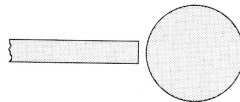


Слика 6.64. Еквивалентна кола резонатора са слике 6.63.

Резонатор у виду секције вода отворене на једном крају, а кратко спојене на другом крају је у резонанцији ако је дужина вода $D = (1 + 2p)\lambda_g / 4$, одакле су резонантне учестаности

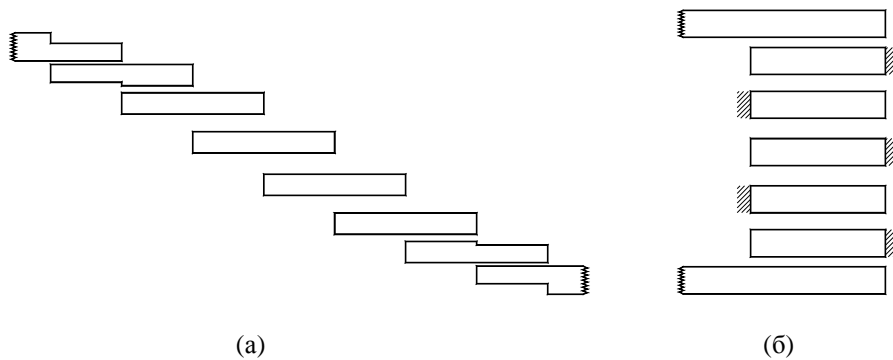
$$f_r(p) = (1 + 2p) \frac{c_\phi}{4D}, \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (6.44)$$

Металне фолије разних облика, постављене изнад проводне равни, такође се понашају као резонатори ако је између њих и проводне равни диелектрик велике пермеабилности. Ако је диелектрик мање пермеабилности ове фолије ће значајно зрачити електромагнетске таласе. На пример, на слици 6.65 приказан је резонатор кружног облика, чеоно спрегнут са главним водом. Спрега је такође капацитивне природе.



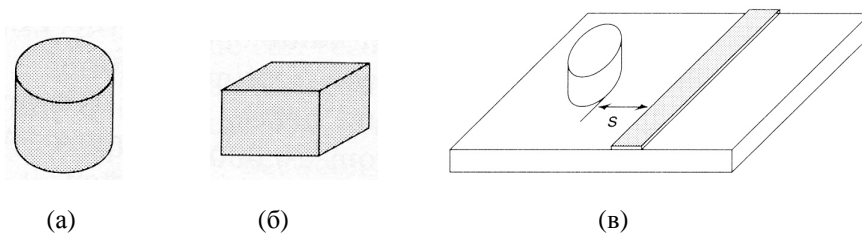
Слика 6.65. Резонатор кружног облика чеоно спрегнут са главним водом.

Резонатори у виду секција водова се користе као градивни елементи микроталасних филтара. Ови филтри спадају у групу филтара са спрегнутим резонаторима. Два оваква филтра приказана су на слици 6.66. Микроталасни филтри су описани у осмом поглављу.



Слика 6.66. (а) Филтар са спрегнутим резонаторима и (б) интердигитални филтар.

Диелектрични резонатори представљају секције диелектричних таласовода, најчешће у облика ваљка или паралелепипеда (слика 6.67а и б). Због релативно велике пермитивности диелектрика од кога је начињен резонатор, вођени талас се на његовим крајевима скоро тотално рефлектује, па се у резонатору успоставља стојећи талас, аналогно стојећем таласу у кратко спојеном шупљем таласоводу – резонантној шупљини. Код диелектричног таласовода, за разлику од идеалне резонантне шупљине, ЕМ поље постоји и ван диелектрика, па се диелектрични резонатор једноставно спреже са микротракастим водом (слика 6.67в). Типични диелектрици од којих се праве диелектрични резонатори су баријум тетратитанат и титанијум диоксид. Фактори добротe оваквих резонатора се крећу око неколико хиљада. Због малих димензија и тежине, ниске цене и лаког спрезања са планарним водовима, диелектрични резонатори су масовно заступљени код интегрисаних микроталасних филтара и осцилатора.



Слика 6.67. (а),(б) Типични облици диелектричних резонатора и (в) њихово спрезање са микротракастим водом.

7. Мреже за прилагођење

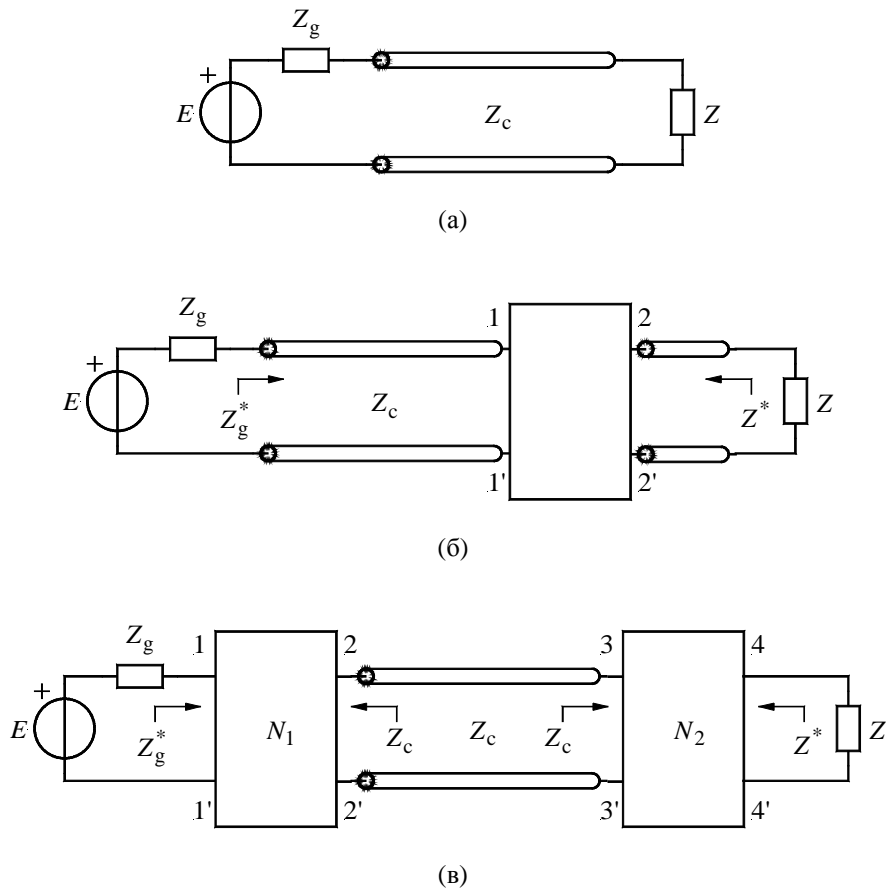
7.1. Увод

Ако се потрошач комплексне импедансе Z прикључи на генератор унутрашње комплексне импедансе Z_g активна (средња) снага потрошача биће максимална ако је $Z = Z_g^*$. Ово је услов прилагођења по снази. У микроталасним колима генератор и потрошач су скоро увек повезани водом или таласоводом (слика 7.1а). Надаље ћемо разматрати само везу водом, али иста анализа важи и за везу таласоводом ако се уместо таласовода посматра еквивалентни вод. Претпоставићемо да је вод без губитака, са ТЕМ таласом и карактеристичне импедансе Z_c . Да би услов прилагођења по снази између потрошача и генератора био задовољен довољно је да у произвољном пресеку вода буде задовољен услов прилагођења по снази гледано у лево и у десно на месту датог пресека вода, $Z_{\text{levo}} = Z_{\text{desno}}^*$. Да би се ово остварило, између генератора и потрошача треба прикључити мрежу са два приступа која обезбеђује прилагођење по снази. Ова мрежа се назива мрежа (или коло) за прилагођење. Мрежа за прилагођење се скоро увек пројектује као мрежа без губитака. На пример, на слици 7.1б у вод је убачена мрежа која обезбеђује овакво прилагођење. Она се може подесити тако да је импеданса коју види генератор једнака Z_g^* . Овим се аутоматски обезбеђује да је импеданса коју види потрошач једнака Z^* .

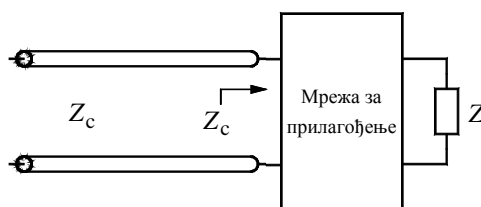
Овакво прилагођење, међутим, иако обезбеђује максимални пренос снаге (активна снага потрошача једнака је расположивој снази генератора) има неколико значајних недостатака. Пре свега, ни генератор, ни мрежа за прилагођење ни потрошач нису прилагођени на вод, па на воду постоји стојећи талас. Ово смањује максималну снагу која се може пренети водом (за фактор једнак коефицијенту стојећих таласа), повећава губитке у воду, рефлектовани талас може врло неповољно деловати на генератор, а вишеструке рефлексије узрокују изобличење модулисаног сигнала. Ако дужина водова није врло мала, прилагођење се врло брзо нарушава и при релативно малим променама дужине водова и радне учестаности. Зато се у микроталасним колима овакво

прилагођење скоро никада не примењује. Уместо тога, генератор и потрошач се прилагођавају на вод, као што је приказано на слици 7.1в. Ово се остварује независно за генератор и потрошач. Овакво прилагођење, иако у општем случају не обезбеђује максималну активну снагу потрошача, није зависно од дужине вода, елиминише (у идеалном случају) рефлектовани талас на воду и много је мање фреквенцијски зависно од прилагођење приказаног на слици 7.1б. Као мера прилагођења стандардно се користи коефицијент стојећих таласа на воду, σ . У практичним пројектним захтевима скоро увек се задаје максимално σ у радном фреквенцијском опсегу.

Проблем прилагођења генератора и потрошача се, дакле, међусобно раздваја, па се задатак прилагођења своди на синтезу мреже (без губитака) која прилагођава задату импедансу потрошача на задату карактеристичну импедансу вода, Z_c (слика 7.2). У зависности од потребе, прилагођење је потребно остварити у уском или широком фреквенцијском опсегу, па се према томе проблеми и методологије синтезе ускопојасног и широкопојасног прилагођења међусобно разликују. У овом поглављу биће разматране обе класе проблема и методологије за њихово решавање.



Слика 7.1. (а) Веза генератора и пријемника водом, (б) прилагођење по снази генератора и пријемника, (в) прилагођење генератора и пријемника на вод.



Слика 7.2. Мрежа (без губитака) која прилагођава пријемник на вод.

Оно што је заједничко за скоро све методологије прилагођења је да се прво изврши прилагођење на једној (централној) учестаности. Затим се анализира широкопојасност прилагођења и по потреби врши трансформација (усложњавање) и/или оптимизација мреже за прилагођење.

За избор одговарајућег облика и синтезу мреже за прилагођење важни су следећи фактори:

Комплексност. Као код свих инжењерских проблема, најједноставније решење које задовољава постављене захтеве је и најбоље. Ово се нарочито односи на мреже за прилагођење. Ако се претера у сложености мреже долази до повећања губитака (а циљ је пренети максималну снагу) а мрежа по правилу постаје осетљивија и тежа за подешавање.

Широкопојасност. Практично свака мрежа за прилагођење може реализовати идеално прилагођење на једној учестаности. Ако желимо прилагођење у опсегу учестаности неопходно је усложњавање мреже и/или компромис између фреквенцијског опсега и квалитета прилагођења, што се обично остварује рачунарском оптимизацијом.

Имплементација. У складу са техником у којој је имплементиран систем за вођење таласа (таласоводна, коаксијална, техника планарних водова) неке методологије прилагођења су много практичније од других. На пример, за таласоводе је много једноставније применити прилагођење помоћу огранака водова на фиксираним местима дуж таласовода, него, на пример, прилагођење помоћу низа $\lambda/4$ секција.

Могућност подешавања. Врло често је потребно омогућити фино подешавање мреже за прилагођење. Неке мреже за прилагођење су у том смислу много практичније од других.

7.2. Примена Смитовог дијаграма у синтези мрежа за прилагођење

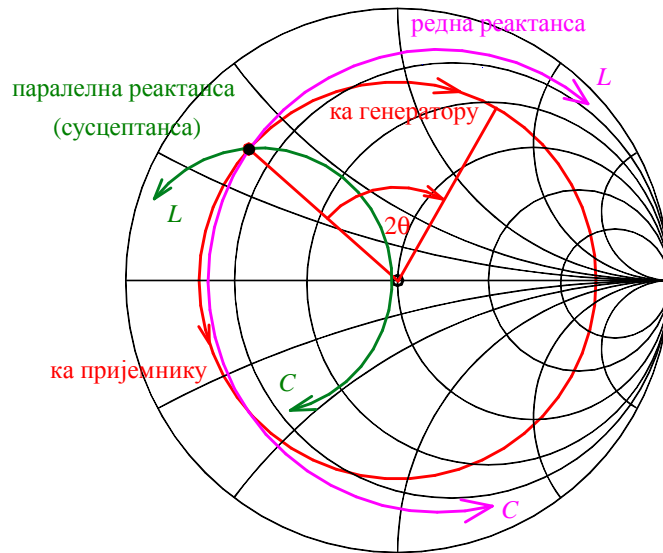
Све методе синтезе мрежа за прилагођење укључују анализу рефлексије таласа на воду, улазних импеданси и адмитанси и повезивање концентрисаних елемената и огранака водова редно и паралелно на главни вод. За све ове поступке Смитов дијаграм је изузетно практично и илустративно средство од велике помоћи приликом решавања проблема прилагођења, без обзира да ли проблем решавамо „ручно“ или помоћу специјализованих програма. Оригинални Смитов дијаграм можемо назвати и импедансни, јер се састоји од мреже линија $r = \text{const}$ и $x = \text{const}$ ($r = R/Z_0$, $x = X/Z_0$

су нормализована резистанса и реактанса). Код паралелне везе пријемника и огранка водова zgodније је користити инверзни (адмитансни) Смитов дијаграм, који се састоји од мреже линија $g = \text{const}$ и $b = \text{const}$ ($g = G/Y_0$, $b = B/Y_0$ су нормализована кондуктанса и суцептанса). Укратко ћемо навести основне операције у Смитовом дијаграму које се примењују приликом синтезе мрежа за прилагођење.

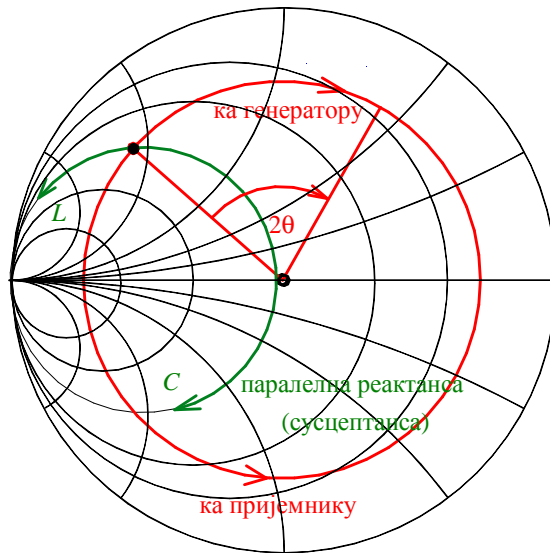
Пошто мрежа за прилагођење треба да буде без губитака, у њен састав улазе калемови, кондензатори и водови, укључујући кратко спојене и отворене огранке, а не улазе отпорници. Због тога се операције у Смитовом и инверзном Смитовом дијаграму свODE на следеће (слике 7.3 и 7.4).

1. *Померање дуж вода према генератору или пријемнику* представља се кретањем по кругу чији је центар у центру Смитовог дијаграма. То је круг константног коефицијента стојећих таласа (KST , $VSWR$, σ), односно круг константног модула коефицијента рефлексije. Угао ротације је двоструко већи од пређене електричне дужине у једном смеру дуж вода, θ .
2. *Прикључење редне реактансе* (калема, кондензатора или огранка вода) у вод представља се кретањем по круговима $r = \text{const}$ Смитовог дијаграма. Од њих је карактеристичан круг $r=1$ (слика 7.5). У пракси, редно прикључивање огранка вода (кратко спојеног или отвореног) повезано је са проблемима да се на таквом (неуземљеном) огранку обезбеди рад у „водном“ режиму, тј. да на огранку постоји вођени TEM талас.
3. *Прикључивање паралелне реактансе* (калема, кондензатора или огранка вода), тј. паралелне суцептансе, у вод представља се кретањем по круговима $g = \text{const}$ у инверзном Смитовом дијаграму (слика 7.4). Од њих је карактеристичан круг $g=1$ (слика 7.5). У пракси, паралелно прикључивање огранка вода не ствара проблеме, јер, захваљујући томе што је један од проводника уземљен (прикључен на масу) на таквом огранку постоји вођени TEM талас.

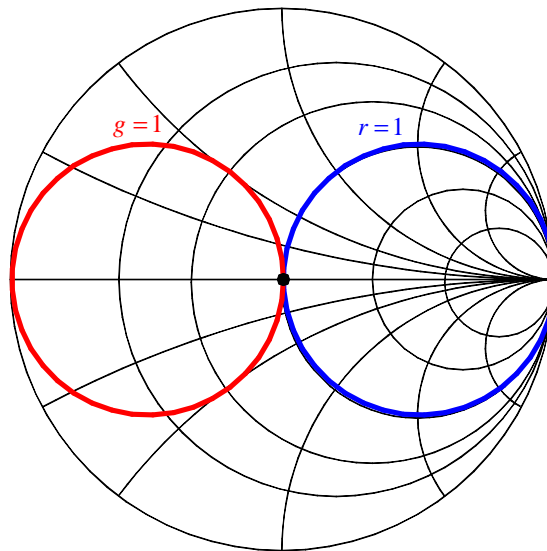
Повезивањем наведених елемената, а уз помоћ Смитовог дијаграма, циљ је да се наведеним трансформацијама тачка која представља импедансу пријемника преслика у центар Смитовог дијаграма. Ако се ради прилагођење само на једној учестаности ово је могуће остварити на више начина. Који од начина ћемо у пракси изабрати зависи пре свега од следећих фактора: остварљивости (нпр. да ли елементе прорачунатих параметара имамо на располагању), имплементације (да ли се конкретна мрежа за прилагођење може лако остварити у датој техници) и захтева за широкопојасност. Када је реч о захтеву за што већим пропусним опсегом, тј. широкопојасности, потребно је да буде задат максималан KST ($VSWR$), тј. максимални модул коефицијента рефлексije. Тада се, на пример, између неколико могућих мрежа за прилагођење може изабрати она која обезбеђује највећи пропусни опсег.



Слика 7.3. Операције у Смитовом дијаграму.



Слика 7.4. Операције у инверзном Смитовом дијаграму.



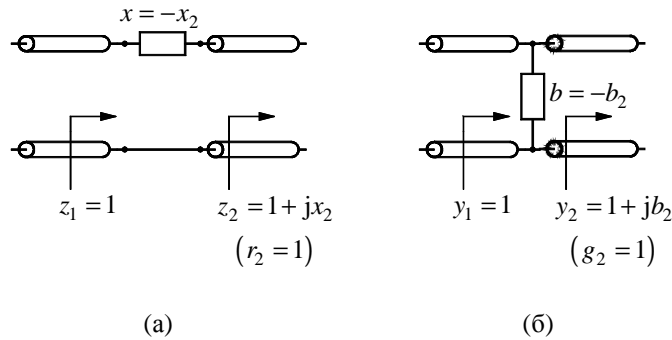
Слика 7.5. Кругови $r=1$ и $g=1$ у Смитовом дијаграму.

Наведеним трансформацијама могуће је било коју тачку у унутрашњости Смитовог дијаграма довести у центар дијаграма, тј. постићи пролагођење. Међутим, ако је пријемник чисто реактиван, дакле описан тачком на ободу Смитовог дијаграма, лако се може видети да се он никаквим трансформацијама (ако се ограничимо на мреже без губитака) не може довести у центар дијаграма, тј. прилагодити. То је сасвим јасно, јер чисто реактивна мрежа (чисто реактиван пријемник заједно са чисто реактивном мрежом за пролагођење) може имати само чисто реактивну улазну импедансу. Ово такође показује да, што је пријемник доминантније реактиван (велико $|x/r|$), то је његово пролагођење теже, у смислу да је осетљивије на мале промене параметара и ускопојасније.

7.3. Прилагођење помоћу концентрисаних компоненти (L-мреже за пролагођење)

Ако је у неком пресеку вода нормализована резистанса, $r=1$, тада је (на једној учестаности) могуће остварити пролагођење прикључењем редне реактансе, као на слици 7.6а. У Смитовом дијаграму врши се ротација тачке која представља импедансу/адмитансу пријемника по кругу $r=1$ док се не дође у центар дијаграма. За ово увек постоји јединствено решење. Слично, ако је у неком пресеку вода $g=1$, пролагођење се постиже прикључењем паралелне реактансе, као на слици 7.6б. У инверзном Смитовом дијаграму врши се ротација тачке импедансе/адмитансе

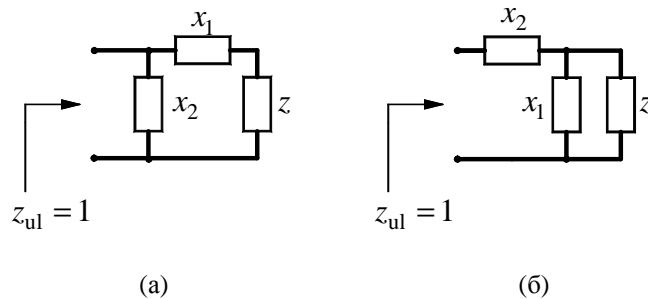
пријемника по кругу $g = 1$ док се не дође у центар дијаграма. За ово такође увек постоји јединствено решење.



Слика 7.6. Ако је у неком пресеку вода (а) нормализована резистанса једнака јединици или (б) нормализована кондуктанса једнака јединици, прилагођење се остварује помоћу једног реактивног елемента.

Имајући ово у виду, било који пријемник (осим чисто реактивног) може се прилагодити на вод помоћу чисто реактивне L-мреже. Она се може извести у облику „десне“ и „леве“ (слика 7.7). „Десна“ L-мрежа може прилагодити све импедансе код којих је $r < 1$. У ту сврху треба се послужити инверзним Смитовим дијаграмом и додавањем редне реактансе x_1 (крећући се по кругу $r = \text{const}$) доћи до пресека са кругом $g = 1$. За $r < 1$ постоје два оваква пресека, за $r = 1$ долази до додиривања овог круга (једна заједничка тачка која је истовремено центар Смитовог дијаграма), а за $r > 1$ пресек не постоји. Затим се од ове тачке пресека, додавањем паралелне реактансе, кретањем по кругу $g = 1$ долази у центар Смитовог дијаграма.

Аналогно, „лева“ L-мрежа може прилагодити све импедансе код којих је $g < 1$. Сада се треба послужити Смитовим дијаграмом и додавањем паралелне реактансе x_1 (крећући се по кругу $g = \text{const}$) доћи до пресека са кругом $r = 1$. За $g < 1$ постоје два оваква пресека, за $g = 1$ долази до додиривања овог круга (једна заједничка тачка која је истовремено центар Смитовог дијаграма), а за $g > 1$ пресек не постоји. Затим се од ове тачке пресека, додавањем редне реактансе, кретањем по кругу $r = 1$ долази у центар Смитовог дијаграма.



Слика 7.7. (а) „Десна“ (за $r_p \leq 1$) и (б) „лева“ (за $g_p \leq 1$) L-мрежа за прилагођење.

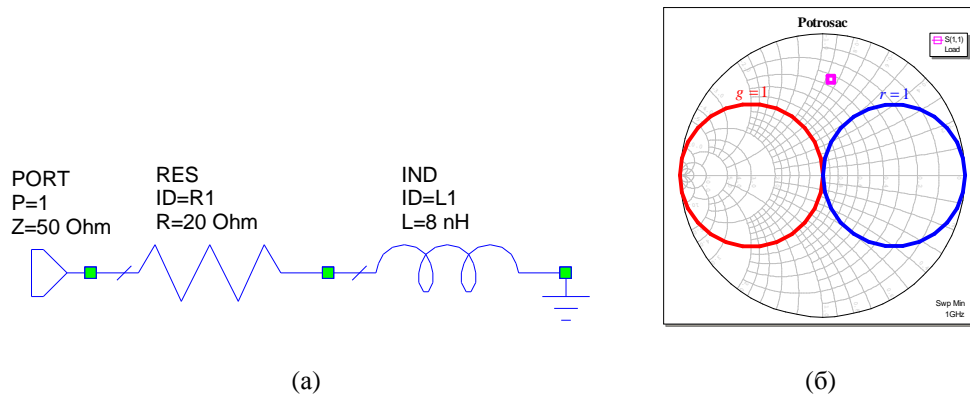
Дакле, за потрошаче унутар круга $r=1$ (тј. за $r > 1$, в. слику 7.5) може се применити само „лева“ L-мрежа, за потрошаче унутар круга $g=1$ (тј. за $g > 1$) само „десна“ L-мрежа, док се за потрошаче у остатку Смитовог дијаграма могу применити обе мреже. Пошто свака од ове две L-мреже има два решења, укупан број решења је или 2 или 4. Између ових решења може се, на пример одабрати оно за које се добија највећи пропусни опсег, за задати максимални VSWR (KST). Показује се да је то увек решење са два истоветна реактивна елемента, јер оно (у односу на решење са различитим реактивним елементима) постиже мањи Q-фактор кола. Мањи Q-фактор је код кола за прилагођење пожељан, јер је на учестаности прилагођења мрежа (које се састоји од мреже за прилагођење и потрошача) у резонанцији.

Као реактивни елементи могу се применити огранци водова. Што су огранци дужи, то се улазна импеданса брже мења са учестаношћу, па је прилагођење ускопојасније. Зато треба примењивати огранке краће од $\lambda_g/4$, па за индуктивну реактансу применити кратко спојен, а за капацитивну реактансу отворен огранак.

Пример. Потрошач у облику редне RL везе отпорности $R = 20 \Omega$ и индуктивности $L = 8 \text{ nH}$ прилагодити на вод карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ на учестаности $f = 1 \text{ GHz}$ помоћу свих могућих L-мрежа са концентрисаним елементима. Затим проучити прилагођење (s_{11} или VSWR) у опсегу $0,5\text{--}1,5 \text{ GHz}$. Одредити која од примењених мрежа има највећи пропусни опсег и колики је (у процентима), ако се захтева $\text{VSWR} < 1,5$.

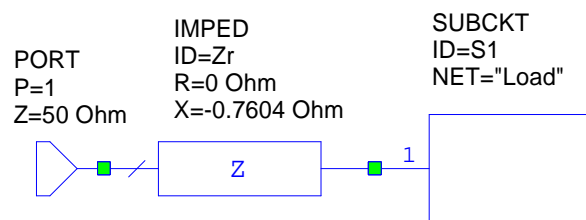
Решење. Иако се задатак може лако решити аналитички или ручно – уз помоћ Смитовог дијаграма, инструктивније је решити га у неком од специјализованих програма, нпр. програмом Microwave Office (MWO).

Прво треба испитати да ли се дати потрошач (слика 7.8) може прилагодити „десном“ и „левом“ L-мрежом. Импеданса, нормализована импеданса и нормализована адмитанса потрошача су, редом, $Z = 20 + j50 \Omega$, $z = 0,4 + j1$, $y = 1/z = 0,34 + j0,86$. Пошто је $r < 1$ и $g < 1$, прилагођење се може остварити помоћу обе L-мреже. Ово се може видети и са Смитовог дијаграма (слика 7.8). Тачка која представља потрошач налази се ван оба означена круга.

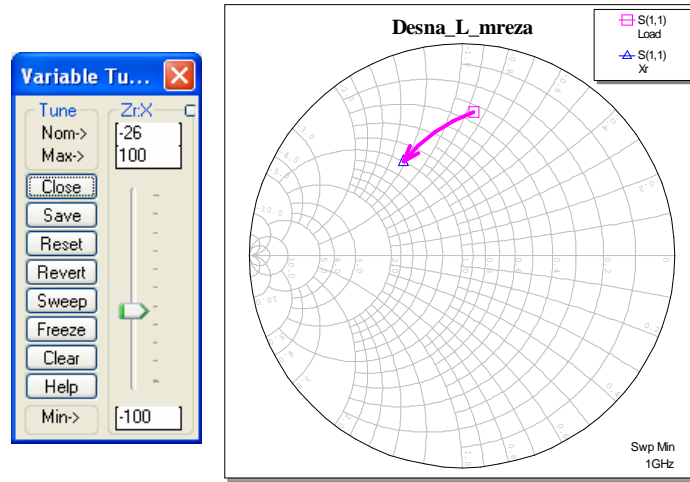


Слика 7.8. (а) Потрошач у облику редне RL везе и (б) његов положај у (инверзном) Смитовом дијаграму.

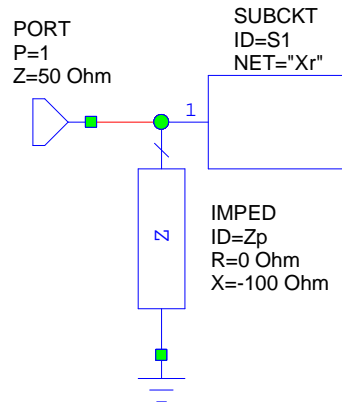
Прилагођење „десном“ L-мрежом може се прорачунати тако што се на потрошач прво прикључи редна реактанса L-мреже (слика 7.9), посматра инверзни Смитов дијаграм и реактанса подеси (*tune*) тако да се тачка на дијаграму помери (кретањем по кругу $r = \text{const}$) до првог пресека са кругом $g = 1$ (слика 7.10). Затим се прикључи и паралелна реактанса (слика 7.11) и она подеси тако да се тачка на дијаграму помери (кретањем по кругу $g = 1$) у центар дијаграма (слика 7.12). Тачност ове операције може се затим повећати применом оптимизације. Оптимизациони параметри треба да буду обе реактансе, а оптимизациони циљ $s_{11} = 0$. Због постојања два решења треба, међутим, водити рачуна о следећем. Пре покретања оптимизације треба прво доћи у близину жељеног решења мануелним подешавањем, а за оптимизациони метод треба изабрати метод који је локалног типа (онај који од задате почетне тачке иде у смеру најбржег опадања функције грешке), на пример Симплекс или неки од градијентних метода. Глобални методи оптимизације могу довести до „искакања“ из минимума првог решења и „ускакање“ у минимум другог.



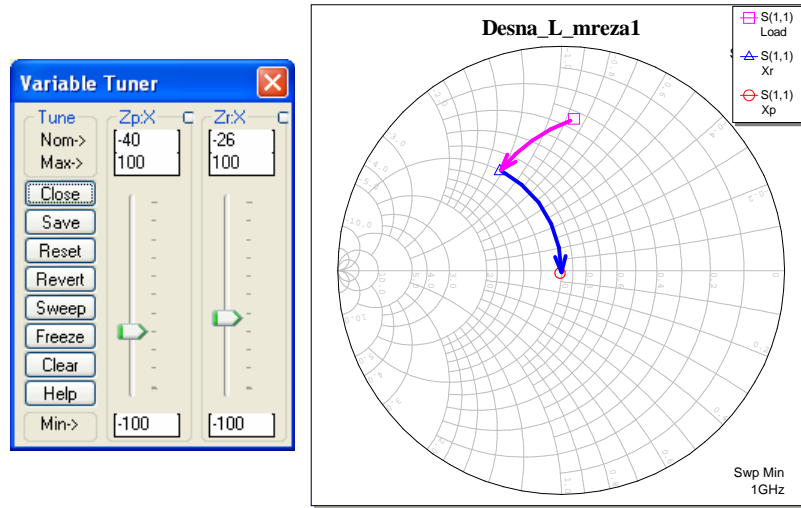
Слика 7.9. Редна реактанса мреже за прилагођење.



Слика 7.10. Померање у Смитовом дијаграму до првог пресека са кругом $g = 1$.

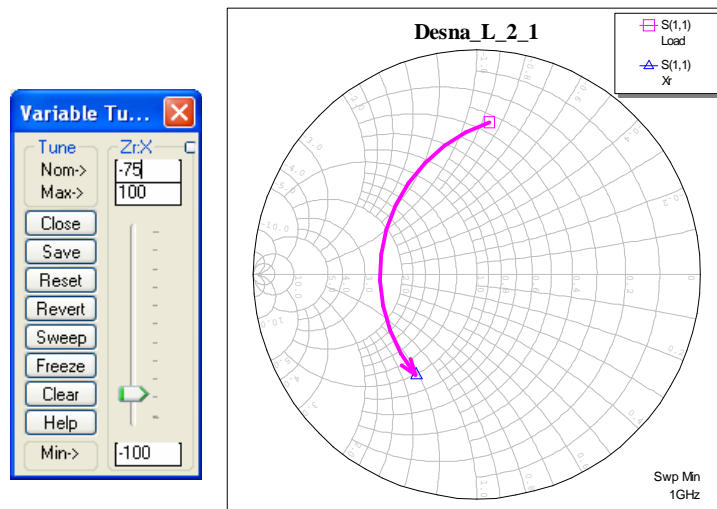


Слика 7.11. Паралелна реактанса мреже за прилагођење.

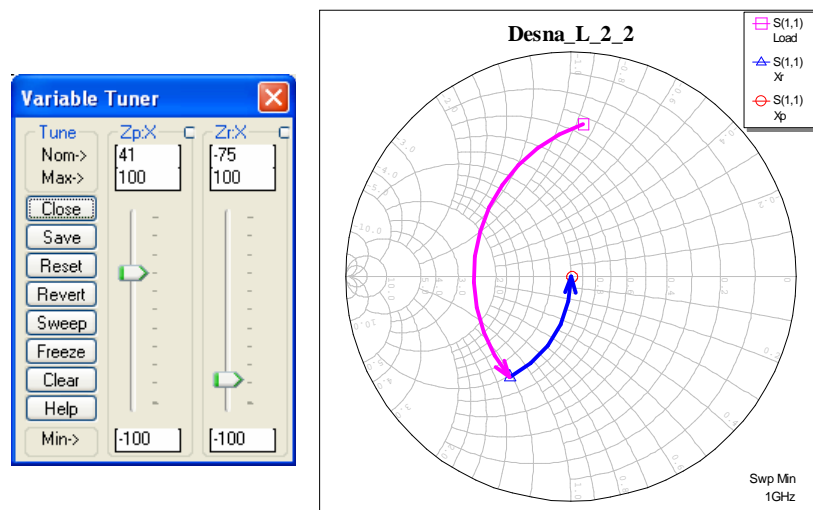


Слика 7.12. Померање у центар Смитовог дијаграма.

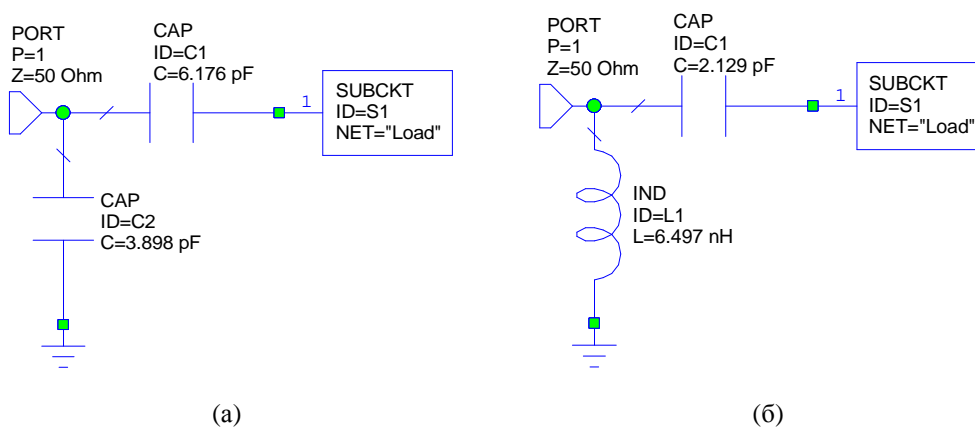
Друго решење са „десном“ L-мрежом односи се на други пресек са кругом $g = 1$ и представљено је на сликама 7.13 и 7.14). Види се (нпр. посматрањем нумеричких вредности реактанси на сликама 7.12 и 7.14) да је прво решење са два кондензатора, а друго са кондензатором и калемом (слика 7.15).



Слика 7.13. Померање у Смитовом дијаграму до другог пресека са кругом $g = 1$.



Слика 7.14. Померање у центар Смитовог дијаграма.

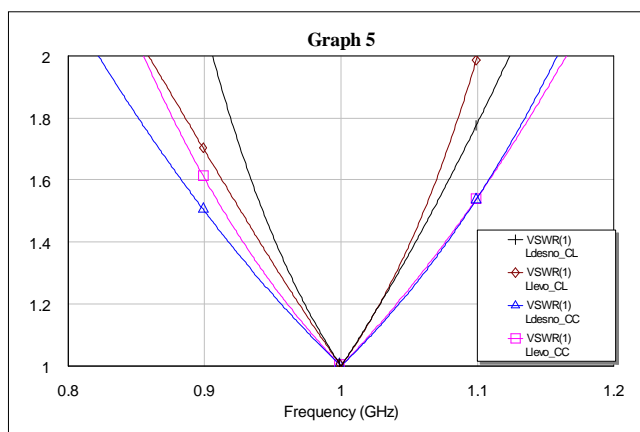


Слика 7.15. Два решења за „десну“ L-мрежу: (а) са два кондензатора, (б) са кондензатором и калемом.

На исти начин добијају се решења и за „леву“ L-мрежу. Фреквенцијска зависност коефицијента стојећих таласа од учестаности за све четири мреже приказана је на слици 7.16. Види се да је најшири пропусни опсег добијен „десном“ L-мрежом са кондензаторима и за задат максималан коефицијент стојећих таласа $\sigma_{\max} = 1,5$ износи око 19% ($\Delta f / f_0 \approx 0,19$).

Уместо формирања мрежа за прилагођење у којој се задају вредности реактансе (слике 7.9 и 7.11) могу се одмах формирати мреже са конкретним елементима (калемовима и кондензаторима, као на слици 7.15).

Ако је циљ максимизација пропусног опсега, треба анализирати само решења са елементима исте природе. Да ли су то два кондензатора или два калема лако се може закључити по томе да карактер (индуктиван или капацитиван) ова два елемента треба да буде различит од карактера пријемника (да би коло на задатој учестаности било у резонанцији).

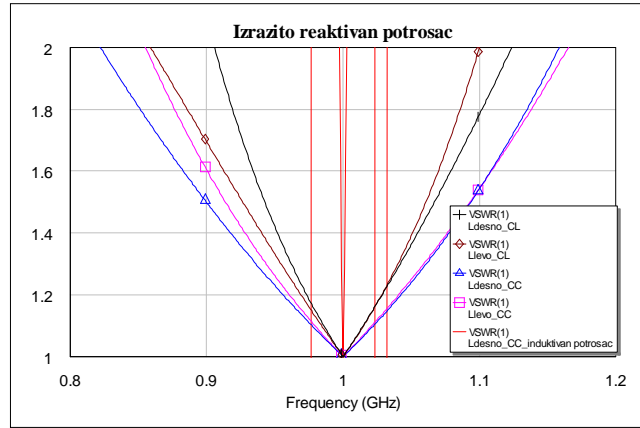


Слика 7.16. Фреквенцијска зависност коефицијента стојећих таласа (VSWR) четири мреже за прилагођење.

Читаоцу се предлаже да исти пример реши примењујући огранке водова уместо калемова и кондензатора, да резултате упореди са приказаним, као и да се увери да коришћење огранака дужих од $\lambda_g/4$ доводи до сужавања пропусног опсега.

Крај решења.

Ако се у претходном примеру изабере изразито реактиван потрошач, на пример $R = 1 \Omega$, $L = 20 \text{ nH}$ ($Z = (1 + j126) \Omega$) и мрежа за прилагођење са два кондензатора добија се изузетно ускопојасно прилагођење ($\Delta f / f_0 \approx 0,4\%$), приказано на слици 7.17 у поређењу са резултатима претходног примера. Овакав потрошач је практично немогуће прилагодити, јер добијени пропусни опсег не задовољава ни једну могућу примену.



Слика 7.17. Дијаграм коефицијента стојећих таласа за изразито реактиван потрошач (узана стрма крива) приказан у поређењу са резултатима претходног примера.

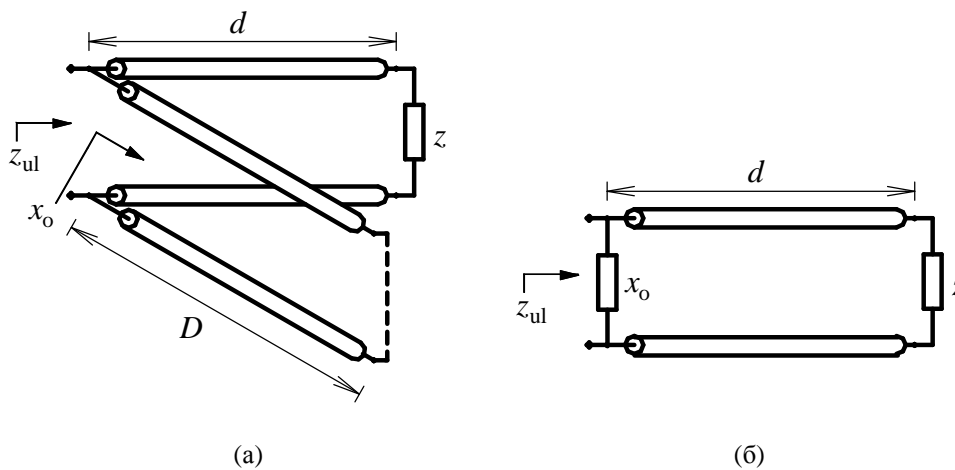
7.4. Прилагођење помоћу огранака водова

Као што је већ поменуто у претходним поглављима, у микроталасним колима често је уместо елемената са концентрисаним параметрима погодније примењивати огранке водова. Проблеми, међутим, могу настати са огранцима који су у вод повезани редно, јер у општем случају они не раде у балансном режиму (струје проводника нису истог интензитета) и на њима постоји антенски мод струја. Због тога се код њих често морају применити балансна кола која изједначавају струје проводника. Осим тога, у коаксијалној техници редни огранак уноси знатан дисконтинуитет у вод и његова конструкција је доста компликована. У таласоводној техници редни огранак је практично немогуће реализовати. Због свих ових разлога примена редних огранака се најчешће избегава. Елементи L-мрежа за прилагођење могу се начинити у виду огранака водова, али се редни огранци не могу избећи. Због тога постоји потреба да се формирају мреже за прилагођење које ће се састојати само од огранака водова прикључених паралелно. У овом одељку биће размотрене конфигурације оваквих мрежа са једним, два и три огранка. У свим случајевима дужине огранака ће бити променљиве величине које се прорачунавају тако да се оствари прилагођење. Растојање између огранака (посматрано дуж главног вода) ће у неким случајевима бити фиксно, а у неким променљиво. При синтези ових мрежа и даље ћемо се интензивно користити Смитовим дијаграмом.

7.4.1. Мрежа за прилагођење са једним огранком

Мрежа за прилагођење са једним огранком приказана је на слици 7.18а. На растојању d од потрошача паралелно је прикључен кратко спојен или отворен огранак вода. Избором одговарајућег растојања d и дужине огранка D треба постићи

прилагођење, $z_{ul} = 1$. Улазна реактанса кратко спојеног и отвореног огранка (без губитака) је, респективно, $X_o = X_{k.s.} = Z_{co} \operatorname{tg}(\beta D)$, $X_o = X_{otv.} = Z_{co} / (\operatorname{tg}(\beta D))$, па је ова мрежа еквивалентна мрежи на слици 7.18б (а може се тако и реализовати). Треба водити рачуна да карактеристична импеданса огранка, означена у горњим формулама као Z_{co} не мора бити једнака карактеристичној импеданси вода, Z_c . Нормализована реактанса огранка рачуна се као $x_o = X_o / Z_c$



Слика 7.18. (а) Мрежа за прилагођење са једним огранком и (б) еквивалентна шема.

Одређивање растојања d и дужине D помоћу Смитовог дијаграма је врло једноставно. Прво треба ротирати око центра дијаграма, у смеру ка генератору, тачку која представља импедансу потрошача, све до пресека са кругом $g = 1$ и одатле одредити растојање d . Увек (осим у тривијалним случајевима $z = 1$ или $z = jx$) постоје два пресека са овим кругом. Затим се, на пример, може одредити реактанса x_o потребна да се тачка премести у центар дијаграма. За један пресек ова реактанса је увек позитивна, а за други увек негативна. Затим треба одабрати врсту огранка (кратко спојени или отворени) и израчунати њихову дужину.

Дакле, постоје два решења за растојање d и за свако од ових решења два решења за огранак (отворен или кратко спојен). Коју од ове четири могућности треба одабрати за реализацију зависи пре свега од захтеваног пропусног опсега и остварљивости мреже. Пропусни опсег ће бити шири ако су секције водова краће (мање d и D). Када је у питању остварљивост, у техници планарних водова на пример, отворене везе су једноставније и јефтиније за фабрикацију од кратких спојева, јер практично не захтевају никакве операције, док су за кратке спојеве потребне вије. Са друге стране, из разлога компактности, минијатуризације и цене производње, погодније је да дужине водова буду што краће.

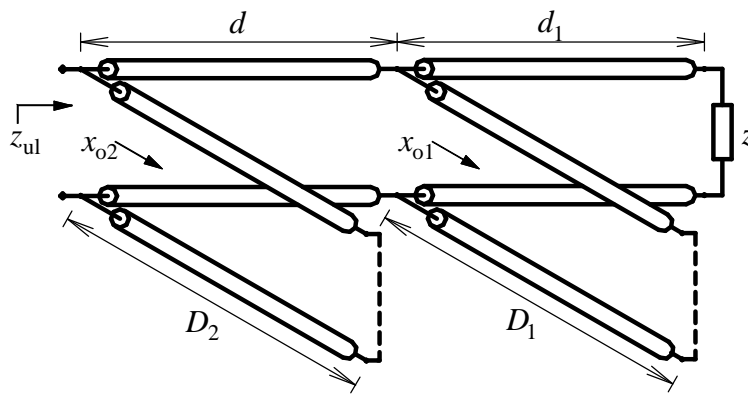
У програму MWO синтеза мреже за прилагођење са једним огранком се најлакше може спровести тако што се направи шема са слике 7.18а са отвореним огранком и променљивим дужинама водова d и D . Прво се може ставити $d = 0$ и $D = 0$, па

повећавати d до првог пресека са кругом $g = 1$ (у инверзном Смитовом дијаграму). Онда треба повећавати D све док тачка не дође у центар дијаграма. Исто треба поновити за други пресек са кругом $g = 1$. Затим се за сваку дужину отвореног огранка, $D_{\text{отв.}}$ може израчунати потребна дужина кратко спојеног огранка, као $D_{\text{к.с.}} = D_{\text{отв.}} \pm \lambda_g / 4$, или читав претходни поступак поновити за кратко спојени огранак (у ком случају за почетну дужину огранка треба узети $D = \lambda_g / 4$).

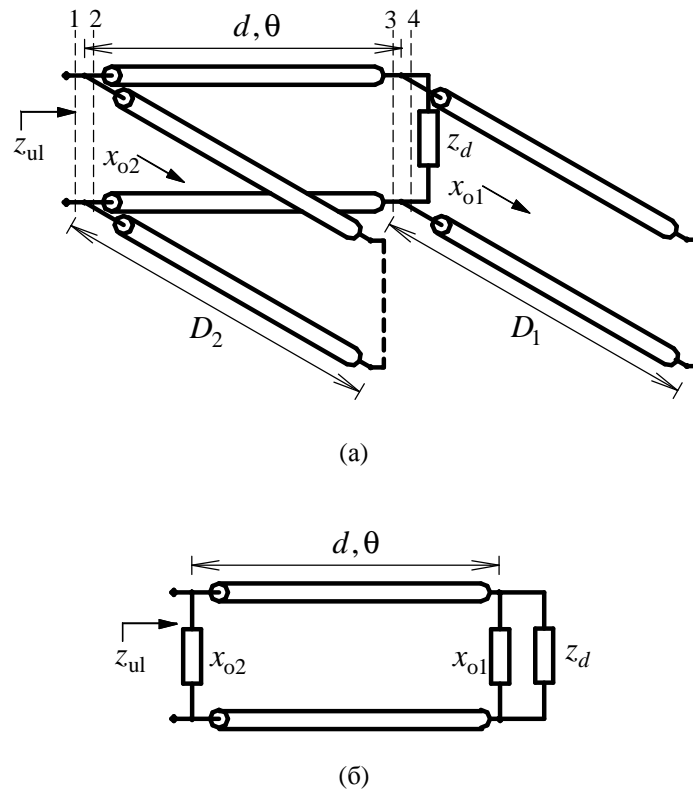
Као вежба, читаоцу се препоручује да уради пример из претходног одељка, али сада са мрежом са једним огранком, и упореди пропусне опсеге за све четири варијанте мреже.

7.4.2. Мрежа за прилагођење са два огранка

У практичној реализацији мрежа за прилагођење са огранцима водова, често је погодно оставити могућност финог подешавања готове мреже. То се нарочито често ради у коаксијалној и таласоводној техници, коришћењем помичних кратких спојева и других начина финог подешавања улазне импедансе огранка. И у техници микротракастих водова донекле је могуће ово подешавање механичким скраћивањем отворених огранка и продужавањем помоћу залемљених танких металних фолија. У свим овим случајевима релативно лако се може мењати дужина огранка, али не и њихово међусобно растојање. Због тога постоји потреба за мрежама за прилагођење са фиксним положајима огранка водова. Најједноставнија таква мрежа је мрежа са два огранка, приказана на слици 7.19, где су растојања d и d_1 унапред утврђена. Уобичајне вредности за растојање d су $\lambda_g / 8$ и $3\lambda_g / 8$. Мрежа са слике 7.19 може се упростити увођењем импедансе потрошача пресликане првом секцијом вода, z_d . Упрошћена мрежа приказана је на слици 7.20а, а у еквивалентном облику на слици 7.20б.



Слика 7.19. Мрежа за прилагођење са два огранка.



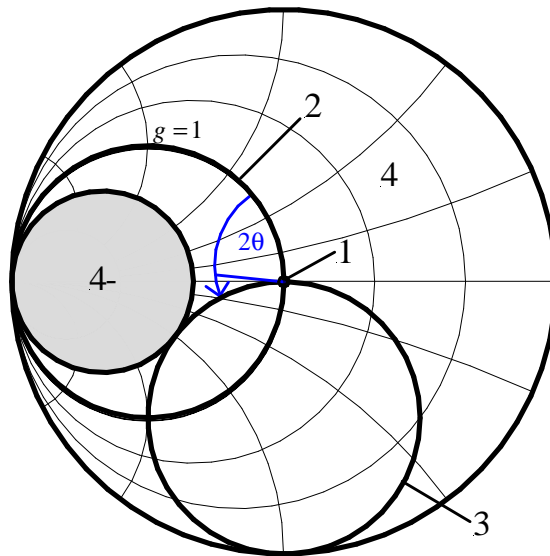
Слика 7.20. (а) Упростиена мрежа за прилагођење са два огранка и (б) еквивалентна шема.

Задатак синтезе ове мреже је да се одреде реактансе x_{o1} и x_{o2} тако да је $z_{ul} = 1$. Урадимо прво анализу ове мреже, полазећи од њеног левог краја, тј. од пресека 1. У њему је, у случају оствареног прилагођења $z_1 = z_{ul} = 1$. То одговара тачки у центру (инверзног) Смитовог дијаграма на слици 7.21. На споју другог огранка важи $y_1 = y_2 + 1/(jx_{o2})$, па се тачка 2 налази на кругу $g = 1$. Пресек 3 је померен за фазни угао $\theta = \beta d$ према потрошачу, што одговара ротацији тачке 2 око центра Смитовог дијаграма за угао 2θ у смеру као на слици 7.21. У нашем примеру је узето $\theta = \pi/4$ ($d = \lambda_g/8$). На споју првог огранка важи $y_3 = y_4 + 1/(jx_{o1}) = 1/z_d + 1/(jx_{o1})$. Тачка 4 добија се, дакле, кретањем тачке 3 по круговима $g = \text{const}$. На овај начин, тачка 4 може да се нађе у свим деловима дијаграма, осим унутар осенченог круга означеног на слици са 4-. Тај круг може се назвати „забрањени круг“, јер импедансе које се у њему нађу није могуће пролагодити на вод помоћу два огранка. „Забрањени круг“ има центар на хоризонталној оси дијаграма, тангира ивицу Смитовог дијаграма и додирује се са кругом 3, па га је лако конструисати.

Величина овог круга је утолико мања уколико је растојање између водова мање. Теоријски, када $\theta \rightarrow 0$ круг ишчезава. Тада, међутим, ишчезава и пресек линија $g = \text{const}$ са кругом 3 (на слици 7.21) који прелази у додир, па прилагођење постаје

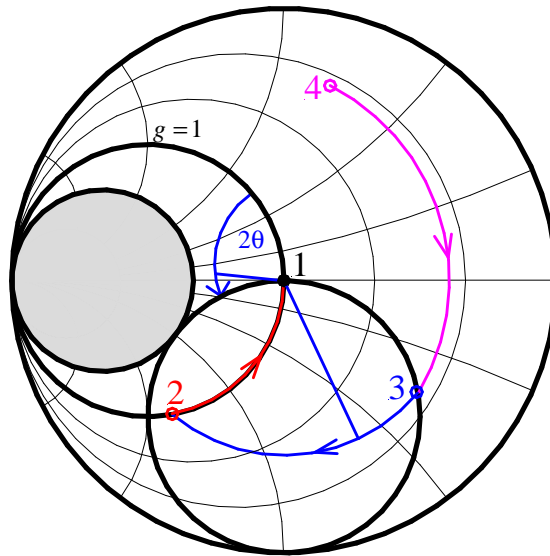
изузетно осетљиво и као такво у пракси неупотребљиво. Нека врста компромиса између величине забрањеног круга и потребе да пресек линија $g = \text{const}$ са кругом 3 буде што прецизнији (тј. под углом што ближим $\pi/2$) је избор $\theta = \pi/4$, тј. $d = \lambda_g/8$. Друга могућност, $d = 3\lambda_g/8$, је због веће дужине секције вода неповољнија од прве.

Дакле, пре спровођења прорачуна прилагођења, треба проверити да ли решење уопште постоји. Ако постоји, треба нацртати круг 3, померити тачку која одговара потрошачу z_d (тачка 4) по линији $g = \text{const}$ до пресека кругом 3. Тако се добија тачка 3. Ова тачку треба затим ротирати око центра дијаграма за угао 2θ у смеру казаљке на сату (према генератору). Тако добијена тачка 2 налазиће се на кругу $g = 1$. Кретањем по кругу (што одговара прикључењу паралелне реактансе) долази се у центар дијаграма.



Слика 7.21. Забрањени круг код прилагођења са два огранка.

За потрошач у облику редне RL везе отпорности $R = 20 \Omega$ и индуктивности $L = 8 \text{ nH}$ скицираћемо поступак прилагођења на вод карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ на учестаности $f = 1 \text{ GHz}$ помоћу мреже са два огранка, растојања $d_1 = 0$, $d = \lambda_g/8$. Импеданса потрошача налази се ван забрањеног круга (слика 7.22), па је прилагођење могуће. Кретање у Смитовом дијаграму приказано је на истој слици.

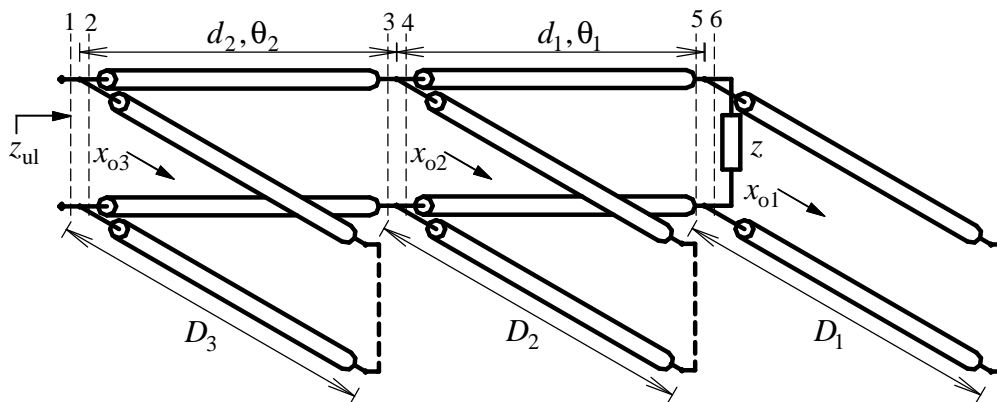


Слика 7.22. Скица инверзног Смитовог дијаграма за прилагођење са два огранка.

Ако је исти потрошач повезан секцијом вода дужине $d_1 = 3\lambda_g/8$, импеданса на месту првог огранка биће унутар забрањеног круга, па прилагођење помоћу два огранка неће бити могуће.

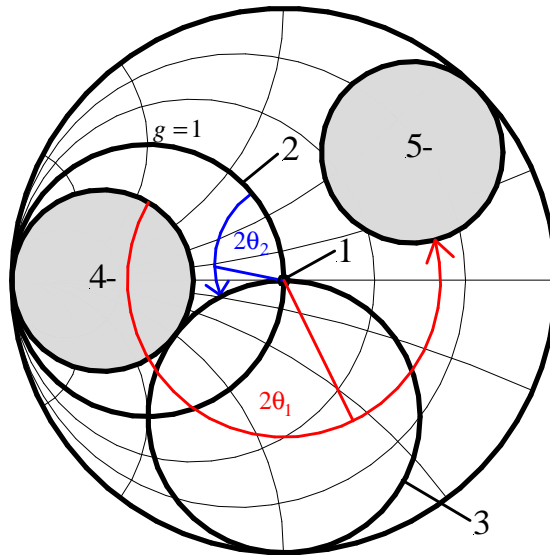
7.4.3. Мрежа за прилагођење са три огранка

Недостатак мреже за прилагођење са два огранка – да није могуће прилагодити све импедансе потрошача – може се превазићи додавањем још једног огранка. Тако се добија мрежа за прилагођење са три огранка. Без губитка општости, може се узети да је први огранак на месту пријемника. Добијена мрежа приказана је на слици 7.23.



Слика 7.23. Мрежа за прилагођење са три огранка.

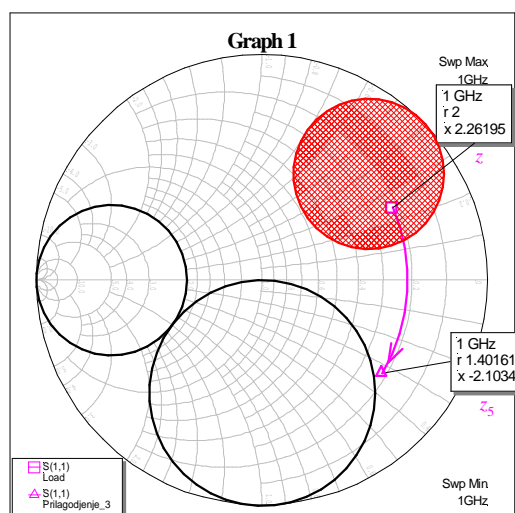
Размотримо сада ову мрежу, али без првог огранка (огранка на месту потрошача). То је, очигледно, мрежа за прилагођење са два огранка. За њу је забрањени круг за импедансу потрошача пресликану у пресеку 4 (са слике 7.23) означен на слици 7.24 са 4-. Забрањени круг за импедансу потрошача (на месту потрошача, тј. у пресеку 5) добија се ротацијом круга 4- према потрошачу за угао $2\theta_1$. Овај круг означен је на слици 7.24 са 5-. Ако је импеданса потрошача ван круга 5- онда је импеданса у пресеку 4 ван круга 4-, па се прилагођење може извршити и са два огранка. Ако је, међутим, импеданса у пресеку 5 у кругу 5-, онда је немогуће извршити прилагођење са два огранка, већ је потребно додати и огранак на месту потрошача, тако да импеданса у пресеку 5 изађе ван круга 5-. Одавде се види да је дужина првог огранка донекле произвољна, јер је битно само да тачка на Смитовом дијаграму изађе из одређене области.



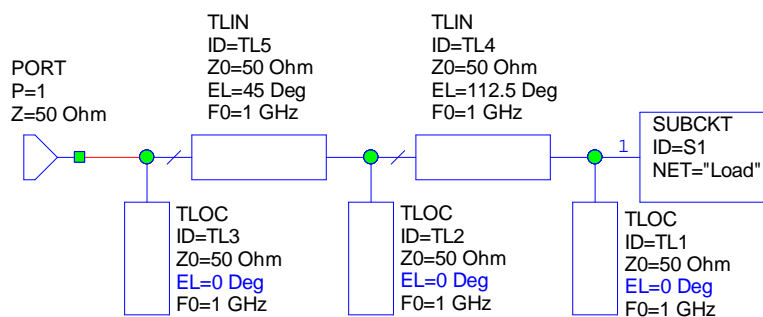
Слика 7.24. Забрањени кругови за прилагођење са три огранка.

Пример. Потрошач у облику редне RL везе отпорности $R = 100 \Omega$ и индуктивности $L = 18 \text{ nH}$ прилагодити на вод карактеристичне импедансе $Z_c = 50 \Omega$ на учестаности $f = 1 \text{ GHz}$ помоћу мреже са два или три огранка. Дужине секција водова су $d_1 = 5\lambda_g / 16$ и $d_2 = \lambda_g / 8$.

Решење. Електричне дужине секција водова су $\theta_1 = 112,5^\circ$ и $\theta_2 = 45^\circ$, што одговара конструкцији на слици 7.24. Нормализована импеданса потрошача је $z = 2,00 + j2,26 \Omega$ и налази се у забрањеном кругу (шрафирана област на слици 7.25). То значи да није могуће остварити прилагођење са два огранка. Зато уводимо и трећи огранак и то на месту самог потрошача (огранак број 1 гледано од потрошача), као на слици 7.23.



Слика 7.25. Импеданса потрошача ($z = 2,00 + j2,26 \Omega$) се, за прилагођење са два огранка ($\theta_1 = 112,5^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$), налази у забрањеном кругу (шрафирана област). Додавањем огранка вода (тј. паралелне реактансе) на месту пријемника, излази се из забрањеног круга.



Слика 7.26. Модел прилагођења са три огранка у програму MWO.

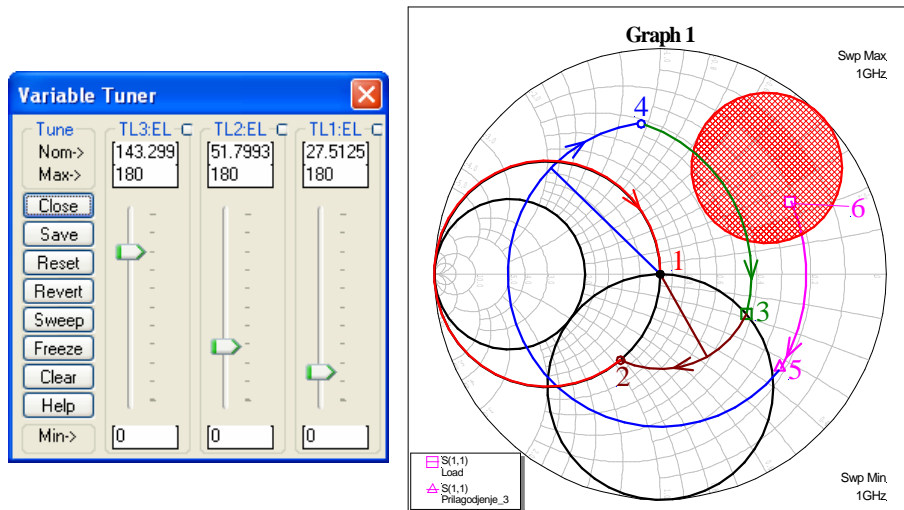
За почетак можемо, на пример, изабрати да огранци буду отворени и са њима пројектовати прилагођење. По завршетку поступка прилагођења можемо сваки од огранка заменити кратко спојеним огранком чија је дужина мања или већа за $\lambda_g/4$ и тако добити истоветно (иделано) прилагођење на изабраној учестаности. Треба, међутим, уочити да ће разне варијанте прилагођења са отвореним и кратко спојеним огранцима имати различиту фреквенцијску зависност и да је повољније да дужине огранка буду минималне, тј. мање од $\lambda_g/4$. Модел у програму MWO приказан је на слици 7.26.

У првом кораку потребно је дужину првог огранка (или његову реактансу, x_{o1}) тако да паралелна веза потрошача и овог огранка буде ван забрањеног круга. Додавањем паралелне реактансе тачка у инверзном Смитовом дијаграму се креће по кругу

$g = \text{const}$. На пример, ако се дода отворени огранак дужине $D_1 = \lambda_g / 12$ (електричне дужине $\varphi_1 = 30^\circ$), нормализована импеданса у пресеку 5 износи $z_5 = 1,40 - j2,10$ и налази се ван забрањеног круга (слика 7. 25).

Сада, полазећи од импедансе z_5 (у пресеку 5) одређујемо прилагођење као у случају са два огранка. У (инверзном) Смитовом дијаграму вршимо ротацију тачке 5 ка генератору за угао $2\theta_1 = 225^\circ$. Тако добијена тачка 4 ротира се по кругу $g = \text{const}$ до пресека са кругом $g = 1$ заротираним за угао $2\theta_2 = 90^\circ$ (тачка 3). Тачка 3 ротира се ка генератору за угао $2\theta_2 = 90^\circ$, до пресека са кругом $g = 1$ (тачка 2). Коначно, ротацијом по кругу $g = 1$ долази се у центар Смитовог дијаграма. У програму MWO овај поступак може се обавити мануалним подешавањем дужина водова и посматрањем резултата у (инверзном) Смитовом дијаграму. На крају, када се приближимо центру дијаграма, може се применити оптимизација (неком локалном методом – нпр. Симплекс или методом градијента) и добити врло тачни резултати за дужине водова. Тако добијене електричне дужине отворених огранка износе: $\varphi_1 = 27,5^\circ$, $\varphi_2 = 51,8^\circ$ и $\varphi_3 = 143,3^\circ$ (слика 7.27).

Прва два добијена огранка су краћа од $\lambda_g / 4$, а трећи је дужи од $\lambda_g / 4$ (али краћи од $\lambda_g / 2$). Ако желимо да користимо што краће огранке, онда на месту трећег огранка, уместо отвореног можемо применити кратко спојени огранак електричне дужине $\varphi_{3k.s.} = 143,3^\circ - 90^\circ = 53,3^\circ$. Читаоцу се предлаже да за и овај случај одреди трајекторије у (инверзном) Смитовом дијаграму, да понови овај поступак синтезе са сва три кратко спојена огранка, као и да упореди пропусни опсег добијених прилагођења за $VSWR_{\text{max}} = 1,5$.



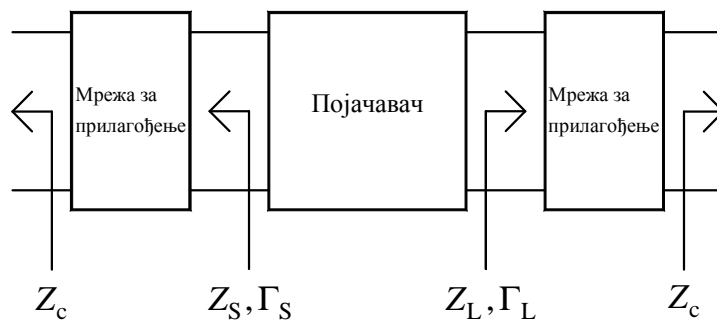
Слика 7.27. Синтеза прилагођења са три огранка помоћу Смитовог дијаграма и оптимизације у програму MWO.

Као и у претходним методама прилагођења помоћу огранака, може се применити алтернативни поступак. Уместо огранака водова у електричну шему програма MWO могу се укључити концентрисане (lumped) импедансе (или адмитансе) нултих реалних делова, чиме су променљиве у синтези прилагођења три реактансе (или три сусцептансе). По добијењу вредности ова три параметра, могу се размотрити различити начини реализације ових реактанси, укључујући ту и концентрисане компоненте. **Крај решења.**

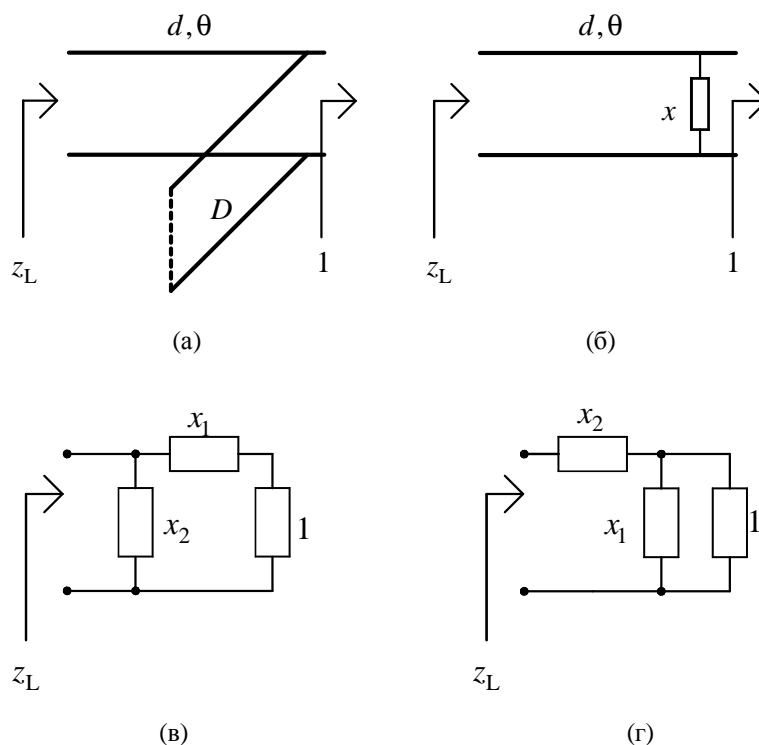
7.5. Прилагођење код појачавача

У поступку пројектовања појачавача потребно је синтетизовати произвољну импедансу коју појачавач „види“ на свом улазу и на свом излазу, Z_S и Z_L (слика 7.28). За то се поново примењују мреже за прилагођење. Једино што је сада потребно прилагодити прилагођени потрошач на произвољну комплексну импедансу.

За ово се могу користити све методе прилагођења описане у претходним одељцима, са извесним малим изменама. На слици 7.29 приказане су четири варијанте оваквих мрежа за прилагођење. Све ове мреже на свом излазу имају прикључен прилагођени вод неке карактеристичне импедансе Z_c која је најчешће једнака усвојеној референтној импеданси система Z_0 , па се може користити еквивалентна шема у којој је на излазу прикључен чисто резистиван пријемник (реалне) импедансе Z_c . Код мрежа са једним огранком треба приметити да се огранак (као на слици 7.29а, или концентрисана реактанса као на слици 7.29б) налази на месту прилагођеног потрошача. „Десна“ L-мрежа (слика 7.29в) може се применити само ако је $g_L < 1$, а „лева“ L-мрежа (слика 7.29г) само ако је $r_L < 1$ (читаоцу се оставља да објасни зашто). Уместо импеданси Z_S и Z_L може бити задат одговарајући коефицијент рефлексије (тј. s -параметар ове импедансе посматране као мрежа са једним приступом за номиналну импедансу $Z_0 = Z_c$) Γ_S и Γ_L .



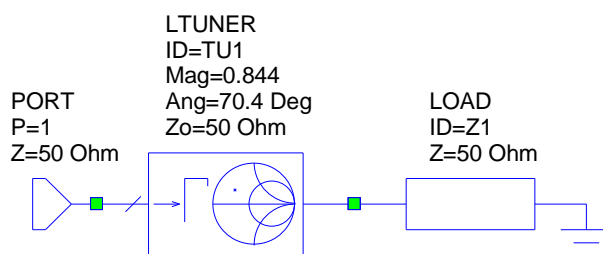
Слика 7.28. Мреже за прилагођење на улазу и излазу појачавача имају улогу да синтетишу одговарајуће комплексне импедансе које појачавач „види“.



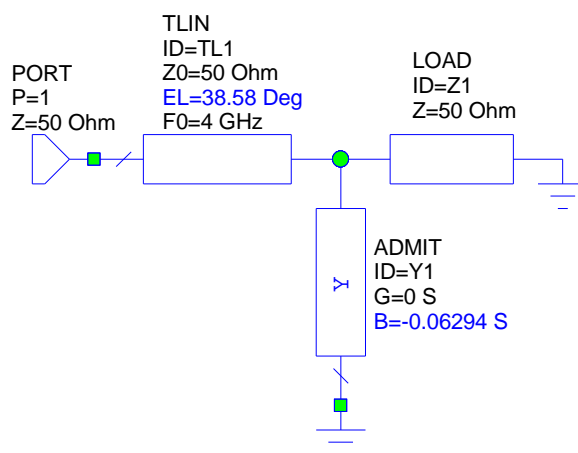
Слика 7.29. Мреже за прилагођење комплексне импедансе: (а) мрежа са једним огранком, (б) концентрисана варијанта мреже са једним огранком, (в) „десна“ L-мрежа, (г) „лева“ L-мрежа.

Пример. За потребе једног микроталасног појачавача који ради на учестаности $f = 4 \text{ GHz}$ потребно је синтетизовати коефицијенте рефлексације $\Gamma_S = 0,475 \angle 166^\circ$ и $\Gamma_L = 0,844 \angle 70,4^\circ$ помоћу мреже за прилагођење приказане на слици 7.29б.

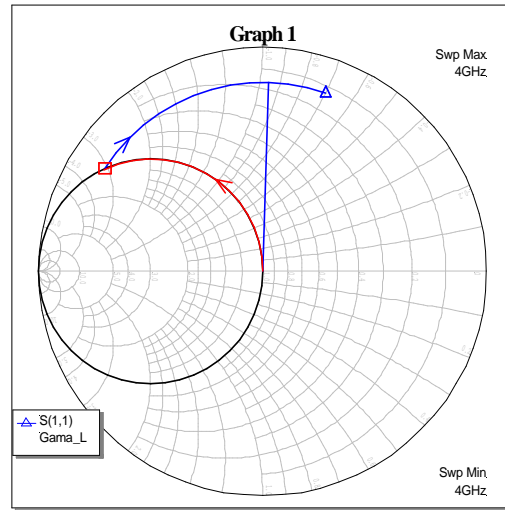
Решење. Мрежу је погоднио синтетизовати применом Смитовог дијаграма. На сликама 7.30 и 7.31 приказани су модели кола у програму MWO, а на слици 7.32 поступак синтезе мреже на излазу у (инверзном) Смитовом дијаграму. (Коло на слици 7.30 служи само да би се означила одговарајућа тачка на дијаграму.) Поступак се састоји у цртању кругова константног VSWR и $g = 1$ и одређивању пресечне тачке. Треба уочити да се сада на дијаграму крећемо од центра дијаграма до тачке Γ_L . При овоме постоје два различита решења. Једно од њих је $\theta = 39^\circ$, $B = -63 \text{ mS}$. Читаоцу се оставља да одреди друго решење, као и да синтетиче мрежу за прилагођење на улазу појачавача.



Слика 7.30. Коло за моделовање произвољне комплексне импедансе задате коефицијентом рефлексије у програму MWO.



Слика 7.31. Мрежа за прилагођење у програму MWO.

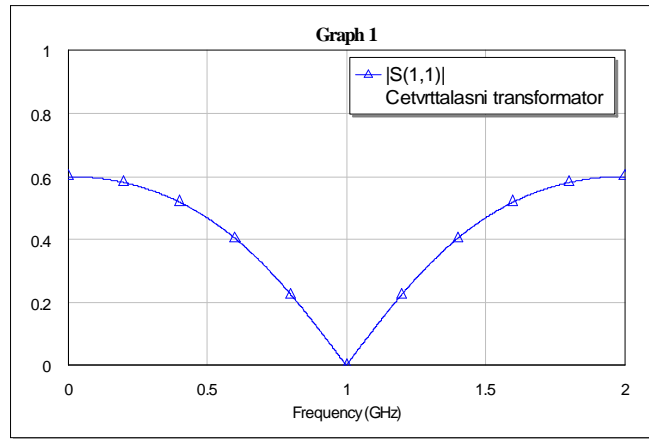


Слика 7.32. Поступак синтезе комплексне импедансе у инверзном Смитовом дијаграму.

7.6. Четвртталасни трансформатор импедансе

У претходним поглављима већ је наведено да четвртталасни вод карактеристичне импедансе Z_c трансформише импедансу потрошача, Z , у улазну импедансу вода $Z_{ul} = Z_c^2 / Z$ која најчешће треба да буде једнака номиналној импеданси система, Z_0 . Ова трансформација се најчешће примењује када је потребно ускопојасно прилагодити две импедансе које се не мењају са учестаношћу. Типичан пример је прелаз између два вода различитих карактеристичних импеданси. Четвртталасни трансформатор тада треба да има карактеристичну импедансу $Z_c = \sqrt{Z_0 Z}$. На слици 7.33. приказана је фреквенцијска карактеристика четвртталасног трансформатора за $Z = 4Z_0$.

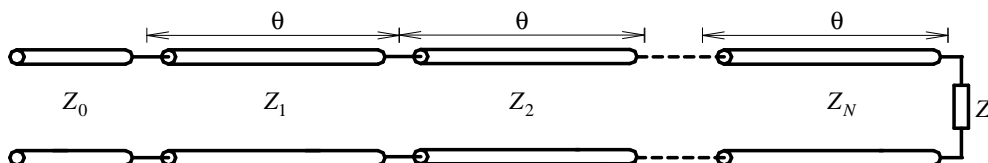
Четвртталасни трансформатор импедансе може се применити и за прилагођење комплексне импедансе, али се она прво мора трансформисати у чисто резистивну (додавањем огранка или концентрисаних реактанси). Пропусни опсег оваквог прилагођења биће, међутим, мањи од пропусног опсега за исту, али фреквенцијски независну импедансу. (Препоручује се читаоцу да ово провери на примеру.)



Слика 7.33. Фреквенцијска карактеристика четвртталасног трансформатора импедансе за $Z = 4Z_0$.

7.7. Широкопојасна прилагођења помоћу четвртталасних секција водова

Ако се за трансформацију чисто резистивне импедансе примени не једна, већ две или више четвртталасних секција водова може се добити широкопојасно прилагођење. Ово је илустровано на слици 7.34. Карактеристичне импедансе водова треба да се мењају постепено. На пример, за $Z_0 < Z$ треба да буде $Z_0 < Z_1 < Z_2 < \dots < Z$. Избором одговарајућих карактеристичних импеданси могу се остварити различите фреквенцијске зависности прилагођења. Ова проблематика, стога, залази и у област синтезе филтара.



Слика 7.34. Четвртталасне секције вода као широкопојасни трансформатор импедансе ($\theta = \pi/2$).

При анализа и синтези трансформатора импедансе овога типа, а у циљу поједностављења извођења, стандардно се користи апроксимација малих рефлексија. У том циљу посматрајмо секцију вода електричне дужине θ завршену резистивним потрошачем импедансе Z , као на слици 7.35. Парцијални коефицијенти рефлексије и трансмисије су

$$\rho_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad \rho_2 = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = -\rho_1, \quad \rho_3 = \frac{Z - Z_2}{Z + Z_2}, \quad (7.1)$$

$$T_{21} = 1 + \rho_1, \quad T_{12} = 1 + \rho_2 = 1 - \rho_1. \quad (7.2)$$

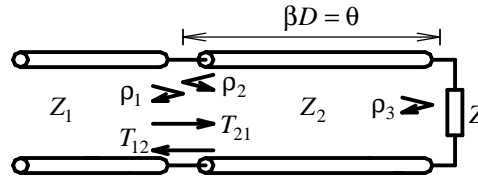
Ефективни коефицијент рефлексије на месту споја два вода може се добити посматрањем вишеструких рефлексија као

$$\rho = \rho_1 + T_{12} T_{21} \rho_3 e^{-j2\theta} \sum_{n=0}^{\infty} (\rho_2 \rho_3 e^{-j2\theta})^n = \rho_1 + \frac{T_{12} T_{21} \rho_3 e^{-j2\theta}}{1 - \rho_2 \rho_3 e^{-j2\theta}}. \quad (7.3)$$

Према апроксимацији малих рефлексија, усваја се да су модули свих коефицијената рефлексије много мањи од један. Када се у једначини (7.3) T_{12} , T_{21} и ρ_2 изразе само преко ρ_1 , користећи се формулама (7.1) и (7.2) и узме у обзир да је $|\rho_j \rho_k| \ll 1$, $j, k = 1, 2, 3$, добија се

$$\rho = \rho_1 + \rho_3 e^{-j2\theta}. \quad (7.4)$$

Овим су, у ствари, занемарене вишеструке рефлексије на воду.



Слика 7.35. Рефлексије и трансмисије на два суседна дисконтинуитета вода.

Аналогно, за низ од N секција једнаких електричних дужина (слика 7.34) добија се

$$\rho = \sum_{n=0}^N \rho_n (e^{-j2\theta})^n, \quad (7.5)$$

где је

$$\rho_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n}, \quad Z_{N+1} = Z. \quad (7.6)$$

Дакле, ρ је полином N -тог степена по променљивој $e^{-j2\theta}$. Одавде се види да је функција $\rho(\theta)$ периодична са периодом π . Ако се учестаност на којој је дужина секција једнака $\lambda_g/4$ означи са f_0 (централна учестаност), добија се

$$\theta = \frac{\pi f}{2 f_0}, \quad (7.7)$$

па је функција $\rho(f)$ периодична са периодом $2f_0$. Из апроксимације малих рефлексија такође следи

$$\rho_n = \frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1} + Z_n} \approx \frac{1}{2} \ln \frac{Z_{n+1}}{Z_n}, \quad (7.8)$$

јер су развоји функција $(x-1)/(x+1)$ и $(\ln x)/2$ у околини $x=1$ идентични до степена 2. Карактеристична вредност функције $\rho(\theta)$ добија се за $\theta=\pi$, тј. када су секције полуталасне. Тада се импеданса потрошача пресликава на ту исту импедансу, па је

$$\rho(\pi) = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}, \quad (7.9)$$

без обзира на број и карактеристичне импедансе секција. За $\rho(\pi)$ апроксимација малих рефлексива, према (7.5) и (7.8), даје

$$\rho(\pi) = \sum_{n=0}^N \rho_n = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^N \ln \frac{Z_{n+1}}{Z_n} = \frac{1}{2} \ln \frac{Z}{Z_0}, \quad (7.10)$$

што се добија и применом апроксимације (7.8) на формулу (7.9).

Често је погодно да парцијални коефицијенти рефлексива буду симетрични, $\rho_0 = \rho_N$, $\rho_1 = \rho_{N-1}$, $\rho_2 = \rho_{N-2}$, ... Овакав трансформатор назива се симетричан. Из (7.5) за њега се добија

$$\rho = 2e^{-jN\theta} [\rho_0 \cos N\theta + \rho_1 \cos (N-2)\theta + \dots]. \quad (7.11)$$

Последњи члан низа у (7.11) је за непарно N једнак $\rho_{(N-1)/2} \cos \theta$, а за парно N једнак $\frac{1}{2} \rho_{N/2}$. Овај низ је Фуријеов косинусни низ.

Избором ρ_n у формули (7.5) или (7.11), тј. избором карактеристичних импеданси секција, могу се остварити различите фреквенцијске карактеристике трансформатора. У наредним одељцима биће приказане две од њих које се често примењују у пракси, максимално равна (maximally flat) карактеристика и карактеристика са равномерним таласањем (equal-ripple). Одговарајући трансформатори називају се биномијални и Чебишевљев трансформатор.

7.7.1. Биномијални трансформатор импедансе

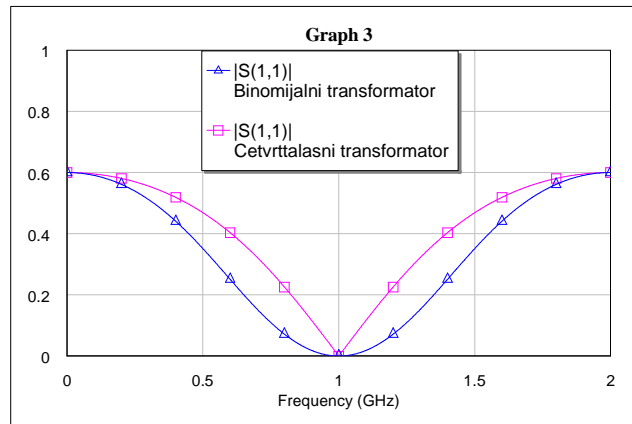
Максимално равна фреквенцијска карактеристика прилагођења помоћу четвртталасних секција постиже се ако функција $\rho(\theta)$, за дати број секција N , има у тачки $\theta = \pi/2$ нулу највишег могућег реда. То ће бити остварено ако је

$$\rho = A(1 + e^{-j2\theta})^N. \quad (7.12)$$

По облику функције $\rho(\theta)$ (степен бинома) овај трансформатор импедансе је и добио име. Константа A се одређује из услова $\rho(\pi) = \frac{1}{2}(\ln z) = A \cdot 2^N$. Затим се из формуле (7.8) добија рекурентна релација за карактеристичне импедансе секција нормализоване са Z_0 ,

$$z_{n+1} = z_n \cdot z^{\binom{2^N - n}{n}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad z_0 = 1, \quad (7.13)$$

где је $C_n^N = \binom{N}{n} = \frac{N!}{(N-n)!n!}$ биномни коефицијент. Због симетрије биномних коефицијената овај трансформатор је симетричан. Формула (7.13) може се са великом тачношћу применити за $0,5Z_0 < Z < 2Z_0$, а са нешто мањом тачношћу и изван овог опсега. На пример, за $N = 2$ и $z = 4$, добија се $z_1 = z^{1/4} = 1,41$ и $z_2 = z^{3/4} = 2,83$, што за $Z_0 = 50 \Omega$ даје $Z = 200 \Omega$, $Z_1 = 70,71 \Omega$ и $Z_2 = 141,42 \Omega$. Фреквенцијска карактеристика овог трансформатора приказана је на слици 7.36, у поређењу са карактеристиком обичног четвртталасног трансформатора. Препоручује се читаоцу да репродукује овај резултат у програму MWO, затим да изабере неку другу вредност за Z_2 (нпр. $Z_2 = 180 \Omega$), прорачуна Z_1 (тако да на централној учестаности трансформатор буде идеално пролагођен), нацрта одговарајући дијаграм и упореди га са оним на слици 7.36.



Слика 7.36. Фреквенцијска карактеристика биномијалног трансформатора са две секције ($N = 2$) за $Z = 4Z_0$ у поређењу са обичним четвртталасним трансформатором.

7.7.2. Чебишевљев трансформатор импедансе

Пропусни опсег трансформатора у облику секција водова може се проширити на рачун повећања средње вредности неприлагођења у пропусом опсегу. Наиме, ако се граница за модул коефицијент рефлексије означи са ρ_m , може се дозволити да унутар пропусног опсега фреквенцијска карактеристика осцилује (таласа се) између 0 и ρ_m . Тако се добија трансформатор са равномерним таласањем. Потребну карактеристику (равномерно таласање у одређеном опсегу) имају Чебишевљеви полиноми. Прва четири Чебишевљева полинома и рекурентна релација помоћу које се може генерисати Чебишевљев полином произвољног степена су

$$T_1(x) = x$$

$$T_2(x) = 2x^2 - 1$$

$$T_3(x) = 4x^3 - 3x$$

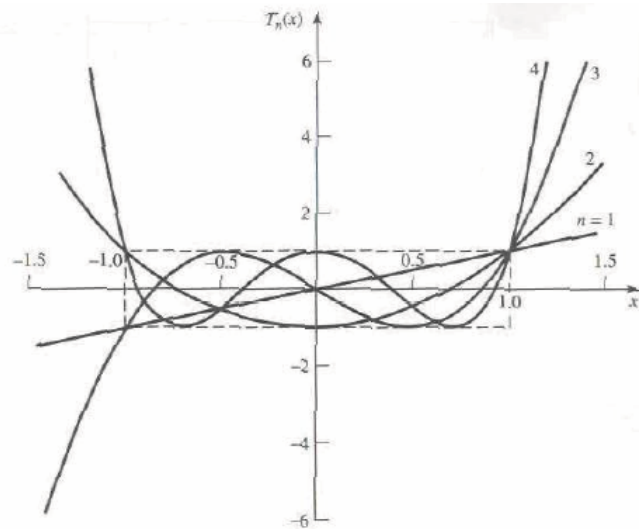
$$T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$$

$$T_N(x) = 2xT_{N-1} - T_{N-2}.$$

Ови полиноми имају особину да у интервалу $-1 < x < 1$ осцилују између -1 и 1 (слика 7.37). Полиноми парног степена су парне функције, а полиноми непарног степена су непарне функције. Сменом $x = \cos \theta$ ($-1 < x < 1$), Чебишевљеви полиноми могу се представити као

$$T_N(\cos \theta) = \cos N\theta, \quad 0 < \theta < \pi, \quad (7.14)$$

одакле је очигледно да за $-1 < x < 1$ важи $|T_N| < 1$, као и да се полином по независној променљивој $\cos \theta$ добија развијањем $\cos N\theta$ по степенима $\cos \theta$.



Слика 7.37. Прва четири Чебишевљева полинома.

Код синтезе Чебишевљевог трансформатора импедансе може се, на пример, задати број секција, N , и пропусни опсег задавањем угла θ_m тако да се интервал $\theta_m < \theta < \pi - \theta_m$ пресликава у интервал аргумента Чебишевљевог полинома $-1 < x < 1$.¹ Одговарајућа смена је $x = \cos \theta / \cos \theta_m$, па је потребан облик Чебишевљевог полинома

$$T_N \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_m} \right). \quad (7.15)$$

Овај полином могуће је развити у ред облика као у угластој загради формуле (7.11) (то значи и да је Чебишевљев трансформатор симетричан), па је коефицијент рефлексије

¹ Друга могућност је да се зада највећи дозвољен коефицијент рефлексије, ρ_m .

$$\rho(\theta) = \rho_m e^{-jN\theta} T_N \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_m} \right). \quad (7.16)$$

Константа ρ_m се добија посматрањем $\rho(\pi)$,

$$\rho(\pi) = \frac{1}{2} \ln z = \rho_m e^{-jN\pi} T_N(-\sec \theta_m) = \rho_m T_N(\sec \theta_m), \quad (7.17)$$

где је коришћена особина парности/непарности Чебишевљевих полинома и $\sec \alpha = \cos^{-1} \alpha$. Одавде се добија веза између пропусног опсега, максималног коефицијента рефлексије и броја секција,

$$\rho_m = \frac{\ln z}{2T_N(\sec \theta_m)}. \quad (7.18)$$

За одређивање карактеристичних импеданси секција треба изједначити десне стране формула (7.16) и (7.11),

$$\rho_m T_N \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_m} \right) = 2 \left[\rho_0 \cos N\theta + \rho_1 \cos(N-2)\theta + \dots \right], \quad (7.19)$$

што представља једнакост два полинома по $\cos \theta$, степена N . Парцијални коефицијенти рефлексије добијају се изједначавањем одговарајућих коефицијената ова два полинома. Затим се карактеристичне импедансе секција добијају применом формуле (7.8) као рекурентне релације,

$$z_{n+1} = z_n e^{2\rho_n}, \quad n = 0, \dots, N-1. \quad (7.20)$$

Пример. Конструисати Чебишевљев трансформатор са две секције, за прилагођење импедансе $z = 2$, са максималним коефицијентом рефлексије $\rho_m = 0,05$. **Решење.** Прво треба одредити θ_m . Из формуле (7.18) добија се

$$T_2(\sec \theta_m) = 2 \sec^2 \theta_m - 1 = \frac{\ln 2}{2 \cdot 0,05} \approx \frac{1}{3 \cdot 0,05} = 6,67,$$

одакле је $\theta_m = 1,04$. Релативни пропусни опсег добија се из једначине (7.7),

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta \theta}{\theta_0} = \frac{(\pi - \theta_m) - \theta_m}{\pi/2} = 0,675.$$

Парцијални коефицијенти рефлексије добијају се развијањем (7.19),

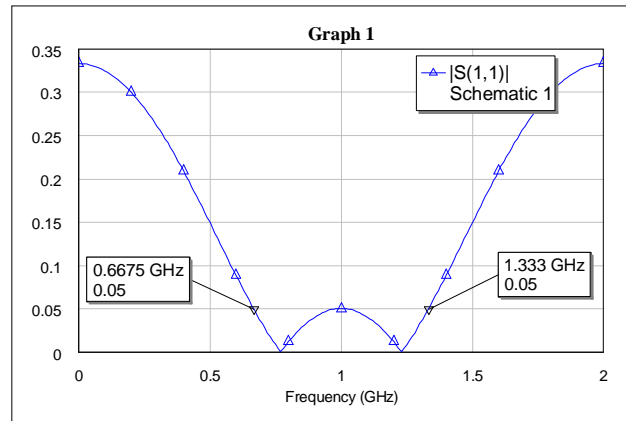
$$\rho_m T_2 \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_m} \right) = \rho_m \left[2 \left(\frac{\cos \theta}{\cos \theta_m} \right)^2 - 1 \right] = 2\rho_0 \cos 2\theta + \rho_1 = 2\rho_0 (2 \cos^2 \theta - 1) + \rho_1,$$

одакле је

$$\rho_0 = \frac{\rho_m}{2 \cos^2 \theta_m} = \rho_2 = 0,099, \quad \rho_1 = \rho_m \left(\frac{1}{\cos^2 \theta_m} - 1 \right) = 0,148,$$

$$z_1 = z_0 e^{2\rho_0} = e^{2\rho_0} = 1,219, \quad z_2 = z_1 e^{2\rho_1} = 1,639.$$

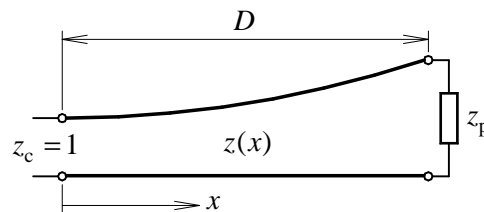
Егзактна фреквенцијска карактеристика овог трансформатора приказана је на слици 7.38. Стварни пропусни опсег је $\Delta f / f_0 = 0,6655$, што значи да његова приближна вредност (0,675) одступа од тачне за око 1,5%.



Слика 7.38. Фреквенцијска карактеристика Чебишевљевог трансформатора за $z = 2$, $N = 2$, $\rho_m = 0,05$, $f_0 = 1$ GHz.

7.8. Широкопојасна прилагођења помоћу водова са континуалном променом карактеристичне импедансе (тејперовани водови)

Код трансформатора импедансе у виду секција водова карактеристична импеданса се дуж вода мења скоковито. Други начин да се постигне прилагођење је да се карактеристична импеданса вода мења континуално (слика 7.39). Овакав нехомоген вод се назива и тејперован (*tapered*).



Слика 7.39. Трансформатор импедансе у виду тејперованог вода.

Код оваквих водова постављају се два задатка. Први је задатак анализе – да се за задати тејпер (тј. функцију $z(x)$) одреди коефицијент рефлексije, $\rho(f)$, на улазу у вод.

Други, значајнији задатак је синтеза – да се за жељену фреквенцијску карактеристику коефицијента рефлексије, $\rho(f)$, одреди потребан тејпер $z(x)$.

Ако се тејперован вод замисли као вод са великим бројем врло кратких секција, може се применити апроксимација малих рефлексија. Генерализацијом формула (7.8) и (7.4) добија се да је коефицијент рефлексије на месту мале промене нормализоване карактеристичне импедансе, dz , једнак

$$d\rho_0 = \frac{z + dz - z}{z + dz + z} \approx \frac{dz}{2z} = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (\ln z) dx. \quad (7.21)$$

Овај коефицијент рефлексије пресликан на почетак вода је

$$d\rho = d\rho_0 e^{-j2\beta x} = e^{-j2\beta x} \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (\ln z) dx, \quad (7.22)$$

где је $\beta = 2\pi f / c_\phi$. Сабирањем рефлексија дуж читавог вода добија се коефицијент рефлексије на почетку вода,

$$\rho(\beta) = \frac{1}{2} \int_0^D e^{-j2\beta x} \frac{d}{dx} (\ln z) dx. \quad (7.23)$$

Обрнут задатак је знатно тежи и најчешће се решава применом Фуријеове трансформације [Col01]. Описаћемо сада три често коришћена тејпера.

7.8.1. Експоненцијални тејпер

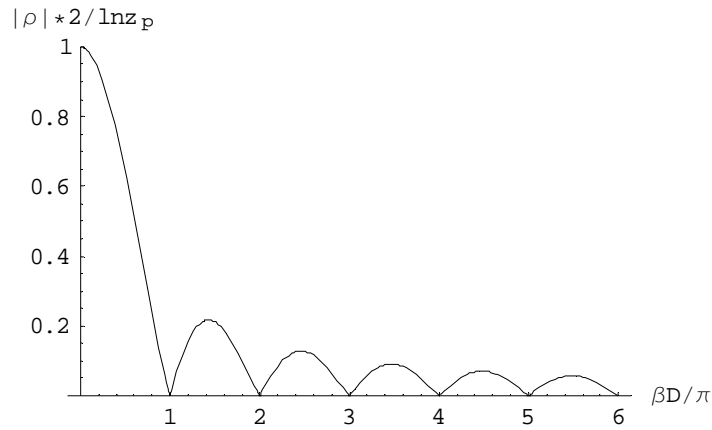
Код овог тејпера карактеристична импеданса вода се мења експоненцијално,

$$z(x) = e^{\alpha x}, \quad \alpha = \frac{1}{D} \ln z_p. \quad (7.24)$$

Из (7.23) и уз претпоставку да β не зависи од z (што генерално важи само за ТЕМ талас) добија се

$$\rho(\beta) = \frac{1}{2} \ln z_p e^{-j\beta D} \frac{\sin \beta D}{\beta D}. \quad (7.25)$$

Са слике 7.40. се види да је пожељно да дужина тејпера буде већа од $\lambda_g / 2$, како би се избегло неприлагођење на нижим учестаностима.



Слика 7.40. Фреквенцијска зависност коефицијента рефлексије експоненцијалног тејпера.

7.8.2. Троугаони тејпер

Код овог тејпера $d(\ln z)/dx$ је троугаона функција,

$$\frac{d(\ln z)}{dx} = \begin{cases} 4 \frac{x}{D^2} \ln z_p & 0 \leq x \leq \frac{D}{2} \\ 4 \frac{D-x}{D^2} \ln z_p & \frac{D}{2} \leq x \leq D. \end{cases} \quad (7.26)$$

Коефицијент рефлексије је

$$\rho(\beta) = \frac{1}{2} e^{-j\beta D} \ln z_p \left[\frac{\sin(\beta D/2)}{\beta D/2} \right]^2. \quad (7.27)$$

Овај тејпер у пропусном опсегу има мање врхове од експоненцијалног. Међутим, његова прва нула је за $\beta D = 2\pi$, док је код експоненцијалног за $\beta D = \pi$.

7.8.3. Чебишевљев тејпер

Поставља се питање који тејпер је, за задату дужину вода D , оптималан у смислу минималног коефицијента рефлексије у пропусном опсегу. У овом смислу оптималан тејпер се добија полазећи од Чебишевљевог трансформатора импедансе и пуштајући да при константној укупној дужини трансформатора, D , број секција тежи бесконачности. Тако добијени тејпер назива се Чебишевљев [Col65] или Клопфенштајнов [Кло56]. Логаритам нормализоване карактеристичне импедансе овог тејпера дат је формулом

$$\ln z = \frac{1}{2} \ln z_p + \frac{\rho_0}{\text{ch } A} A^2 \phi\left(\frac{2x}{D} - 1, A\right), \quad (7.28)$$

где је

$$\phi(x, A) = -\phi(-x, A) = \int_0^x \frac{I_1(A\sqrt{1-y^2})}{A\sqrt{1-y^2}} dy, \quad |x| < 1, \quad (7.29)$$

а $I_1(x)$ модификована Беселова функција. Коefицијент рефлексije је

$$\rho(\beta) = \rho_0 e^{-j\beta D} \frac{\cos \sqrt{(\beta D)^2 - A^2}}{\operatorname{ch} A}, \quad \beta D \geq A. \quad (7.30)$$

За $\beta D < A$ у једначини (7.30) $\cos \sqrt{(\beta D)^2 - A^2}$ треба заменити са $\operatorname{ch} \sqrt{A^2 - (\beta D)^2}$. Овде је ρ_0 коefицијент рефлексije на нултој учестаности (тј. за $\beta \rightarrow 0$),

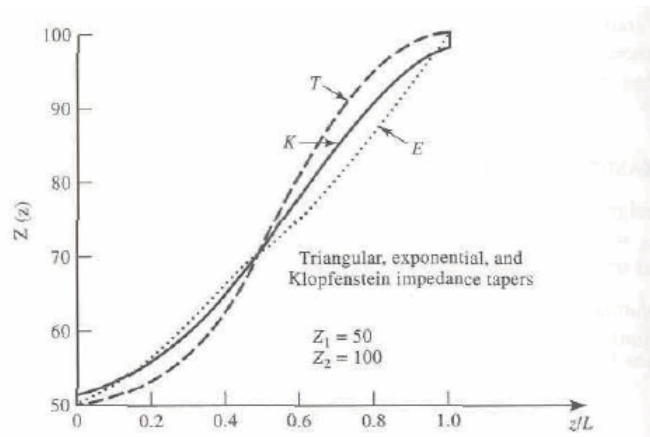
$$\rho_0 = \frac{z_p - 1}{z_p + 1} \approx \frac{1}{2} \ln z_p. \quad (7.31)$$

Пропусни опсег је дефинисан релацијом $\beta D > A$, а максималан коefицијент рефлексije у пропусном опсегу износи

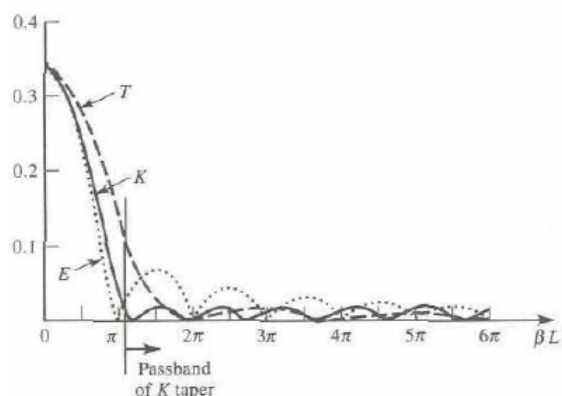
$$\rho_m = \frac{\rho_0}{\operatorname{ch} A}. \quad (7.32)$$

Осцилације коefицијента рефлексije у пропусном опсегу Чебишевљевог тејпера су, као и код Чебишевљевог трансформатора, једнаких амплитуда.

Упоредни дијаграми карактеристичне импедансе и фреквенцијске карактеристике експоненцијалног, троугаоног и Чебишевљевог тејпера приказани су на слици 7.41.



(a)



(б)

Слика 7.41. (а) Облик карактеристичне импедансе и (б) фреквенцијске карактеристике експоненцијалног (E), троугаоног (T) и Чебишевљевог (Клопфенштајновог) тејпера (K).

7.9. Пројектовање широкопојасних прилагођења оптимизацијом и хеуристичком синтезом

И поред постојања неколико стандардних метода за пројектовање мрежа за широкопојасна прилагођења које се одликују систематским алгоритамским приступом, у пракси микроталасног инжењера често постоји потреба да се мрежа за широкопојасно прилагођење пројектује на друге начине. При томе се често користе рачуарска оптимизација и хеуристички методи. Код оптимизационих метода се, за усвојену мрежу за прилагођење, оптимизују променљиви параметри (нпр. вредности концентрисаних компоненти, дужине огранака и секција водова) са циљем да се у задатом фреквенцијском опсегу постигне жељени коефицијент стојећих таласа. Код хеуристичке методе синтезе се, на основу карактеристика потрошача, општих особина електричних мрежа и искуства пројектанта мрежа за прилагођење пројектује сукцесивним променама облика мреже и подешавањем њених параметара. Последња фаза ове методе може бити и оптимизација финалне конфигурације мреже.

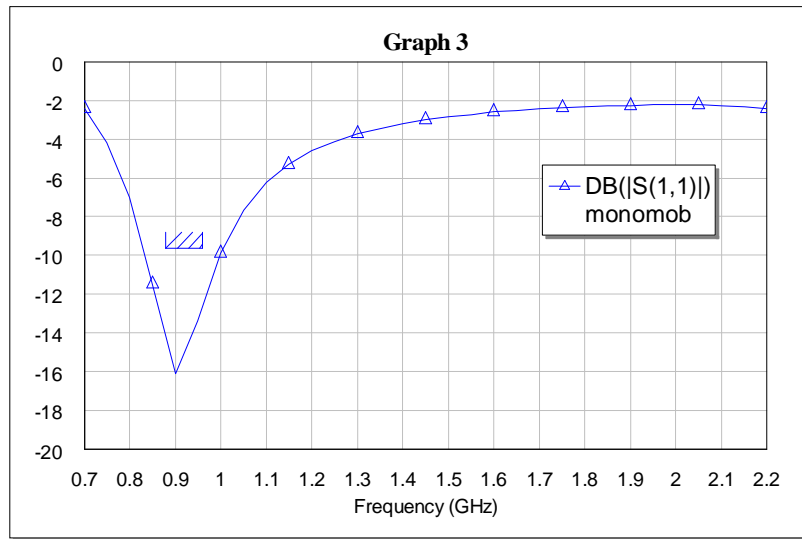
У наредним одељцима биће приказан по један пример широкопојасног прилагођења путем оптимизације и путем хеуристичке синтезе.

7.9.1. Пројектовање мреже за прилагођење оптимизацијом

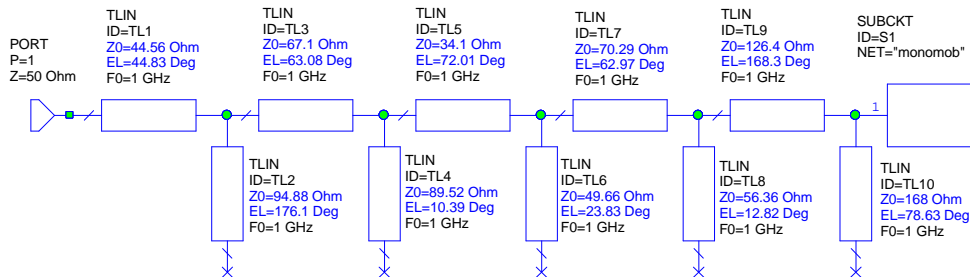
Антене се релативно често пројектују са циљем да преносе сигнале у два или више опсега учестаности. Пример за то су антене за мобилну телефонију (у неколико опсега) које се некада комбинују и са GPS (*Global Positioning System*). У овом примеру потребно је пројектовати танку монопол антену са мрежом за прилагођење ($Z_0 = 50 \Omega$) за опсеге

880–960 MHz и 1700–1900 MHz (GSM и DCS опсежи за мобилну телефонију), уз услов $\rho_m = -9,6 \text{ dB}$ ($VSWR_{\max} = 2$).

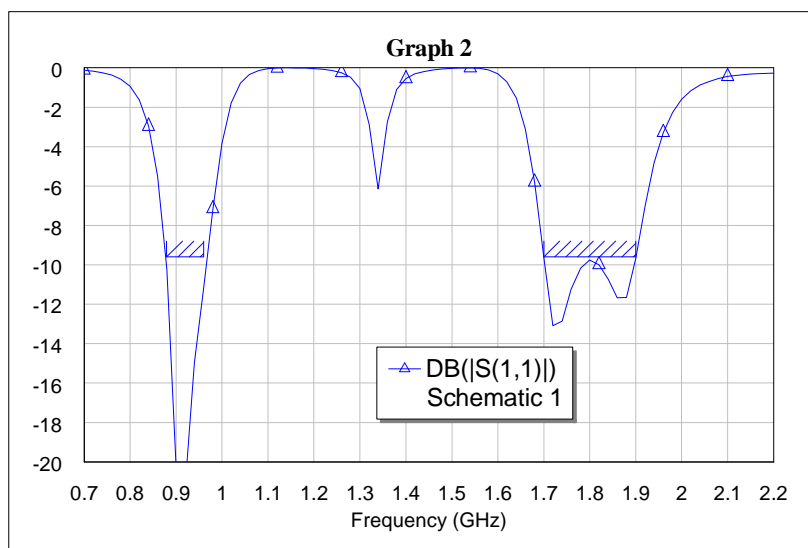
Прво је пројектована монопол антена тако да буде резонантна (а тиме и добро прилагођена) на учестаности приближно једнакој централној учестаности доњег опсега. Овај услов одредио је висину антене од $h = 8 \text{ cm}$. Полупречник антене изабран је да буде $a = 2 \text{ mm}$. Коefицијент рефлексије ове антене, прикључене на 50-омски вод приказан је на слици 7.42. Види се да је задатак мреже за прилагођење да обезбеди прилагођење у горњем фреквенцијском опсегу, а да при томе не поквари прилагођење у доњем опсегу. Затим је одабрана конфигурација мреже за прилагођење са отвореним огранцима (слика 7.43). Број огранака је sukcesивно повећаван и у сваком кораку је вршена оптимизација (у програму MWO), све док са $N = 5$ огранака није задовољен задати коefицијент рефлексије у оба опсега (слика 7.44).



Слика 7.42. Коefицијент рефлексије монопол антене прикључене на 50-омски вод.



Слика 7.43. Мрежа за прилагођење монопол антене.



Слика 7.44. Коefицијент рефлексије монопол антене са мрежом за прилагођење.

8. Микроталасни филтри

8.1. Појам филтра и основне величине

Електрични филтри су мреже са два или више приступа селективне по учестаности. Њихов основни задатак је да сигнале неких учестаности добро пропуштају, а да сигнале других учестаности слабе. Филтри обично слабе сигнал тако што га рефлектују. Постоје и примене у којима је задатак филтра да уобличи фазу улазног сигнала.

За анализу и пројектовање филтара од основне важности је трансфер функција, која се дефинише као количник комплексних представника величина на излазу и улазу филтра. Трансфер функција филтра, у ознаци $H(s)$, је функција комплексне учестаности $s = \sigma + j\omega$, у домену Лапласове (Laplace) трансформације. Трансфер функција на оси учестаности, $H(j\omega)$, је фреквенцијски одзив, који се обично представља преко амплитудског одзива $M(\omega) = |H(j\omega)|$ и фазног одзива $\Phi(\omega) = \arg(H(j\omega))$ као $H(j\omega) = M(\omega)\exp(j\Phi(\omega))$. Графици $M(\omega)$ и $\Phi(\omega)$, у функцији угаоне учестаности ω или учестаности $f = \omega/(2\pi)$, су фреквенцијске карактеристике. График $M(\omega)$ назива се амплитудска карактеристика, а график $\Phi(\omega)$ фазна карактеристика.

Групно кашњење је негативан извод фазног одзива по угаоној учестаности, $\tau(\omega) = -d\Phi(\omega)/d\omega$, а одговарајући график је карактеристика групног кашњења.

Амплитудска карактеристика се обично црта у децибелима (dB), што се некада зове ниво, $M_{dB}(\omega) = 20\log_{10} M(\omega)$, а фреквенцијска оса може бити линеарна или логаритамска. Ако се на апсциси црта $\log_{10}(\omega/(\text{rad/s}))$ или $\log_{10}(f/\text{Hz})$ карактеристика се црта у фреквенцијским декадама, а ако је основа логаритма 2, онда у октавама.

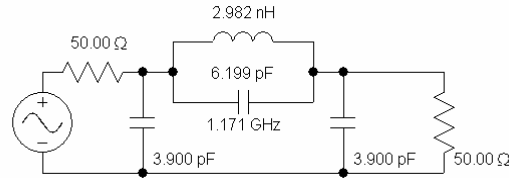
Фазна карактеристика се некада црта у степенима ($^\circ$), $\Phi_{deg}(\omega) = \Phi(\omega)180/\pi$.

Фреквенцијске карактеристике се цртају и као упрошћени приближни графици састављени од изломљених линија, који се називају Бодеови (Bode) дијаграми.

Количник Лапласових трансформација величине на улазу и величине на излазу филтра, назива се слабљење (attenuation). Реципрочна вредност слабљења је појачање (gain, amplification).

Трансфер функција филтра са концентрисаним елементима је рационална функција по s са реалним коефицијентима, $H(s) = N(s)/D(s)$, где су $N(s)$ и $D(s)$ полиноми. Нуле трансфер функције су решења једначине $N(s) = 0$, а полови трансфер функције су решења једначине $D(s) = 0$. Реални коефицијенти трансфер функције указују на то да се комплексне нуле и полови јављају у комплексно-конјугованим паровима.

Пример. На слици 8.1 приказан је филтар са концентрисаним елементима (начињен од калема и кондензатора), прикључен на реални напонски генератор и затворен резистивним потрошачем. Одредити трансфер функцију овог филтра, дефинисану као количник комплексних представника напона потрошача и емс генератора. Затим одредити нуле и половине ове трансфер функције.



Слика 8.1. Пример филтра са концентрисаним елементима.

Решење. Методом потенцијала чворова, или на неки други начин, решава се коло и добија се трансфер функција

$$H(s) = \frac{3,901 \cdot 10^9 s^2 + 2,11 \cdot 10^{29}}{s^3 + 6,355 \cdot 10^9 s^2 + 4,745 \cdot 10^{19} s + 2,11 \cdot 10^{29}}$$

Види се да је трансфер функција рационална функција по s са реалним коефицијентима. Нуле трансфер функције су $s_{z1,2} = \pm j7,355 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$. Полови трансфер функције су $s_{p1} = -5,128 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$, $s_{p2,3} = (-0,613 \pm j6,385) \cdot 10^9 \text{ rad/s}$. (Шема филтра, трансфер функција, нуле и полови, добијени су помоћу програма Filter Solutions.)

Фактор добротe (Q -фактор) комплексног пола s_p је $Q = -|s_p| / (2\text{Re}(s_p))$. Слично се дефинише Q -фактор комплексне нуле. Трансфер функција која нема нуле некада се назива полиномска. Трансфер функција се може представити преко полова, нула и мултипликативне константе, $H(s) = H_0 ((s - s_{z1})(s - s_{z2})...) / ((s - s_{p1})(s - s_{p2})...)$. Ред трансфер функције је степен имениоца $D(s)$, а он се назива и ред филтра.

Импулсни одзив је инверзна Лапласова трансформација трансфер функције, односно одзив филтра (у временском домену) на јединичну импулсну побуду (Дираков δ -импулс). Импулсни одзив је истовремено и инверзна Фуријеова трансформација фреквенцијског одзива.

Одскочни одзив је одзив филтра на јединичну одскочну побуду (Хевисајдову побуду).

Може се рећи да су електрични филтри линеарне временски-непроменљиве мреже без независних извора чије комплексне функције мреже¹ задовољавају постављене услове. На пример, модул трансфер функције на имагинарној оси (оси учестаности) треба да има малу вредност у задатом опсегу учестаности, групно кашњење треба да буде константно у задатом опсегу учестаности, номиналне импедансе приступа треба да буду 75Ω итд. Микроталасни филтри су најчешће пасивне реципрочне мреже са два приступа, а трансфер функције су по правилу параметри расејања (s -параметри), на пример s_{21} за филтар са два приступа.

Пројектовање (design) филтра је поступак од више корака чији је први корак постављање услова које филтар треба да задовољи (спецификација). На основу спецификације се бира трансфер функција (апроксимација) и изводи шема са идеалним елементима. Апроксимација и добијена шема са идеалним елементима чине синтезу филтра. Идеални елементи се замењују моделима стварних компоненти циљне технологије, чиме се добија симулациони модел филтра. Утицај толеранција, паразитних ефеката и других несавршености на карактеристике филтра се проучавају (студија имперфекције) и на основу њих се коригује синтеза. Параметри симулационог модела се могу појединачно подешавати (fine tuning, trimming, "тримовање"). Неки или сви параметри модела се могу нумерички систематски мењати у циљу задовољења постављених услова (оптимизација). Оптимизација у којој се вредности параметара мењају као случајни бројеви назива се Монте Карло (Monte Carlo) оптимизација.

Лабораторијски прототип филтра је физичка направа (хардвер). На њему се мери фреквенцијски одзив ради потврђивања да филтар задовољава спецификацију, као и ради евентуалног подешавања филтра и корекције симулационог модела.

Резултати мерења, заједно са описом осталих корака, чине пројектну документацију.

Сложени рачунарски програми (софтверски алати, као што су Agilent ADS, Ansoft Designer, AWR Microwave Office, Eagleware Genesys и WIPL-D Microwave) неопходни су за пројектовање савремених микроталасних филтара. За најверније симулационе моделе филтра користе се програми за тродимензионалну електромагнетску (3D EM) симулацију, као што су, на пример, WIPL-D Professional, Zeland IE3D и Ansoft HFSS.

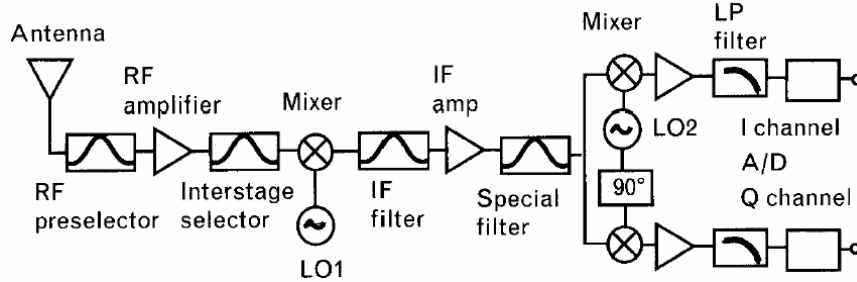
Оптимизација и подешавање су незаобилазан корак у практичном пројектовању микроталасног филтра јер се реалне компоненте на микроталасним учестаностима могу описати само сложеним изразима, па је немогуће аналитички повезати параметре синтезе и параметре симулационог модела. Подешавају се и симулациони модел филтра и лабораторијски прототип.

Микроталасни практичари, као и део савремених аутора микроталасних књига и радова, користе слободнију терминологију и жаргон. Тако се у литератури може наћи да је трансфер функција и $H(s)$ и $H(j\omega)$. Такође, термин „фреквенцијске карактеристике“ се користи и за аналитичке изразе и за одговарајуће графике. Учестаност често значи и угаону учестаност у rad/s и учестаност у Hz, а у америчкој литератури се може наћи да је ω radian-frequency а да је f Hertz-frequency.

Микроталасни филтри су присутни у практично свим иоле сложенијим уређајима и њихово пројектовање је специјализована област RF и микроталасне технике.

¹ Комплексна функција мреже је количник два комплексна представника у посматраном електричном колу.

Примењују се у уређајима комуникационих система, радарских система, сателитских система, мерне опреме, система аутоматског управљања, медицинске опреме, рачунарске инфраструктуре, бежичног Интернета, GPS, WLAN, WiMAX и Bluetooth система итд. Једна примена филтара приказана је на слици 8.2.

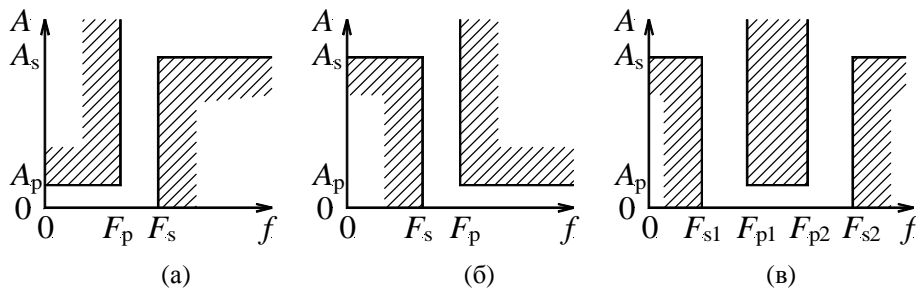


Слика 8.2. Примена филтара у комуникационом уређају [Bes03].

У наредним одељцима ћемо посматрати микроталасне филтре са два приступа и подразумеваћемо да су то линеарне временски-непроменљиве реципрочне пасивне мреже без губитака. Сматраћемо да је на излазу филтара резистивни потрошач, а да је побуда реални генератор резистивне унутрашње импедансе.

8.1.1. Спецификација

Скуп услова које филтар треба да задовољи назива се спецификација. Основну спецификацију чини спецификација амплитудског одзива. Задаје се област у којој треба да буде амплитудска карактеристика. Границе ове области чине габарит. На слици 8.3 су приказане најчешће амплитудске спецификације за унето слабљење филтра.



Слика 8.3. Амплитудска спецификација (унето слабљење) за: (а) пропусник ниских учестаности, (б) пропусник високих учестаности, (в) пропусник опсега учестаности.

Спецификација филтра пропусника ниских учестаности (lowpass, LP) је приказана на слици 8.3а. Опсег $0 < f < F_p$ је пропусни опсег (passband) и у њему је највеће дозвољено слабљење A_p . Опсег $f > F_s$ је непропусни опсег (stopband) и у њему је

најмање дозвољено слабљење A_s . Међуопсег $F_p < f < F_s$ је прелазни опсег (transition), чија ширина дефинише селективност филтра.

Спецификација филтра пропусника високих учестаности (highpass, HP) је дата на слици 8.3б. Пропусни опсег је $f > F_p$, а слабљење у њему треба да буде мање од A_p . Непропусни опсег је $0 < f < F_s$, а слабљење у њему треба да је веће од A_s . Прелазни опсег је $F_s < f < F_p$.

Филтар пропусник опсега учестаности (bandpass, BP) је специфициран као на слици 8.3в. Пропусни опсег је $F_{p1} < f < F_{p2}$, а највеће слабљење у њему треба да је A_p . Непропусни опсег је $0 < f < F_{s1} \vee f > F_{s2}$, а најмање слабљење у њему треба да је A_s . Постоје два прелазна опсега, $F_{s1} < f < F_{p1}$ и $F_{p2} < f < F_{s2}$. Другачија спецификација задаје средишњу учестаност $F_0 = (F_{p1} + F_{p2})/2$ и ширину пропусног опсега $\Delta F = F_{p2} - F_{p1}$, или релативну ширину пропусног опсега $b = \Delta F/F_0$ која се изражава и у процентима $b_{\%} = 100b$.

Поред основних спецификација са слике 8.3 постоје и многе друге, на пример, спецификација филтра непропусника учестаности чији је пропусни опсег $f < F_{p1} \vee F_{p2} < f$. Такође, филтар који пропушта сигнале свих учестаности описује се бесконачно широким пропусним опсегом, а назива се свепропусник учестаности (allpass, AP).

Спецификација се може исказати и преко стрмине карактеристике у прелазној области. Такође, може се захтевати да на неким учестаностима слабљење буде изразито велико.

Део спецификације могу бити и габарити за фазну карактеристику и карактеристику групног кашњења.

Номиналне импедансе приступа су неопходан податак у спецификацији микроталасног филтра. Оне су практично отпорност генератора и отпорност потрошача.

У спецификацији микроталасног филтра обично се задаје габарит за параметре расејања $s_{21}(j\omega)$ и $s_{11}(j\omega)$. Ако је филтар несиметричан, специфицира се и $s_{22}(j\omega)$. Обично се у пропусном опсегу захтева да неприлагођење (return loss), $-20\log_{10} |s_{11}(j\omega)|$, односно $-20\log_{10} |s_{22}(j\omega)|$, буде што веће, рецимо веће од 14 dB. Такође се може специфицирати коефицијент стојећих таласа (voltage standing wave ratio, VSWR).

Спецификација може садржати захтеве за обликом импулсног одзива, одскочног одзива, или пренапона на елементима филтра. Пренапони су важни, на пример, ако се кондензатори реализују диодама, па велике промене напона кондензатора (диоде) могу значајно променити радну тачку, односно пројектовану капацитивност. Код филтара уграђених у уређаје врло великих снага пренапони могу да оштете кондензаторе.

Следећи корак у спецификацији филтра је дефинисање циљне технологије у којој ће филтар бити реализован. Треба знати шта је у пракси остварљиво, које компоненте су намењене за опсег радних учестаности филтра, да ли потребне компоненте могу да се набаве (купе, увезу) и које су стандардне вредности и толеранције. Потребно је знати да ли се прорачуната вредност компоненте може остварити једном стандардном компонентом или је потребно везивати компоненте у редно-паралелне везе.

Практична спецификација садржи температурни опсег и друге микроклиматске услове у којима филтар треба да има захтевано понашање. Такође, треба специфицирати снагу улазног сигнала, дисипацију компоненти и радне напоне или струје, односно електромагнетска поља.

У ширем смислу, спецификација може садржати максималну величину филтра (на пример, footprint код микрострип реализације), као и максималне трошкове (буџет) који је на располагању за куповину делова од којих се филтар прави.

8.1.2. Апроксимација

Апроксимација је аналитички израз фреквенцијског одзива који задовољава спецификацију и може да се оствари у пракси.

Апроксимација мора задовољити услов каузалности: импулсни одзив мора бити каузалан, тј. не може да почне пре побуде. Да ли је идеални нископропусни филтар, $H(j\omega) = 1$ за $|\omega| < \Omega$ и $H(j\omega) = 0$ за $|\omega| \geq \Omega$, остварљив? Није, јер је импулсни одзив некаузалан, што се једноставно показује израчунавањем инверзне Фуријеове (Fourier) трансформације².

Основна функција филтра је издвајање дела спектра улазног сигнала. Због тога апроксимација треба да буде фреквенцијски селективна функција.

Код пројектовања микроталасних филтара уобичајено је да се апроксимација прво тражи као функција која се може остварити мрежама са идеалним кондензаторима и калемовима, тј. LC-филтром. Трансфер функција LC-филтара је рационална по s . Квадрат амплитудског одзива, $|H(j\omega)|^2$, је парна рационална функција по ω^2 са реалним коефицијентима, па су основне апроксимације парне рационалне функције по ω^2 са реалним коефицијентима.

Апроксимација се често изражава као слабљење у dB и по правилу се задаје за филтар пропусник ниских учестаности. Из ове апроксимације се могу извести апроксимације за остале врсте филтара (пропуснике високих учестаности, пропуснике опсега учестаности, ...).

Најједноставнија апроксимација је Батервортова (Butterworth), слика 8.4а,

$$A_{\text{dB}}(\omega) = 10 \cdot \log_{10}(1 + (\omega/\omega_{3\text{dB}})^{2n}), \quad (8.1)$$

која има два параметра: кружну учестаност на којој је слабљење 3 dB ($\omega_{3\text{dB}}$)³ и ред апроксимације (n). Слабљење је монотono растућа функција и максимално равна у координатном почетку. Одговарајућа трансфер функција је реда n , има n полова и нема нула. Стрмина (селективност) је мала, што значи да је потребан велики ред да би се постигла већа селективност. Стрмина је око $6n$ децибела по октави (декада је око 3.3 октаве).

² Импулсни одзив је $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(j\omega)e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\Omega}^{+\Omega} e^{j\omega t} d\omega = \frac{\sin(\Omega t)}{\pi t}$ и није једнак нули за

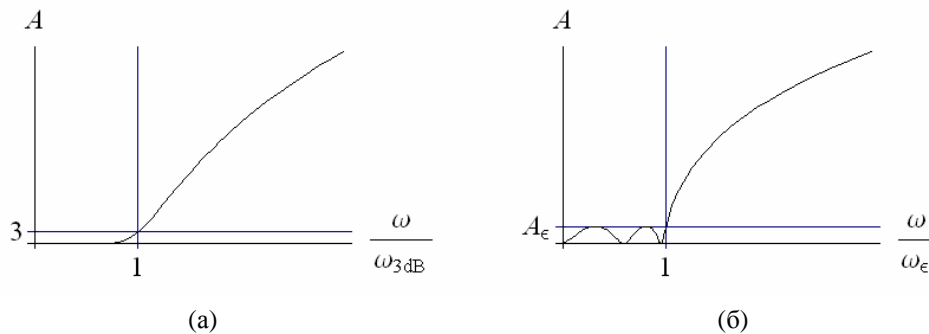
$t < 0$.

³ Ова учестаност не мора бити једнака граничној кружној учестаности филтра.

Чебишевљева (Chebyshev или Tschebyscheff) апроксимација, слика 8.4б, описана је изразом

$$A_{\text{dB}}(\omega) = 10 \cdot \log_{10}(1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega/\omega_\varepsilon)), \quad (8.2)$$

где је ω_ε гранична кружна учестаност пропусног опсега $0 < \omega < \omega_\varepsilon$, ε је сачинитељ таласности (ripple factor) који одређује највеће слабљење у пропусном опсегу $A_\varepsilon = A_{\text{dB}}(\omega_\varepsilon) = 10 \log_{10}(1 + \varepsilon^2)$, n је ред апроксимације, а $T_n(x)$ је Чебишевљев полином степена n . Највеће слабљење, A_ε , назива се и таласност. Слабљење је монотono растућа функција у непропусном опсегу $\omega > \omega_\varepsilon$, а осцилаторно се мења у пропусном опсегу. Одговарајућа трансфер функција је реда n , има n полова и нема нула. Стрмина је око $10n$ децибела по октави, боља је од Батервортове, што указује да је Чебишевљев филтар економичнији од Батервортовог јер исту селективност постиже за мањи ред. Ово је значајно јер број елемената реализованог филтра расте са редом апроксимације. За дати ред, Чебишевљев филтар има највећу селективност од свих филтара са апроксимацијом која је монотона у непропусном опсегу. Варијација групног кашњења у пропусном опсегу је већа од Батервортове.



Слика 8.4. (а) Батервортова и (б) Чебишевљева апроксимација.

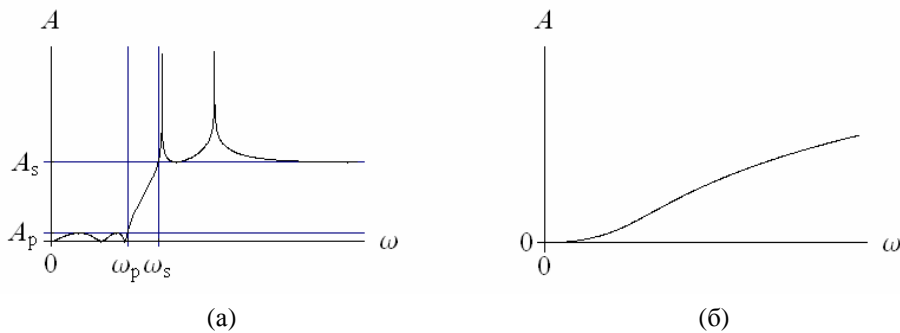
Елиптичка или Каурова (Cauer) апроксимација, слика 8.5а, има најмањи ред за задату селективност. Та апроксимација је дефинисана изразом

$$A_{\text{dB}}(\omega) = 10 \cdot \log_{10}(1 + \varepsilon^2 R_n^2(\omega/\omega_\varepsilon, \xi)), \quad (8.3)$$

где је ω_ε гранична кружна учестаност пропусног опсега $0 < \omega < \omega_\varepsilon$, ε одређује највеће слабљење у пропусном опсегу, n је ред апроксимације, а $R_n(x, \xi)$ је елиптичка рационална функција степена n са сачинитељем селективности ξ . Подробно објашњење елиптичке апроксимације се може наћи у [Lut01]. Одговарајућа трансфер функција је реда n , има n полова и n нула. Елиптичка апроксимација има осцилаторно променљиво слабљење у пропусном опсегу и једнаке минимуме слабљења у непропусном опсегу. Постојање нула указује да ће слабљење у непропусном опсегу имати бесконачне вредности на појединим учестаностима. За дати ред филтра, елиптичка апроксимација обезбеђује највећу селективност и највеће слабљење у непропусном опсегу, али је сложеност филтра већа, а реализација комплекснија од полиномских филтара (Батервортовог и Чебишевљевог).

Апроксимација са максимално равним групним кашњењем у пропусном опсегу је Беселова (Bessel), слика 8.5б. Фазна карактеристика је скоро линеарна у пропусном опсегу. Селективност Беселовог филтра је знатно мања од Батервортовог. Трансфер функција нема нула. Беселов филтар се одликује практично константним групним кашњењем у пропусном опсегу.

Апроксимација са равним групним кашњењем и амплитудском карактеристиком облика Гаусове расподеле је Гаусова (Gauss). Својства су јој слична Беселовој. Трансфер функција нема нула. Посебност ове апроксимације је одсечно одзив који нема премашења.



Слика 8.5. (а) Елиптичка и (б) Беселова апроксимација. Графици су цртани у размери, за исти ред апроксимације, да би се показале разлике у селективности.

Поред наведених, у литератури су предложене и друге апроксимације, као што су инверзна Чебишевљева (Chebyshev Type II), Лежандрова (Legendre), „подигнути косинус“, прилагођени филтар, итд. За микроталасне филтре, најважније апроксимације су Чебишевљева, елиптичка и апроксимација равног (константног) групног кашњења.

Из особине каузалности следи да су амплитудски и фазни одзив међусобно зависни, али то нећемо овде доказивати. Селективан амплитудски одзив по правилу значи неравномерније групно кашњење и обрнуто. Стрма амплитудска карактеристика условљава велике варијације групног кашњења.

Апроксимација може бити конструисана и полазећи од трансфер функције RLC -филтра, односно мреже са губицима. Једна реализација филтра са равним групним кашњењем, у коме постоје губици, је приказана у [Djo03].

У пракси, микроталасни филтри се праве од несавршених компоненти, па апроксимације дају само почетно решење за вредности параметара реализације, који ће ионако касније бити прорачунати подешавањем и оптимизацијом. Измерене фреквенцијске карактеристике лабораторијског прототипа, који задовољава спецификацију, ће се увек разликовати од апроксимације, а некада и изразито.

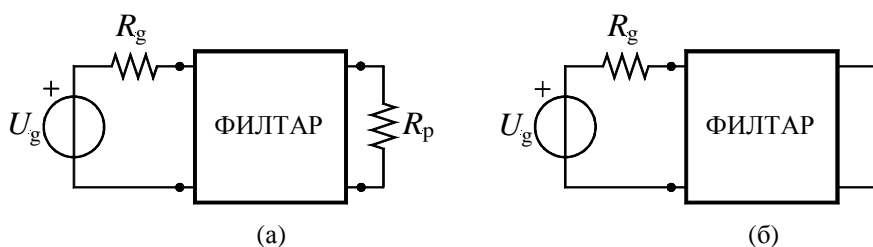
Теорија апроксимација је математички сложена и потпуно је изостављена у овом излагању. Разлог лежи у чињеници да су модерни софтверски алати потпуно аутоматизовали конструкцију апроксимација, тако да су мали изгледи да ће пројектант филтра правити своје програме за прорачун. Као примере програма за прорачун апроксимације наводимо бесплатан AADE Filter Design и професионални комерцијални Nuhertz Technologies Filter Solutions.

8.1.3. Шема филтра са идеалним елементима

За усвојену апроксимацију образује се електрична шема филтра са идеалним елементима, која задовољава спецификацију. Идеални елементи су кондензатор, калем, отпорник, трансформатор, секција вода и спрегнути водови.

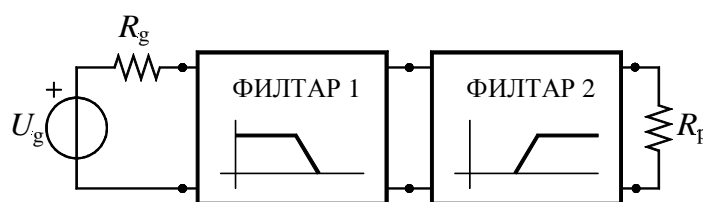
Основни задатак ове шеме је да оствари трансфер функцију одређену апроксимацијом. Следећи задатак је да оствари везу елемената (топологију) која је подесна за реализацију. На пример, у техници микроталасних водова отворени огранак је подеснији за реализацију од кратко спојеног.

Шема филтра са два приступа има општи облик као на слици 8.6. Потрошач и генератор су резистивни и најчешће имају исте отпорности, које су једнаке номиналним импедансама приступа филтра. Таква шема (слика 8.6а) се зове двоструко затворена (doubly terminated) и од највећег је интереса за микроталасне филтре. Шема је једноструко затворена (singly terminated) ако је излаз филтра отворен (отпорност потрошача бесконачна), као на слици 8.6б. Ако отпорности генератора и потрошача нису исте, шема представља истовремено и мрежу за трансформацију импедансе.



Слика 8.6. Општа шема реализације филтра са два приступа:
(а) двоструко затворена, и (б) једноструко затворена.

Шема са идеалним елементима може бити каскадна веза мрежа, као што је приказано на слици 8.7.



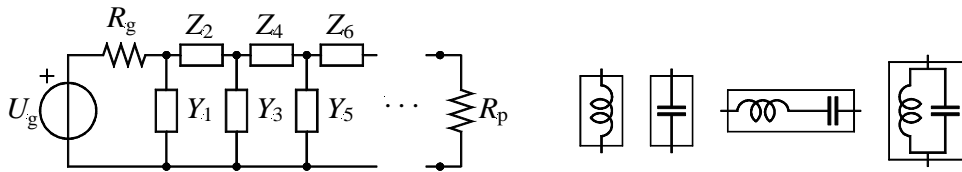
Слика 8.7. Општа каскадна шема филтра пропусника опсега.
Први филтар у каскади је пропусник ниских учестаности, а други филтар је пропусник високих учестаности.

Лествичаста шема је веза једноставних мрежа са једним приступом чија топологија подсећа на лествицу (слика 8.8). Мрежа са једним приступом, као градивни део лествице, може бити кондензатор, калем, редна веза кондензатора и калема и паралелна веза кондензатора и калема; у неким случајевима може бити и сложенија RLC веза. Лествичаста шема има најмању осетљивост на промену параметара елемената. За

дати ред апроксимације, лествичаста мрежа има најмање кондензатора и калемова, и каже се да је шема каноничка. Каноничка шема се често трансформише да би се добиле подесније топологије и параметри елемената за реализацију, број елемената се повећава, па се таква шема зове редундантна (има вишак елемената).

Прва мрежа (грана) лествичасте шеме може бити паралелна (као на слици 8.8) или редна.

Лествичаста шема је најважнија у пројектовању пасивних филтара. За Батервортову и Чебишевљеву апроксимацију постоје аналитички изрази из којих се одређују параметри елемената лествичасте шеме.



Слика 8.8. Лествичаста шема и најчешћи састав паралелних и редних мрежа.

Шема са секцијама водова полази од лествичасте LC -шеме и изводи се заменом кондензатора и калемова секцијама и огранцима водова без губитака.

Шема са идеалним елементима може садржати и водове (секције, огранке, или спрегнуте) и концентрисане елементе (кондензаторе, калемове и отпорнике).

Шеме са водовима суштински мењају фреквенцијски одзив описан апроксимацијом јер је фреквенцијска зависност једначина водова и концентрисаних елемената битно различита, а секције водова уносе нежељене пропусне опсеге услед периодичне промене s -параметара са учестаношћу.

Лествичасте мреже су преовлађујуће код микроталасних филтара. Одликују се једноставном топологијом, не садрже трансформаторе, и релативно су једноставне за подешавање трансфер функције.

Шеме са идеалним елементима без губитака су основ за пројектовање рефлексионих филтара. Они у непропусном опсегу рефлектују таласе (сигнале). У литератури су предложене и шеме са губицима (са отпорницима), које су основ за реализацију апсорпционих филтара, код којих се у непропусном опсегу енергија таласа апсорбује у отпорницима.

8.1.4. Реализација

Шема са идеалним елементима је апстракција из које је потребно конструисати физичку направу. Да би се то постигло, потребно је одабрати технику у којој ће филтар бити физички остварен⁴ и одговарајуће компоненте филтра⁵. Сваки елемент шеме са идеалним елементима замењује се реалном компонентом (реалном концентрисаном компонентом или секцијом реалног вода). Реалне компоненте уносе паразитне ефекте и

⁴ Нпр. техника тракастих или микротракастих водова, укључујући и параметре конкретног супстрата, или таласоводна техника, укључујући тип и димензије таласовода.

⁵ Нпр. тип конектора, или конкретне комерцијалне SMD компоненте.

друге несавршености. Да би се што верније предвиделе ове промене и опонашао рад реалног филтра, формира се шема са компонентама коју ћемо звати симулациони модел филтра. У њој је свака реална компонента замењена одговарајућом еквивалентном шемом (в. поглавље 5), или једначинама које описују њено понашање.

Симулациони модел филтра, заједно са потпуним описом потребним за његово практично прављење, у овој књизи ћемо звати реализација филтра, или скраћено реализација. Физичку направу, реални филтар, ћемо звати лабораторијски прототип⁶.

Познавање технологија и тржишта компоненти је пресудно за реализацију и треба да одговори на питања као што су: Који је опсег капацитивности и индуктивности расположивих SMD компоненти и колики су њихови губици (Q -фактори)? Која је најмања ширина проводника микрострипа? Која је најмања ширина процепа спрегнутих микрострип водова? Како утичу конектори и кућиште на понашање филтра? Који машински парк је расположив у лабораторији за развој и израду прототипа филтра? Ако циљна технологија постоји у свету, да ли је доступна пројектанту филтра и да ли је цена реализације одговарајућа?

Један од проблема у прорачуну реализације је адекватност описа компоненти. На пример, ако се кондензатор реализује варактор диодом, потребан је што вернији опис диоде и одговарајућа библиотека компоненти у софтверском алату који се користи за симулацију филтра. Некада се компонента прецизно симулира 3D EM софтвером (као што је WIPL-D Professional) који одређује s -параметре или неке друге величине, па се ти параметри узимају у симулацији. У неким случајевима се измере параметри компоненте, па мерни подаци улазе у симулациони модел.

Ако се филтар прави као самосталан уређај, у властитом кућишту, потребно је узети у обзир врсту и утицај конектора и кућишта.

Параметри симулационог модела се оптимизирају или појединачно подешавају да би се дотерао жељени фреквенцијски одзив који задовољава спецификацију.

Реализација подразумева и оптимизацију величине филтра, на пример, величину штампане плочице ако је реализација са концентрисаним SMD компонентама, или величину микрострип подлоге (footprint) на којој се налазе водови. У ери малих преносивих уређаја (на пример, PDA за GSM навигацију величине квадратног дециметра) физички габарит је незаобилазан део спецификације.

Цена реализације није строго инжењерски параметар, али постаје све присутнија у разматрању могућих реализација. Постоји анегдота са једног америчког електротехничког факултета да је професор на првом часу на табли написао знак долара и рекао да ће пројектовање бити у знаку тог симбола (цене). У уређајима широке потрошње (на пример, рачунарске компоненте) дешава се да буде погоднија јефтинија реализација са лошијим карактеристикама, него квалитетнија а скупља (која се тешко продаје).

Време предвиђено за развој и производњу филтра (time-to-market) је додатно ограничење за пројектанта филтра и по правилу је кратко, што значи да пројекат треба да се уради брзо и ефикасно. Лабораторијски прототип филтра треба да се пренесе у производњу као робусна направа, тако да у индустријској серијској производњи буде што мање шкарта. Поред оптимизације перформанси филтра, захтева се оптимизација серијске производње (минимизација шкарта) и ниска фабричка цена. Са гледишта

⁶ У литератури се под реализацијом често подразумева и физичка направа и шема филтра са компонентама.

производње, најбоље је да произведени филтар не треба додатно подешавати (no-tune design). Међутим, у неким случајевима је подешавање неизбежно, што поскупљује производњу.

У реализацију улази и разматрање удела цене развоја филтра: да ли се производи мала серија (цена развоја долази до изражаја) или је у плану велика серија (цена развоја је релативно мала, па апсолутни износ буџета развоја може бити већи).

У овој књизи ћемо давати примере реализације у техници микротракастих водова. Осим у овој, микроталасни филтри могу бити реализовани и у другим техникама, као што су, на пример, коаксијална и таласоводна.

8.1.5. Студија имперфекције

Замена идеалних елемената реалним (несавршеним) компонентама уноси нежељене (паразитне) ефекте. Паразитни ефекти изобличују фреквенцијске карактеристике, тако да се често мора кориговати синтеза (апроксимација + шема са идеалним елементима) да би се задовољила спецификација. Студија имперфекције (проучавање несавршености) помаже да се неке од несавршености благовремено узму у обзир, и у синтези и у реализацији. Наведимо неке конкретне случајеве од интереса за микроталасног практичара.

SMD компоненте којима реализујемо кондензаторе и калемове имају оточне паразитне капацитивности (реда 0,1 pF) које претежно настају услед прикључних места (pad), као и редне индуктивности (реда nH). На вишим учестаностима, за прецизне симулационе моделе, ове компоненте са два краја (једним приступом) се посматрају као мреже са два приступа описане s -параметрима које даје произвођач (в. слику 5.8).

У петом поглављу (слике 5.13 и 5.24) су приказане једноставне заменске (еквивалентне) шеме кондензатора и калема на микроталасним учестаностима. Q -фактор се обично моделује једначином облика $Q(f) = Q_0(f/f_0)^a$. Из шема се види да постоје паразитне (анти)резонансе, односно учестаности на којима компонента мења природу.

Q -фактор који одговара половима трансфер функције мора бити већи бар 5 пута од Q -фактора употребљених кондензатора и калемова да би утицај пола на фреквенцијску карактеристику дошао до изражаја. Кондензатори увек имају већи Q -фактор, односно мање губитке, па је са гледишта паразитних ефеката боље изабрати реализације са најмањим бројем калемова.

Нежељени пропусни опсези се увек јављају када се филтар реализује секцијама водова и таласовода. Прави микроталасни филтри (начињени од елемената са расподељеним параметрима) по правилу имају паразитне пропусне опсеге: филтри са полуталасним резонаторима на целобројном умношку средишње учестаности ($2f_0, 3f_0, 4f_0, \dots$), а филтри са четвртталасним резонаторима на непарним умношцима средишње учестаности ($3f_0, 5f_0, 7f_0, \dots$).

Ивични ефекти (на пример отворен микротракасти вод) уносе паразитне капацитивности које еквивалентно продужују вод, што треба узети у обзир код пројектовања резонатора.

Конектори уносе нежељене рефлексије и паразитно слабљење реда десетог дела децибела.

Због паразитних ефеката тешко је контролисати понашање карактеристике филтра преко одређене горње учестаности. Рецимо, тешко је направити филтар пропусник ниских учестаности код кога је карактеристика контролисана до преко десетак пута од граничне учестаности.

Проблеми се јављају код филтара за велике сигнале (велике снаге); губици узрокују повећану дисипацију (загревање), а може доћи и до пробоја диелектрика. Такође, појава пренапона (премашења) може бити критична — што је потребан ускопојаснији филтар, то је потребан већи Q -фактор, а тиме настају и већа премашења.

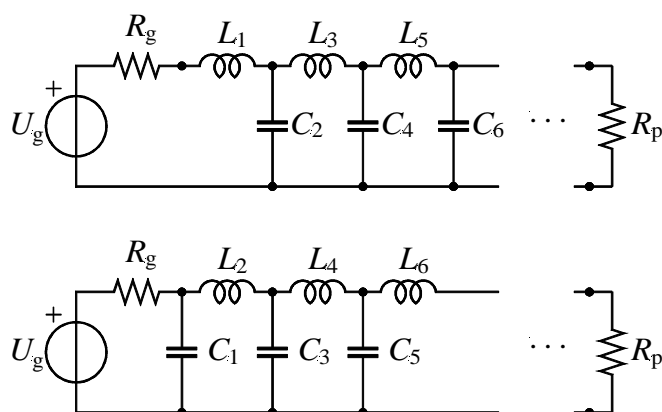
8.2. Прототип филтра и LC -лествичаста реализација

Прототип филтра⁷ је лествичаста LC -шема са идеалним елементима, филтра пропусника ниских учестаности (слика 8.9) граничне угаоне учестаности $\Omega_p = \Omega_{p, \text{proto}} = 1 \text{ rad/s}$, прикљученог на генератор унутрашње отпорности $R_g = R_{g, \text{proto}} = 1 \Omega$. За полиномску трансфер функцију, прототип има редне калемове и паралелне кондензаторе. За елиптичке трансфер функције, односно када постоје нуле трансфер функције, у прототипу се појављују редне и паралелне LC -мреже (слика 8.1). Први елемент може бити калем или кондензатор, односно редна или паралелна LC -мрежа. Број динамичких елемената (калемова и кондензатора, односно редних и паралелних LC -мрежа) је једнак реду апроксимације. Прототип је пример каноничке синтезе јер је број елемената најмањи могући за дати ред апроксимације

Параметри елемената прототипа, за различите апроксимације, дају се табеларно, тако да пројектант из таблица може сагледати опсеге параметара у функцији, на пример, реда филтра. За Батервортову и Чебишевљеву апроксимацију параметри елемената се могу израчунати и из експлицитних аналитичких израза који су функција параметара апроксимације. У општем случају, параметри елемената прототипа се израчунавају потпрограмима у оквиру микроталасних софтверских алата (као што је AWR Microwave Office (MWO) Filter Synthesis Wizard).

Параметри елемената прототипа ћемо обележавати индексом “proto”.

⁷ Разликовати прототип филтра (који је шема са идеалним елементима) од лабораторијског прототипа (који је физичка направа).



Слика 8.9. Лествичаста LC-шема са идеалним елементима филтра пропусника ниских учестаности.

Нормализовани параметри елемената прототипа са Батервортвом апроксимацијом су

$$\begin{aligned} g_0 &= 1, \\ g_i &= 2 \sin\left(\frac{2i-1}{2n}\pi\right), \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ g_{n+1} &= 1, \end{aligned} \quad (8.4)$$

$$\begin{aligned} L_{k,\text{proto}} &= g_k \frac{R_{g,\text{proto}}}{\Omega_{p,\text{proto}}} = g_k \cdot 1\text{H}, \\ C_{k,\text{proto}} &= g_k \frac{\Omega_{p,\text{proto}}}{R_{g,\text{proto}}} = g_k \cdot 1\text{F}, \end{aligned} \quad (8.5)$$

$$R_{p,\text{proto}} = g_{n+1} R_{g,\text{proto}} = g_{n+1} \cdot 1\Omega.$$

Уочимо да је отпорност генератора увек једнака отпорности потрошача ($g_0 = g_{n+1}$).

Нормализовани параметри елемената прототипа са Чебишевљевоом апроксимацијом су

$$\begin{aligned} z &= \ln\left(\text{cth}\frac{A_p[\text{dB}]}{17,37}\right), \quad x = \text{sh}\frac{z}{2n}, \\ a_i &= \sin\left(\frac{2i-1}{2n}\pi\right), \quad b_i = x^2 + \sin^2\frac{i\pi}{n}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ g_0 &= 1, \quad g_1 = 2\frac{a_1}{x}, \quad g_i = \frac{4a_{i-1}a_i}{b_{i-1}g_{i-1}}, \quad i = 2, 3, \dots, n, \\ g_{n+1} &= \begin{cases} 1, & n = 1, 3, 5, \dots \\ \text{cth}^2\frac{z}{4}, & n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \end{aligned} \quad (8.6)$$

$$L_{k,\text{proto}} = g_k \frac{R_{g,\text{proto}}}{\Omega_{p,\text{proto}}},$$

$$C_{k,\text{proto}} = g_k \frac{\Omega_{p,\text{proto}}}{R_{g,\text{proto}}}, \quad (8.7)$$

$$R_{p,\text{proto}} = \begin{cases} g_{n+1} R_{g,\text{proto}}, & \text{ако је последњи елемент кондензатор} \\ \frac{1}{g_{n+1}} R_{g,\text{proto}}, & \text{ако је последњи елемент калем.} \end{cases}$$

Уочимо да је отпорност генератора једнака отпорности потрошача ($g_0 = g_{n+1}$) само ако је ред апроксимације непаран ($n = 1, 3, 5, \dots$).

За остале апроксимације се могу из табела одредити g -параметри, па параметри елемената према једначинама (8.7). Као пример, на слици 8.10 је приказана класична табела која се користила за пројектовање филтара са равним (константним) групним кашњењем.

VALUE OF n	ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_6	ϵ_7	ϵ_8	ϵ_9	ϵ_{10}	ϵ_{11}	ϵ_{12}
1	2.0000	1.0000										
2	1.5774	0.4226	1.0000									
3	1.2550	0.5528	0.1922	1.0000								
4	1.0598	0.5116	0.3181	0.1104	1.0000							
5	0.9303	0.4577	0.3312	0.2090	0.0718	1.0000						
6	0.8377	0.4116	0.3158	0.2364	0.1480	0.0505	1.0000					
7	0.7677	0.3744	0.2944	0.2378	0.1778	0.1104	0.0375	1.0000				
8	0.7125	0.3446	0.2735	0.2297	0.1867	0.1387	0.0855	0.0289	1.0000			
9	0.6678	0.3203	0.2547	0.2184	0.1859	0.1506	0.1111	0.0682	0.0230	1.0000		
10	0.6305	0.3002	0.2384	0.2066	0.1808	0.1539	0.1240	0.0911	0.0557	0.0187	1.0000	
11	0.5989	0.2834	0.2243	0.1954	0.1739	0.1528	0.1296	0.1039	0.0761	0.0465	0.0154	1.0000

Note: Data by courtesy of L. Weinberg and the Journal of the Franklin Institute.⁹

Слика 8.10. Параметри елемената прототипа са Беселовом апроксимацијом ($g_0 = 1$, групно кашњење у пропусном опсегу је 1 s).

Из прототипа се може одредити LC -шема са идеалним елементима филтра пропусника ниских учестаности за произвољну отпорност генератора R_g и произвољну граничну кружну учестаност $\Omega_p = 2\pi F_p$,

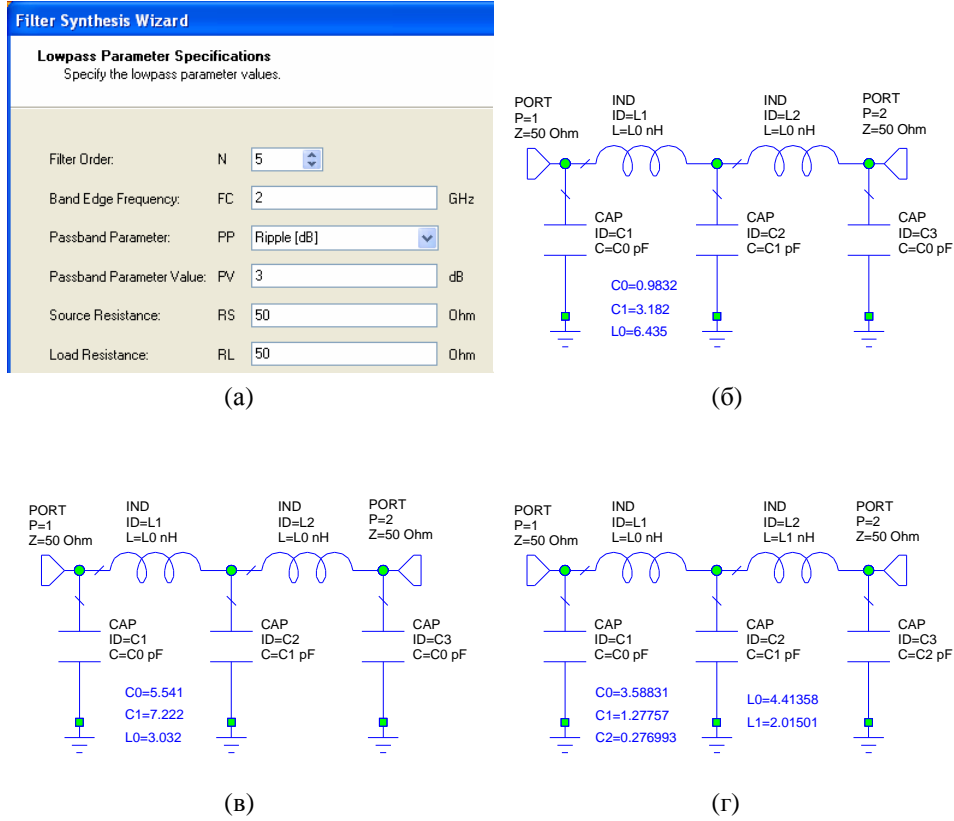
$$L_k = \frac{R_g}{R_{g,\text{proto}}} \frac{\Omega_{p,\text{proto}}}{\Omega_p} L_{k,\text{proto}}$$

$$C_k = \frac{R_{g,\text{proto}}}{R_g} \frac{\Omega_{p,\text{proto}}}{\Omega_p} C_{k,\text{proto}} \quad (8.8)$$

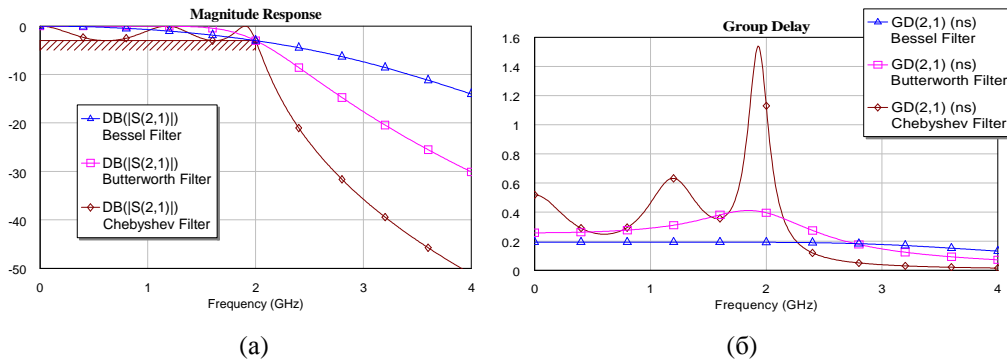
$$R_p = R_g R_{p,\text{proto}}$$

Пример. Одредимо LC -шему филтра пропусника ниских учестаности петог реда, $n = 5$, граничне учестаности $F_p = 2 \text{ GHz}$, највећег слабљења у пропусном опсегу $A_p = 3 \text{ dB}$ и отпорности генератора $R_g = 50 \Omega$. Упоредити амплитудску карактеристику и групно кашњење за Батервортову, Чебишевљеву и Беселову апроксимацију.

Решење. Користећи MWO Filter Synthesis Wizard добијене су шеме приказане на слици 8.11. Одговарајуће фреквенцијске карактеристике су на слици 8.12.



Слика 8.11. LC-шема филтра пропусника ниских учестаности (lowpass): (а) спецификација, (б) Батервортова, (в) Чебишевљева, (г) Беселова апроксимација.



Слика 8.12. Фреквенцијске карактеристике шема са слике 8.11: (а) амплитудска, (б) групног кашњења.

Читаоцу се препушта да на основу формула за параметре елемената провери резултате софтверске синтезе филтра.

Из прототипа се могу извести и друге LC -шеме, као на пример, шеме пропусника високих учестаности, пропусника опсега учестаности и непропусника опсега учестаности. Теоријски основ лежи у замени кружне учестаности ω подесном функцијом од ω у фреквенцијском одзиву. Не улазећи у математичка извођења, навешћемо само конкретне поступке за прорачун.

LC -шема филтра пропусника високих учестаности изводи се из прототипа тако што се сваки паралелни кондензатор прототипа замени калемом индуктивности

$$L_{k,HP} = \frac{R_g}{R_{g,proto}} \frac{1}{\Omega_p \Omega_{p,proto}} \frac{1}{C_{k,proto}}$$

а сваки редни калем прототипа замени кондензатором
 капацитивности $C_{k,HP} = \frac{R_{g,proto}}{R_g} \frac{1}{\Omega_p \Omega_{p,proto}} \frac{1}{L_{k,proto}}$.

Пример. Одредимо LC -шему филтра пропусника високих учестаности трећег реда, граничне учестаности 500 MHz, највећег слабљења у пропусном опсегу од 0,4 dB, Чебишевљеве апроксимације и номиналних импеданси приступа од 50 Ω .

Решење. Из једначина (8.6) одређујемо g -параметре прототипа,

$$g_0 = 1, \quad g_1 = 1,49088, \quad g_2 = 1,118, \quad g_3 = 1,49088, \quad g_4 = 1.$$

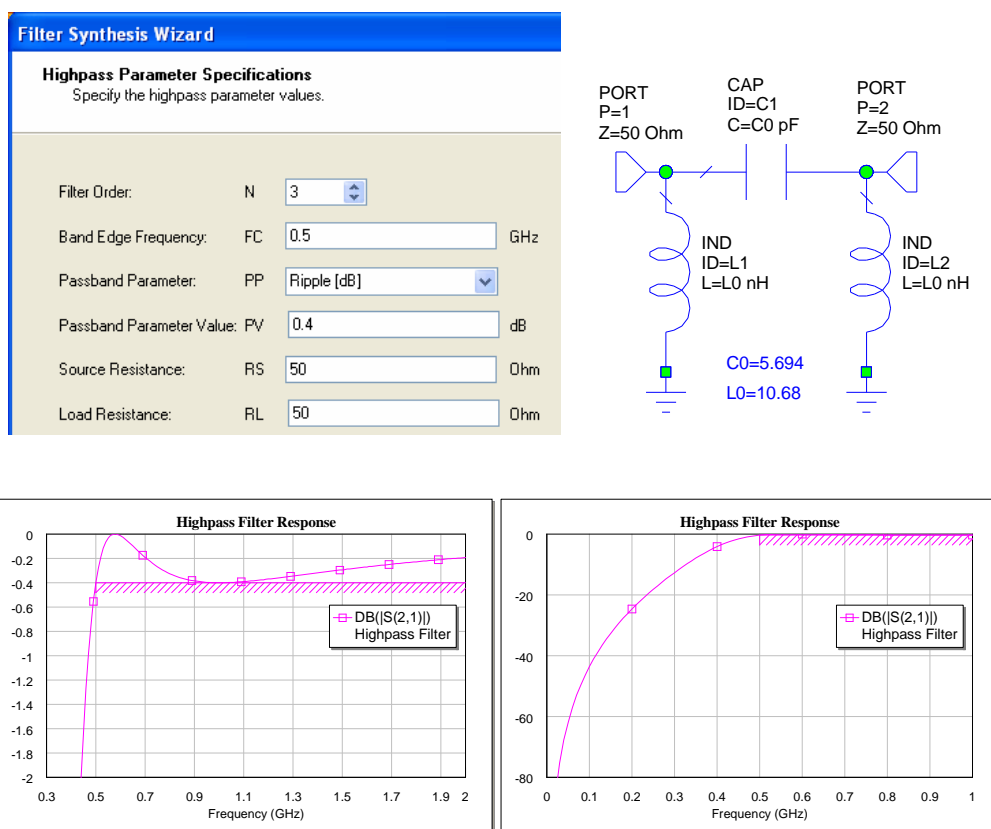
Изаберимо прототип са паралелним кондензатором као првим елементом. Параметри елемената прототипа, у MKSA систему јединица, се израчунавају из (8.7),

$$R_{g,proto} = 1, \quad C_{1,proto} = 1,49088, \quad L_{2,proto} = 1,118, \quad C_{3,proto} = 1,49088, \quad R_{p,proto} = 1.$$

Заменимо места кондензатора и калемова у прототипу и израчунамо параметре елемената пропусника високих учестаности,

$$R_g = R_p = 50 \Omega, \quad L_{1,HP} = 10,7 \text{ nH}, \quad C_{2,HP} = 5,69 \text{ pF}, \quad L_{3,HP} = 10,7 \text{ nH}.$$

LC -шема и амплитудска карактеристика су приказани на слици 8.13.



Слика 8.13. LC-шема филтра пропусника високих учестаности (highpass).

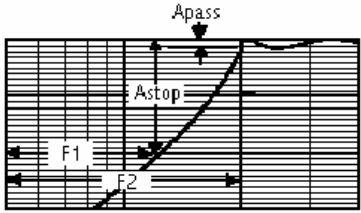
Пример. Ако филтар из претходног примера треба да на 400 MHz има најмање слађење од 20 dB, који ред Чебишевљевог апроксимације треба узети?

Решење. Ред апроксимације се одређује из аналитичког израза, као што је (8.2), или једноставним претраживањем, тако што се почне од трећег реда, па ред повећава за један док се не задовољи спецификација. Неки програми за пројектовање филтара обезбеђују унос спецификације и преко габарита са слике 8.2 и аутоматски одређују ред апроксимације. У овом примеру се добија да је најмањи ред $n = 7$. На слици 8.14 је приказана спецификација и LC-шема у програму AADE Filter Design.

Enter data

Enter values from the keyboard or by clicking on the calculator pad shown. Tab advances to the next value.

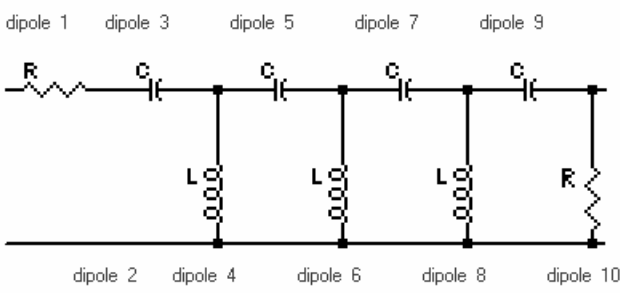
F1 = 400.M
 F2 = 500.M
 Apass = 0.4
 Astop = 20
 Order =
 Zin = 50.
 Zout = 50.



Enter the minimum Stopband attenuation, in db, at the frequency indicated on the graph above. You can specify the stopband attenuation or order of the filter, but not both.

7 8 9 + - M
 4 5 6 * / K
 1 2 3 % = m
 0 . √ ×² μ
 tab bksp CLR n
 ENTER Cancel p

(8/21/2006) Chebyshev High-Pass



DIPOLE 1 C 9=3.90017pF
 R 1=50.
 DIPOLE 3 R 10=50.
 C 3=3.90017pF
 DIPOLE 4 L 4=12.292nHy
 DIPOLE 5 C 5=2.51496pF
 DIPOLE 6 L 6=11.456nHy
 DIPOLE 7 C 7=2.51496pF
 DIPOLE 8 L 8=12.292nHy
 DIPOLE 9

7.th order (8/21/2006) Chebyshev High-Pass
 Stopband = 25.979 db minimum @ 400.Mhz
 Cutoff = 400.m db @ 500.Mhz
 Design Impedance=50. ohms
 Input Impedance = 50. ohms
 Output Impedance = 50. ohms
 Capacitance Spread = C 9 : C 5 = 1.551
 Inductance Spread = L 8 : L 6 = 1.073

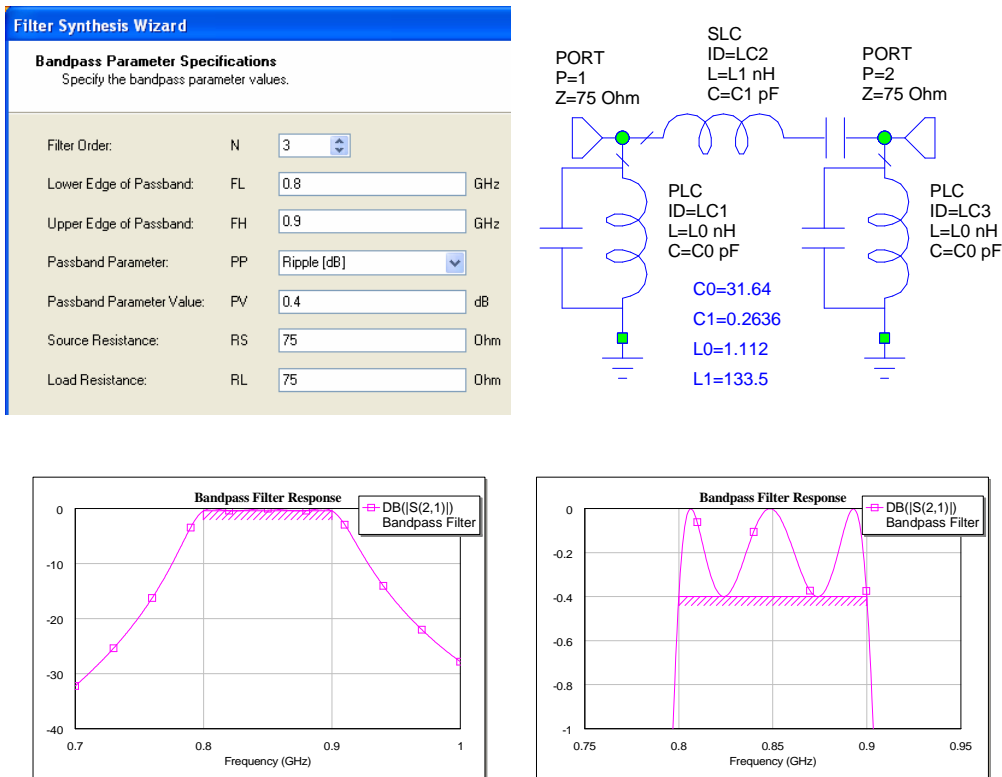
(8/21/2006) Chebyshev High-Pass Schematic

Слика 8.14. Прорачун LC-шеме пропусника високих учестаности (highpass) за дато слабење у непропусном опсегу.

LC -шема филтра пропусника опсега учестаности $\Omega_{p1} \leq \omega \leq \Omega_{p2}$ изводи се из прототипа тако што се сваки паралелни кондензатор прототипа замени паралелном везом кондензатора капацитивности $C_{k,BP} = \frac{R_{g,proto}}{R_g} \frac{\Omega_{p,proto}}{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}} C_{k,proto}$ и калема индуктивности $L_{k,BP} = \frac{1}{\Omega_{p2} \Omega_{p1} C_{k,BP}}$, а сваки редни калем прототипа се замени редном везом калема индуктивности $L_{k,BP} = \frac{R_g}{R_{g,proto}} \frac{\Omega_{p,proto}}{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}} L_{k,proto}$ и кондензатора капацитивности $C_{k,BP} = \frac{1}{\Omega_{p2} \Omega_{p1} L_{k,BP}}$. Уочимо да је производ индуктивности и капацитивности сваке гране константан, $L_{k,BP} C_{k,BP} = 1/(\Omega_{p2} \Omega_{p1})$.

Пример. Одредимо LC -шему филтра пропусника опсега учестаности $800 \text{ MHz} \leq f \leq 900 \text{ MHz}$, највећег слабљења у пропусном опсегу од $0,4 \text{ dB}$, Чебишевљеве апроксимације трећег реда и номиналних импеданси приступа од 75Ω .

Решење. LC -шема и амплитудска карактеристика су приказани на слици 8.15.



Слика 8.15. LC -шема филтра пропусника опсега учестаности (bandpass).

LC -шема филтра непропусника опсега учестаности, са пропусним опсегом $\omega \leq \Omega_{p1} \vee \Omega_{p2} \leq \omega$, изводи се из прототипа тако што се сваки паралелни кондензатор прототипа замени редном везом калема индуктивности

$$L_{k,BS} = R_g \frac{1}{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}} \frac{1}{C_{k,proto} \Omega_{p,proto} R_{g,proto}} \quad \text{и кондензатора капацитивности}$$

$$C_{k,BS} = \frac{1}{\Omega_{p2} \Omega_{p1} L_{k,BS}}, \quad \text{а сваки редни калем прототипа се замени паралелном везом}$$

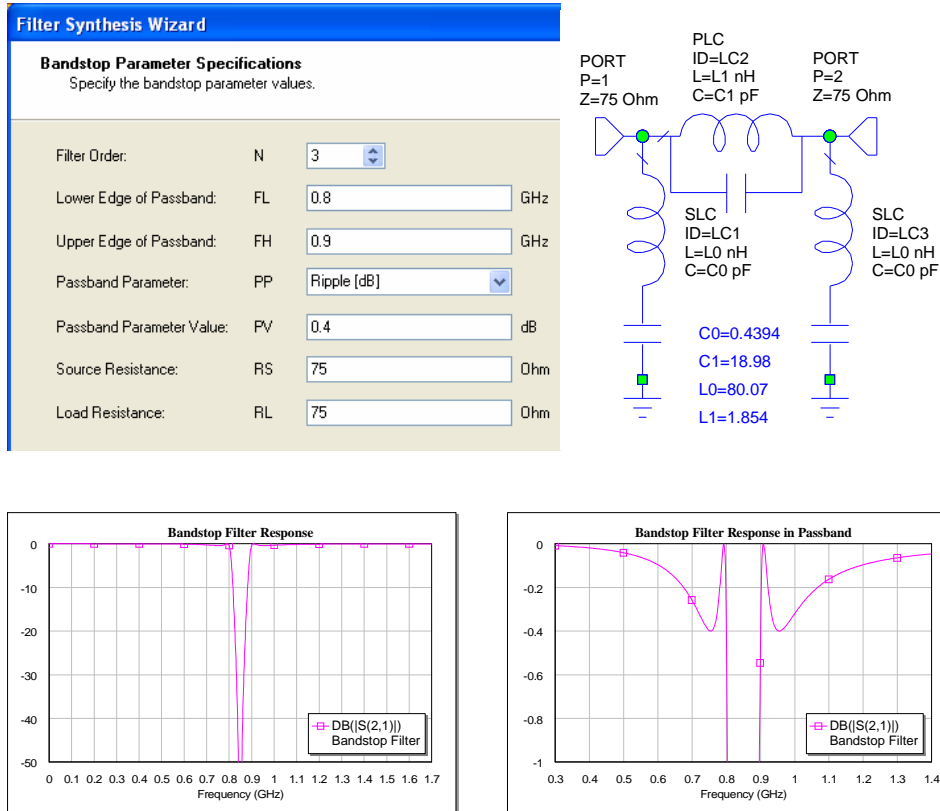
$$\text{кондензатора капацитивности} \quad C_{k,BS} = \frac{1}{R_g} \frac{1}{\Omega_{p2} - \Omega_{p1}} \frac{R_{g,proto}}{L_{k,proto} \Omega_{p,proto}} \quad \text{и калема}$$

$$\text{индуктивности} \quad L_{k,BS} = \frac{1}{\Omega_{p2} \Omega_{p1} C_{k,BS}}. \quad \text{Уочимо да је производ индуктивности и}$$

$$\text{капацитивности сваке стране поново константан, } L_{k,BS} C_{k,BS} = 1/(\Omega_{p2} \Omega_{p1}).$$

Пример. Одредимо LC -шему филтра непропусника опсега учестаности, пропусног опсега $f \leq 800 \text{ MHz} \vee 900 \text{ MHz} \leq f$, највећег слабљења у пропусном опсегу од 0,4 dB, Чебишевљеве апроксимације трећег реда, и номиналних импеданси приступа од 75 Ω .

Решење. LC -шема и амплитудска карактеристика су приказани на слици 8.16.



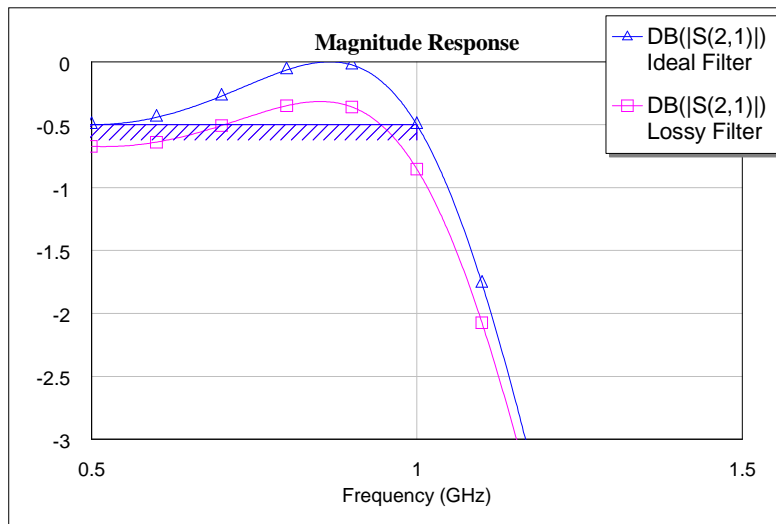
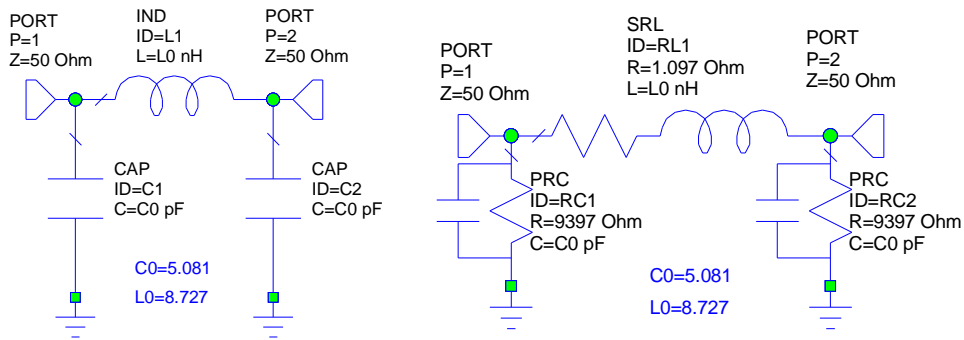
Слика 8.16. LC-шема филтра непропусника опсега учестаности (bandstop).

На основу израза (8.6) и (8.7), види се да је за парни ред Чебишевљеве апроксимације отпорности потрошача различита од отпорности генератора. У досадашњим примерима је ред филтра са Чебишевљевом апроксимацијом био непаран па су отпорности генератора и потрошача биле једнаке, односно номиналне отпорности (импедансе) приступа филтра су биле једнаке. Шта би се десило у случају да је прорачуном добијен паран минималан ред Чебишевљеве апроксимације, а да се захтева да номиналне импедансе приступа буду једнаке? Најједноставније решење је да се ред повећа за један и тако добије непаран ред. Алтернативно, могу се применити сложенији алгоритми синтезе код којих се задају и отпорност генератора и отпорност потрошача, али се тим алгоритмима у овој књизи нећемо бавити.

LC-шеме које се могу реализовати концентрисаним компонентама дају оптимистичко решење ако се губици у компонентама не узму у обзир. На слици 8.17 је приказана амплитудска карактеристика шеме са идеалним елементима и шеме са реалним компонентама. Може се уочити да примењени софтверски алат (MWO Filter Synthesis Wizard) реалне калемове и кондензаторе моделује помоћу паразитних отпорности. (За везу између паразитне отпорности калема и кондензатора и њихових Q -фактора, погледати пето поглавље.)

Губици у компонентама изобличују фреквенцијске карактеристике (у односу на карактеристике шеме са идеалним елементима) и смањују пропусни опсег.

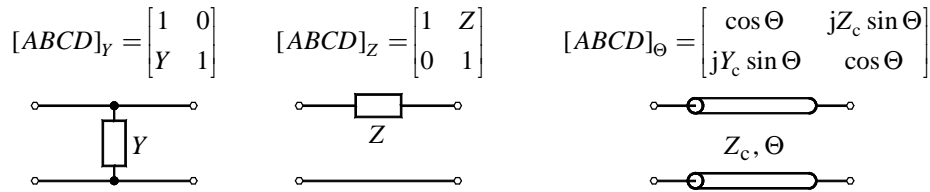
Filter Synthesis Wizard	Lumped Element Spec Page
<p>Lowpass Parameter Specifications Specify the lowpass parameter values.</p> <p>Filter Order: N <input type="text" value="3"/></p> <p>Band Edge Frequency: FC <input type="text" value="1"/> GHz</p> <p>Passband Parameter: PP <input type="text" value="Ripple [dB]"/></p> <p>Passband Parameter Value: PV <input type="text" value="0.5"/> dB</p> <p>Source Resistance: RS <input type="text" value="50"/> Ohm</p> <p>Load Resistance: RL <input type="text" value="50"/> Ohm</p>	<p>Lumped Element Parameter Specification Select the lumped element topology, and element loss.</p> <p>Topology</p> <p><input type="radio"/> Series Element First</p> <p><input checked="" type="radio"/> Shunt Element First</p> <p>Element Loss</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Include Element Loss</p> <p>Inductor Q: <input type="text" value="50"/></p> <p>Capacitor Q: <input type="text" value="300"/></p> <p>Resonator Q: <input type="text" value="0"/></p> <p>0 = Infinite Q</p>



Слика 8.17. LC-шема са моделом губитака.

8.3. Реализација каскадом секција вода

Лествичаста реализација се може схватити као каскадна веза две врсте мрежа, редне импедансе и паралелне адмитансе. Секција (одсечак) идеалног вода се може, на једној учестаности, представити заменском (еквивалентном) Т- или П-мрежом чији су елементи калемови и кондензатори. Упоредимо ABCD матрице редне импедансе и паралелне адмитансе са ABCD матрицом секције вода (слика 8.18) и испитајмо да ли секција вода може приближно играти улогу концентрисаних елемената.



Слика 8.18. ABCD матрице паралелне адмитансе, редне импедансе и секције вода.

Ако је електрична дужина вода мала, $\Theta \ll 1$, елементи главне дијагонале ABCD матрице вода ће бити приближно једнаки јединици, $\cos \Theta \approx 1$. Ако је карактеристична импеданса мала, секција вода приближно игра улогу паралелне капацитивне адмитансе, $\sin \Theta \approx \Theta$, $Y \approx jY_c \Theta$. Ако је карактеристична импеданса велика, секција вода приближно игра улогу редне индуктивне импедансе, $\sin \Theta \approx \Theta$, $Z \approx jZ_c \Theta$.

Електрична дужина вода је

$$\Theta = \beta d = 2\pi \frac{d}{\lambda_g} = \omega d \sqrt{L' C'} = \omega \frac{\Theta_0}{\omega_0} = f \frac{\Theta_0}{f_0}, \quad (8.9)$$

где је β фазни коефицијент, d дужина секције, λ_g таласна дужина на воду, $\omega = 2\pi f$ кружна учестаност, L' подужна индуктивност, C' подужна капацитивност, Θ_0 електрична дужина на угаоној учестаности $\omega_0 = 2\pi f_0$ и f учестаност.

Посматрајмо LC-шему филтра пропусника ниских учестаности (слика 8.9) која се састоји од редних калемова и паралелних кондензатора. Сваки редни калем може се заменити електрично кратком секцијом велике карактеристичне импедансе, а сваки паралелни кондензатор електрично кратком секцијом мале карактеристичне импедансе. Нека су карактеристичне импедансе секција које реализују калемове $Z_{c,\max}$, а оних које реализују кондензаторе $Z_{c,\min}$. Показује се да се електрична дужина секције која реализује калем рачуна као $\Theta_0 = L\omega_0/Z_{c,\max} = L_{\text{proto}}\Omega_{p,\text{proto}}R_g/(R_{g,\text{proto}}Z_{c,\max})$, а оне која реализује кондензатор као $\Theta_0 = C\omega_0 Z_{c,\min} = C_{\text{proto}}\Omega_{p,\text{proto}}R_{g,\text{proto}}Z_{c,\min}/R_g$. Дужина секција се рачуна као $d = \Theta_0 \lambda_g / (2\pi)$. Обично се узима да је кружна учестаност ω_0 једнака граничној кружној учестаности филтра, $\omega_0 = \Omega_p = 2\pi F_p$. Таласна дужина на воду рачуна се на кружној учестаности ω_0 .

Реализација филтра пропусника ниских учестаности каскадом секција водова се у литератури зове stepped-impedance или high-Z-low-Z реализација. Карактеристичне

импедансе секција зависе од технике у којој се реализује филтар. На пример, за микрострип је мала карактеристична импеданса реда неколико ома, а велика реда 150Ω . Неки аутори саветују да за микрострип $Z_{c,\min}$ буде око 20Ω а $Z_{c,\max}$ око 100Ω . Екстремне вредности Z_c се пресликавају у екстремне ширине трака микрострипа. Велика карактеристична импеданса се реализује уском траком, а мала карактеристична импеданса широком траком. Најужа трака је у стандардној реализацији широка око $0,2 \text{ mm}$. Најшира трака је одређена трансверзалном резонанцијом, односно условом да се секција вода не претвори у резонатор у коме се стојећи талас успоставља у трансверзалном правцу.

Филтри са овом реализацијом се примењују када није потребна велика селективност, на пример иза мешача. Амплитудска карактеристика има паразитне пропусне опсеге због периодичне зависности матице $[ABCD]_{\Theta}$ од учестаности.

Пример. Одредити реализацију филтра пропусника ниских учестаности, граничне учестаности $2,5 \text{ GHz}$, максимално равне амплитудске карактеристике, најмањег слабљења од 20 dB на 4 GHz и номиналних импеданси приступа 50Ω . Сматрати да је најмања карактеристична импеданса 20Ω а највећа 120Ω .

Напомена. Код Батервортове апроксимације, ако се друкчије не наведе, подразумева се да је $A_p = 3 \text{ dB}$.

Решење. Конструирамо Батервортову апроксимацију са $F_{3\text{dB}} = 2,5 \text{ GHz}$. Ред апроксимације одређујемо из слабљења у непропусном опсегу, $A_s = 20 \text{ dB}$, који почиње од $F_s = 4 \text{ GHz}$,

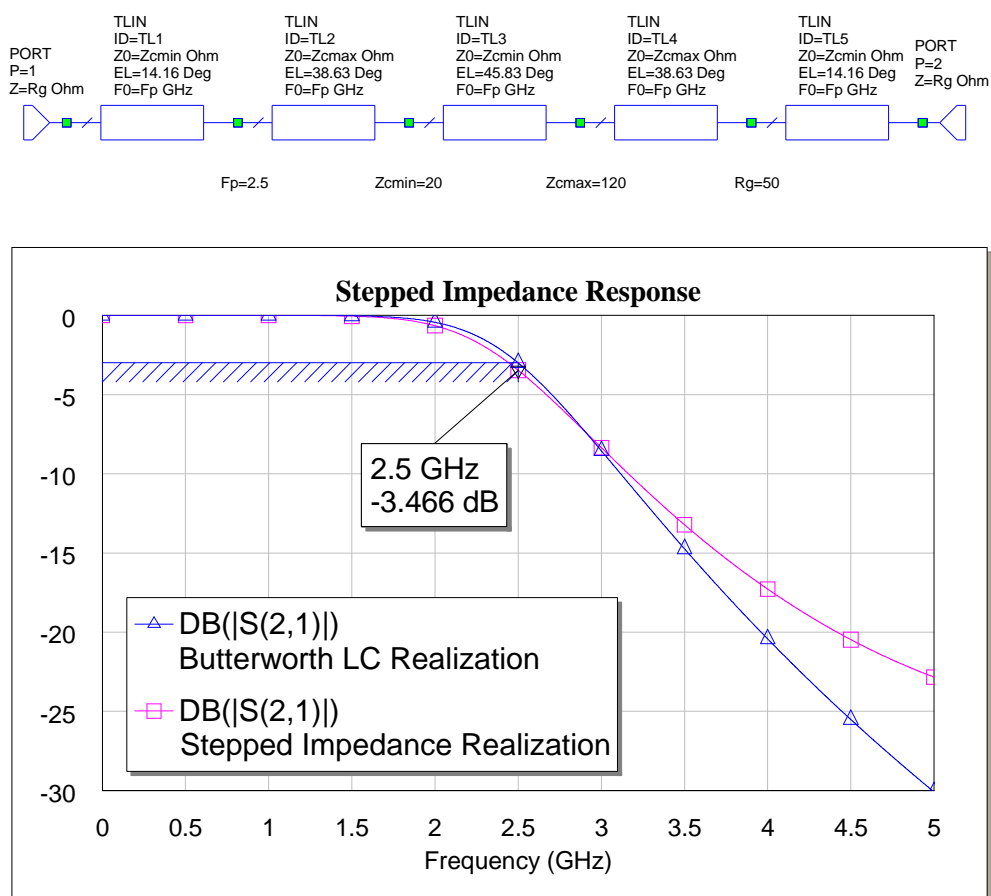
$$A_{\text{dB}}(f) = 10 \log_{10}(1 + (f/F_{3\text{dB}})^{2n}), \quad A_{\text{dB}}(F_s) \geq A_s \Rightarrow n \geq 5, \quad (8.10)$$

$$g_0 = 1, \quad g_1 = 0,618034, \quad g_2 = 1,61803, \quad g_3 = 2, \quad g_4 = 1,61803, \quad g_5 = 0,618034, \quad g_6 = 1,$$

$$R_g = R_p = 50 \Omega, \quad F_p = F_{3\text{dB}}, \quad Z_{c,\min} = 20 \Omega, \quad Z_{c,\max} = 120 \Omega, \quad \text{први елемент је кондензатор,}$$

$$\Theta_{01} = 14,16^\circ, \quad \Theta_{02} = 38,63^\circ, \quad \Theta_{03} = 45,84^\circ, \quad \Theta_{04} = 38,63^\circ, \quad \Theta_{05} = 14,16^\circ.$$

Шема са идеалним елементима и амплитудска карактеристика су приказани на слици 8.19. Уочити да спецификација није задовољена на граници пропусног опсега, као ни у непропусном опсегу. Такође, селективност је мања у односу на шему са концентрисаним елементима. Да ли из овакве шеме треба изводити реализацију, или можда треба повећати ред апроксимације? Прво ћемо покушати да направимо реализацију из прорачунатих електричних дужина, па ћемо онда оптимизирати амплитудски одзив.



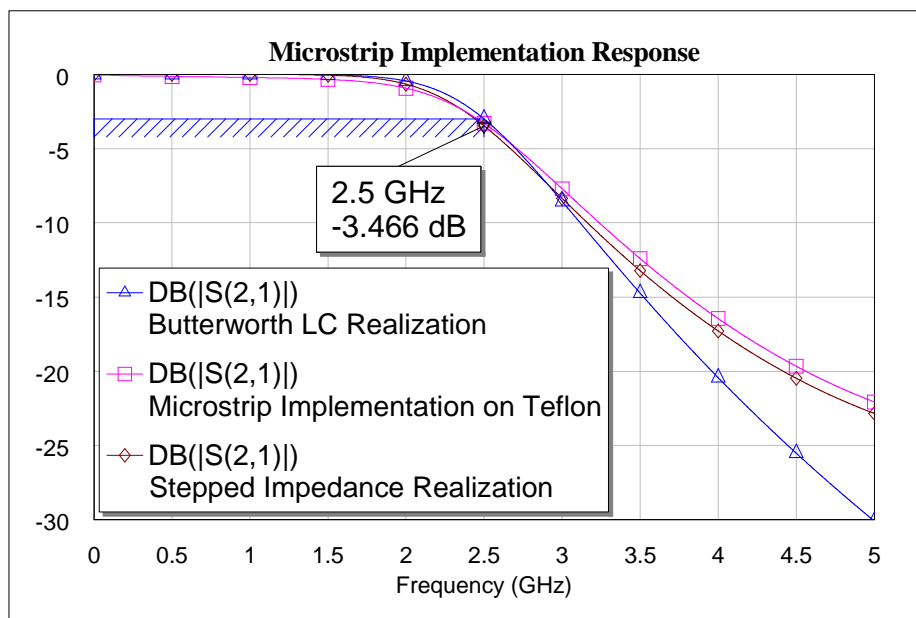
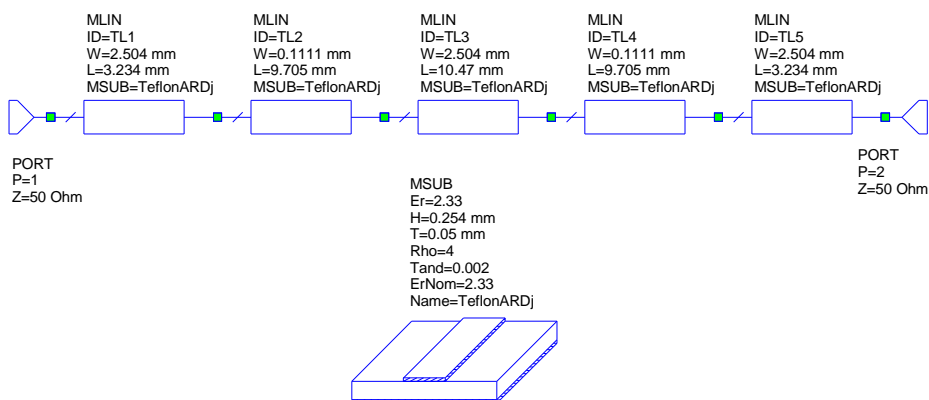
Слика 8.19. Stepped-impedance реализација и амплитудска карактеристика.

Реализација у техници тракастих водова и амплитудска карактеристика су приказани на слици 8.20. Подлога је од тefлона, релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,33$, дебљине $h = 10 \text{ mil} = 0,254 \text{ mm}$, и тангенса угла губитака $\text{tg } \delta = 0,002$. Дужине и ширине водова су прорачунате програмом TXLINE 2003 који је саставни део AWR Microwave Office. Оптимизацијом дужина водова је задовољена спецификација (слика 8.21). Изглед проводника на штампаној плочици (layout) је дат на слици 8.22. Дужина филтра без уводника и конектора је око 40 mm.

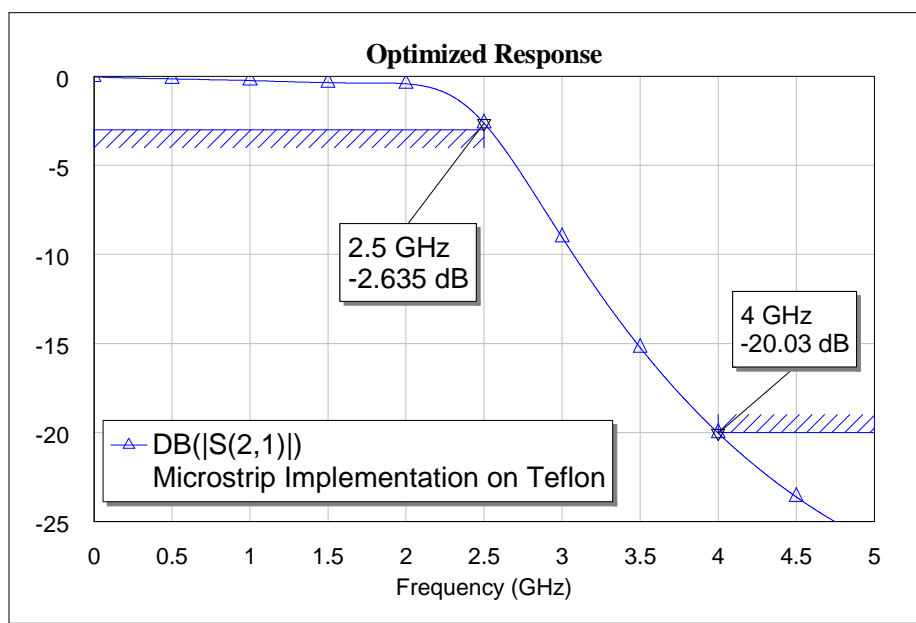
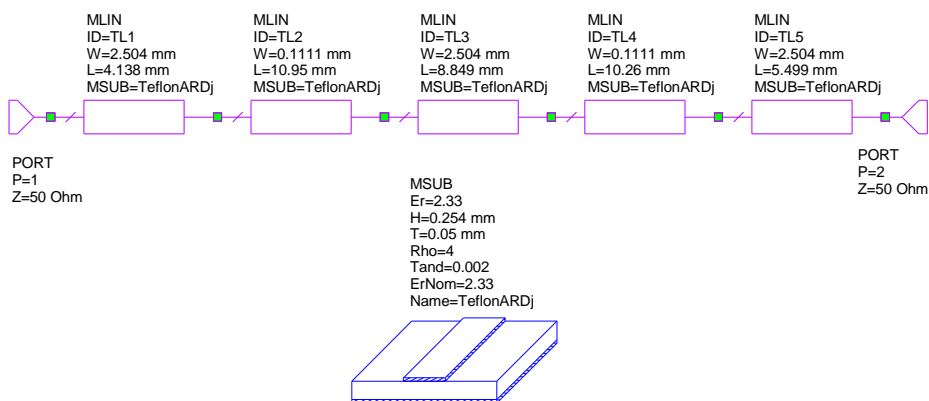
Какав је фреквенцијски одзив филтра на вишим учестаностима непропусног опсега? Параметри расејања идеалног вода су периодичне функције учестаности, а то указује да ће се појавити паразитни пропусни опсежи (слика 8.23).

Читаоцу се препушта да направи прецизнији симулациони модел. На споју водова треба додати елементе који моделују дисконтинуитете (промене ширине траке). Такође, треба додати водове (уводнике) карактеристичне импедансе 50Ω . На крају, испитати утицај дисконтинуитета и, евентуално, поново оптимизирати дужине водова.

За прецизније прорачуне и симулације потребно је направити тродимензионални електромагнетски модел (на пример, у софтверу WIPL-D Microwave) и на њему испитати реализацију филтра.



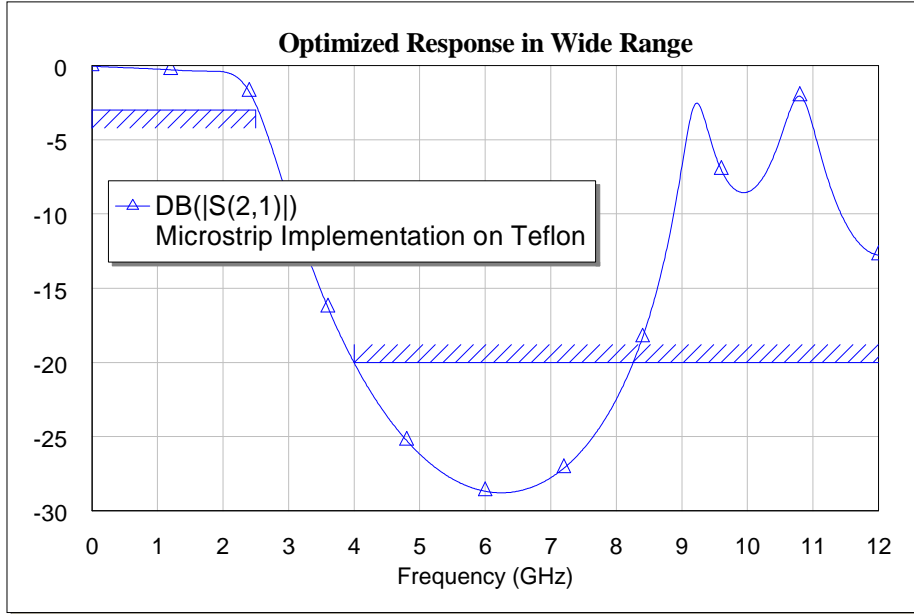
Слика 8.20. Stepped-impedance микрострип реализација.



Слика 8.21. Stepped-impedance оптимална реализација.



Слика 8.22. Изглед проводника на штампаној плочици (layout) stepped-impedance оптималне реализације у размери 2:1.



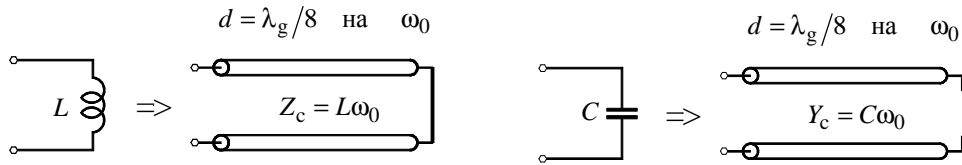
Слика 8.23. Паразитни пропусни опсег stepped-impedance реализације.

8.4. Ричардсова трансформација и Куродини идентитети

Као што је већ наведено у другом поглављу, улазна импеданса кратко спојеног огранка идеалног вода је $Z_{k.s.} = jZ_c \operatorname{tg} \Theta$ и за $0 < \Theta < \pi/2$ има индуктиван карактер, $Z_{k.s.} = j\omega L_{k.s.}$. Улазна адмитанса отвореног огранка идеалног вода је $Y_{otv.} = jY_c \operatorname{tg} \Theta$ и за $0 < \Theta < \pi/2$ има капацитиван карактер, $Y_{otv.} = j\omega C_{otv.}$. Ричардс је предложио трансформацију $\Omega = \operatorname{tg} \Theta = \operatorname{tg}(\omega\Theta_0/\omega_0)$ којом се прототип филтра пресликава у шему са огранцима водова, тако да су дужине свих огранака исте. Параметри елемената се пресликавају у карактеристичне импедансе огранака.

LC -шема филтра пропусника ниских учестаности може да се замени шемом са огранцима који су отворени или кратко спојени. Паралелни кондензатор LC -шеме треба заменити отвореним огранком карактеристичне адмитансе $Y_c = C\omega_0 = C_{proto} \Omega_{p,proto} R_{g,proto} / R_g$. Редни калем LC -шеме треба заменити кратко спојеним огранком карактеристичне импедансе $Z_c = L\omega_0 = R_g L_{proto} \Omega_{p,proto} / R_{g,proto}$. Уобичајено је да се усвоји $\Theta_0 = \pi/4$, тако да сви огранци имају исту дужину $d = \lambda_g/8$, а таласну дужину на воду λ_g треба израчунати на учестаности $f_0 = \omega_0/(2\pi)$ која је

једнака граничној учестаности F_p . Оваква реализација се у литератури назива commensurate line или all-stub реализација (stub значи огранак вода). Имитанса огранака је тачно једнака одговарајућој имитанси концентрисаног елемента само на учестаности f_0 (слика 8.24).

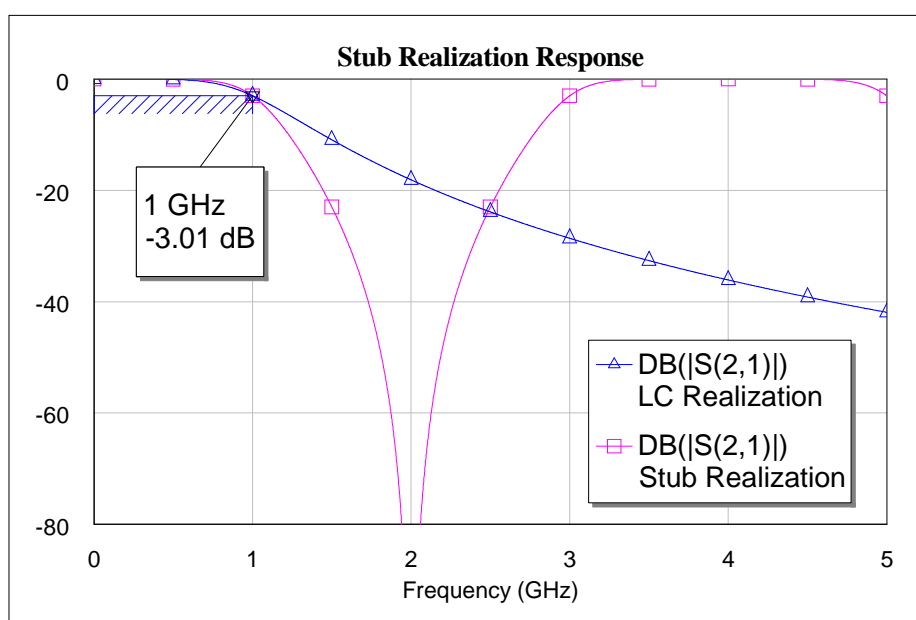
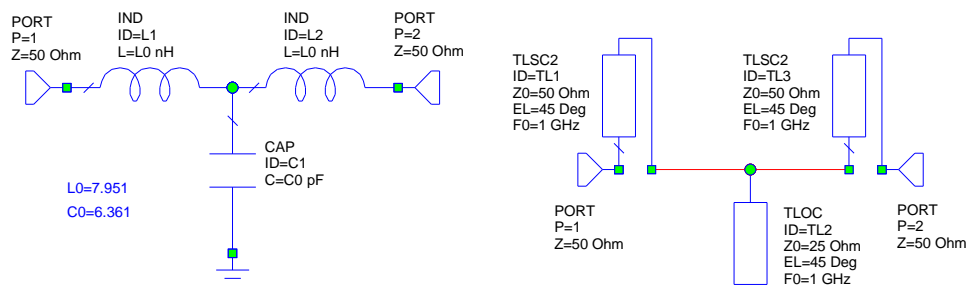


Слика 8.24. Ричардсова трансформација елемената.

Пример. Одредити шему са огранцима за филтар трећег реда максимално равне амплитудске карактеристике, граничне учестаности 1 GHz и номиналних импеданси приступа 50Ω .

Решење. Апроксимација је Батервортова, $n=3$, а параметри елемената прототипа су $g_0=1$, $g_1=1$, $g_2=2$, $g_3=1$, $g_4=1$. Ако је први елемент калем, $L_{1, \text{proto}} = g_1$, $C_{2, \text{proto}} = g_2$, $L_{3, \text{proto}} = g_3$. Отпорност генератора је једнака отпорности потрошача и једнака је номиналним импедансама приступа, $R_g = R_p = 50 \Omega$. Карактеристичне импедансе огранака су $Z_{c1} = 50 \Omega$, $Z_{c2} = 25 \Omega$, $Z_{c3} = 50 \Omega$. Електричне дужине огранака су $\Theta_0 = \pi/4 = 45^\circ$ на учестаности $f_0 = F_p = 1 \text{ GHz}$. Пропусни опсег има највеће слабљење $A_p = 3 \text{ dB}$ на граничној учестаности F_p . Шема и амплитудска карактеристика филтра су приказани на слици 8.25.

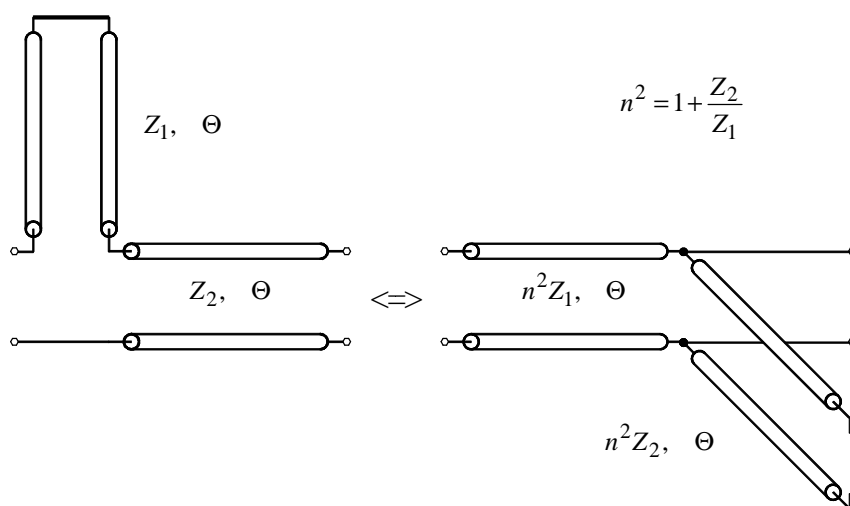
Напомена. Са слике 8.25 се види да шема са огранцима има већу селективност од LC -шеме, али се периодично појављују паразитни пропусни опсези. На учестаности $2f_0$ се појављује бесконачно слабљење јер електрична дужина огранака постаје $\Theta = \pi/2$, па редни огранци постају отворене везе, а паралелни кратке везе. Око $4f_0$ је пропусни опсег ширине $2f_0$. Имитансе огранака су периодичне функције електричне дужине огранка, периода π , па је амплитудски одзив периодична функција учестаности периода $4f_0$.



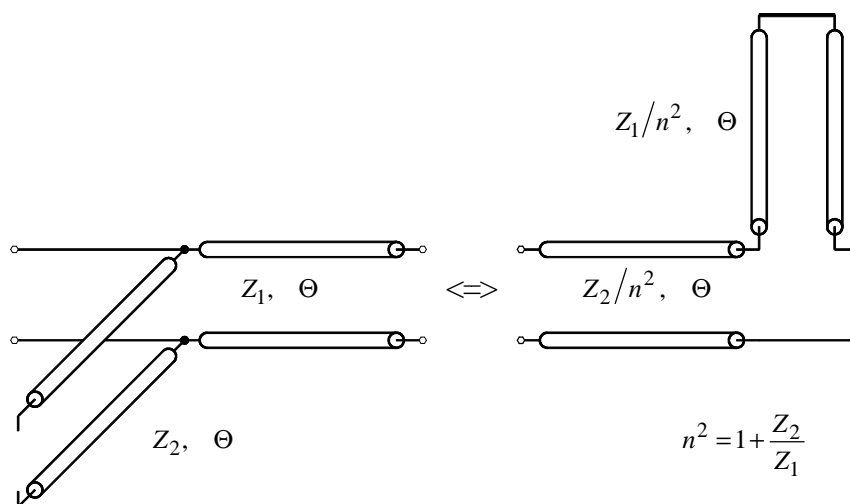
Слика 8.25. Шема и амплитудски одзив филтра пропусника ниских учестаности добијеног применом Ричардсове трансформације.

Шема добијена Ричардсовом трансформацијом може се преуредити применом заменских шема које се зову Куродини идентитети. Ово је значајно јер су за практичне реализације некада погоднији редни, а некада паралелни огранци. Постоји неколико идентитета, а два најзначајнија за пројектовање филтара су приказана на слици 8.26. Заменске шеме са слике 8.26 важе за произвољне електричне дужине, односно за било коју учестаност, а водови су идеални и без губитака.

Куродини идентитети омогућавају да се огранци раздвоје секцијама вода, да се редни огранци трансфигуришу у паралелне и да се тако добију подесни параметри елемената за реализацију.



Слика 8.26а. Куродин идентитет којим се редни кратко спојени огранак трансфигурише у паралелни отворени огранак.



Слика 8.26б. Куродин идентитет којим се паралелни отворени огранак трансфигурише у редни кратко спојени огранак.

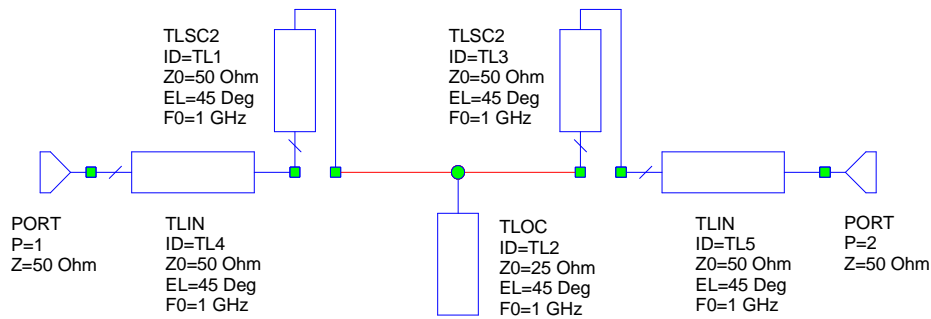
Заједно са Куродиним идентитетима примењује се став да се модули параметара расејања мреже не мењају ако се приступ продужи идеалним водом чија је карактеристична импеданса једнака номиналној импеданси приступа. Практично, то значи да ћемо моћи да додамо на улаз и на излаз филтра секцију идеалног вода, електричне дужине Θ_0 , а да се амплитудски одзив не промени. Овај корак је неопходан да бисмо могли да применимо трансфигурације огранака.

Секцију идеалног вода дужине $d = \lambda_g/8$ неки аутори називају јединични елемент (unit element, U.E.), док већина аутора јединични елемент дефинише као четвртталасну секцију вода. Напоменимо да у литератури постоји и уопштена дефиниција јединичног елемента као секције идеалног вода без губитака.

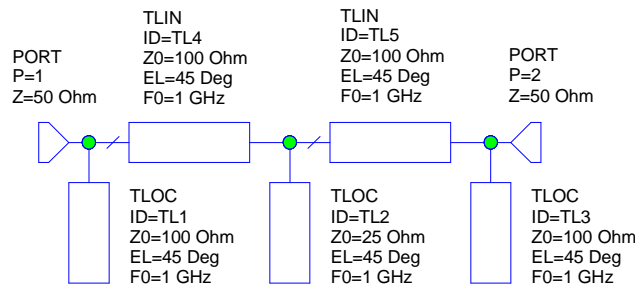
Трансфигуришимо шему са слике 8.25 тако да буде подесна за реализацију у техници микротракастих водова. У првом кораку ћемо додати јединични елемент на улаз и излаз, а у другом кораку ћемо јединични елемент и редни огранак трансфигурисати да бисмо добили паралелан огранак (слика 8.27).

Читаоцу се препушта да провери да све шеме имају исту амплитудску карактеристику, приказану на слици 8.25.

У реализацији треба додати водове уводнике, карактеристичне импедансе 50Ω , на улаз и излаз филтра.



Слика 8.27а. Додавање јединичних елемената на улаз и излаз.

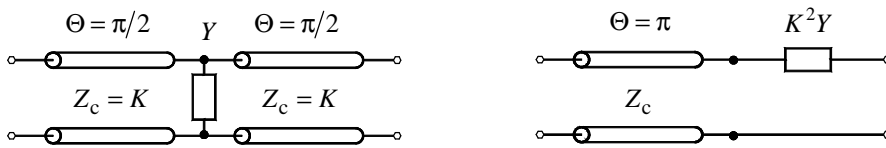


Слика 8.27б. Шема са јединичним елементима и паралелним огранцима после примене Куродиних идентитета.

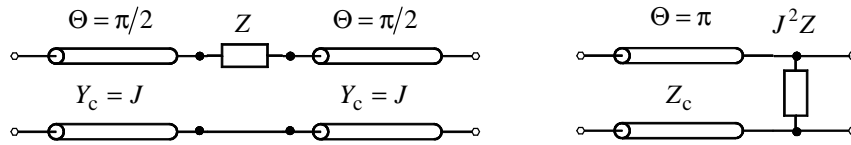
8.5. Импедансни и адмитансни инвертори

У поглављу 4 (одељку 4.3.10) дефинисан је имитансни инвертор као елемент микроталасног кола. Подсетимо се да се четвртталасни вод понаша као имитансни инвертор. Својство инверзије имитансе важи тачно само на учестаности на којој је дужина вода $\lambda_g/4$, али се сматра да практично важи у уском опсегу око ове учестаности.

Пар инвертора се може употребити за претварање редне импедансе у паралелну и обрнуто, као на слици 8.28. Инвертори су реализовани као четвртталасне секције вода.



Слика 8.28а. Трансфигурација паралелне адмитансе у редну импедансу импедансним инвертором. ABCD матрица импедансног инвертора је $\begin{bmatrix} 0 & jK \\ j/K & 0 \end{bmatrix}$.

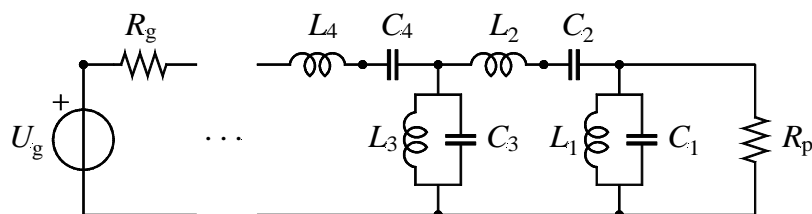


Слика 8.28б. Трансфигурација редне импедансе у паралелну адмитансу адмитансним инвертором. ABCD матрица адмитансног инвертора је $\begin{bmatrix} 0 & j/J \\ jJ & 0 \end{bmatrix}$.

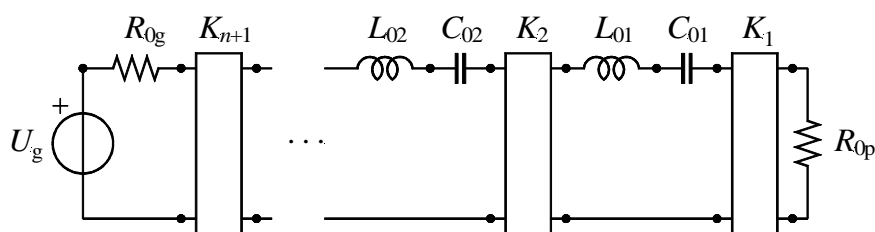
Инвертори се користе за реализације филтара пропусника опсега и непропусника опсега, када је подесно да осцилаторна кола буду само у паралелним или само у редним гранама. Посматрајмо паралелно осцилаторно коло, адмитансе $Y_{\text{par}} = j\omega C_{\text{par}} + 1/(j\omega L_{\text{par}})$, које је у прототипу филтра везано паралелно. Додавањем два импедансна инвертора, карактеристичне импедансе $Z_c = K$, добија се еквивалентна шема у којој се појављује редно везано редно осцилаторно коло, импедансе $Z_{\text{red,eq}} = K^2 Y_{\text{par}} = j\omega L_{\text{red,eq}} + 1/(j\omega C_{\text{red,eq}})$, где је $L_{\text{red,eq}} = K^2 C_{\text{par}}$, $C_{\text{red,eq}} = L_{\text{par}}/K^2$. Уочимо да је $L_{\text{red,eq}} C_{\text{red,eq}} = L_{\text{par}} C_{\text{par}}$. Избором параметра инвертора K подешава се $|Z_{\text{red,eq}}|$. Алтернативно, може се задати индуктивност редног осцилаторног кола, па израчунати $K = \sqrt{L_{\text{red,eq}}/C_{\text{par}}}$. На сличан начин се изводе дуалне формуле са адмитансним инверторима.

LC-шема филтара пропусника опсега учестаности (слика 8.29а) се може трансфигурисати у шему са инверторима у којој су осцилаторна кола само у редним

гранама (слика 8.29б). Инвертори су шематски представљени правоугаоницима изнад којих су написани параметри (карактеристичне импедансе).



Слика 8.29а. LC-шема филтра пропусника опсега учестаности из које се изводи шема са инверторима ($L_k C_k = 1/(\Omega_{p2} \Omega_{p1}) = \text{const.}$, видети одељак 8.2).



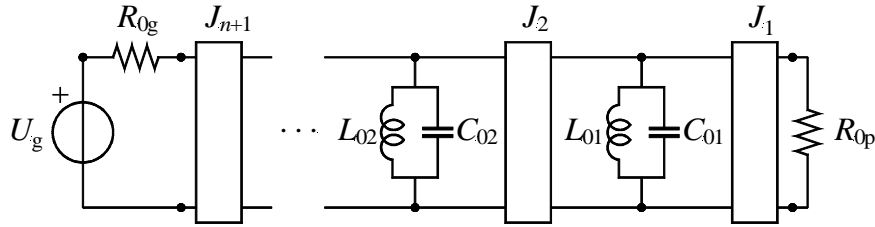
Слика 8.29б. Шема филтра пропусника опсега учестаности са инверторима у којој су осцилаторна кола само у редним гранама ($L_{0k} C_{0k} = L_k C_k = 1/(\Omega_{p2} \Omega_{p1}) = \text{const.}$).

Једначине за прорачун гласе:

$$K_1 = \sqrt{\frac{L_{01} R_{0p}}{C_1 R_p}}, K_k = \begin{cases} \sqrt{\frac{L_{0k} L_{0k-1}}{L_k C_{k-1}}}, & k = 2, 4, 6, \dots \\ \sqrt{\frac{L_{0k} L_{0k-1}}{C_k L_{k-1}}}, & k = 3, 5, 7, \dots \end{cases}, K_{n+1} = \begin{cases} \sqrt{\frac{L_{0n} R_{0g}}{C_n R_g}}, & n \text{ непарно} \\ \sqrt{\frac{L_{0n} R_{0g} R_g}{L_n}}, & n \text{ парно.} \end{cases} \quad (8.11)$$

Прорачун полази од шеме са слике 8.29а. Затим се усвајају отпорност потрошача R_{0p} и индуктивност L_{01} и израчунава K_1 . У k -том кораку ($k = 2, 3, \dots, n$) усваја се индуктивност L_{0k} и израчунава K_k . У последњем, $(n+1)$ -ом кораку, усваја се отпорност генератора R_{0g} и израчунава K_{n+1} . Капацитивности C_{01}, \dots, C_{0n} израчунавају се из релације $L_{0k} C_{0k} = L_k C_k = 1/(\Omega_{p2} \Omega_{p1}) = \text{const.}$

LC-шема филтра пропусника опсега учестаности са слике 8.29а се може трансфигурисати и у шему са инверторима у којој су осцилаторна кола само у паралелним гранама (слика 8.30). Изнад правоугаоника који представљају инверторе написане су њихове карактеристичне адмитансе.



Слика 8.30. Шема филтра пропусника опсега учестаности са инверторима у којој су осцилаторна кола само у паралелним гранама ($L_{0k}C_{0k} = L_kC_k = 1/(\Omega_{p2}\Omega_{p1}) = \text{const.}$).

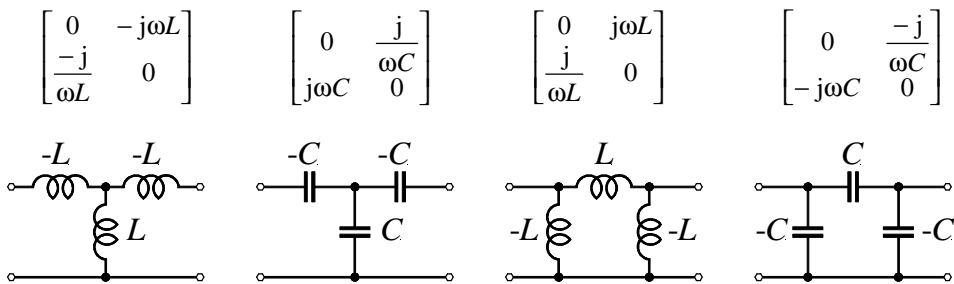
Једначине за прорачун гласе:

$$J_1 = \sqrt{\frac{C_{01}}{C_1 R_{0p} R_p}}, \quad J_k = \begin{cases} \sqrt{\frac{C_{0k} C_{0k-1}}{L_k C_{k-1}}}, & k = 2, 4, 6, \dots \\ \sqrt{\frac{C_{0k} C_{0k-1}}{C_k L_{k-1}}}, & k = 3, 5, 7, \dots \end{cases}, \quad J_{n+1} = \begin{cases} \sqrt{\frac{C_{0n}}{C_n R_{0g} R_g}}, & n \text{ непарно} \\ \sqrt{\frac{C_{0n} R_g}{L_n R_{0g}}}, & n \text{ парно} \end{cases} \quad (8.12)$$

Прорачун се обавља потпуно аналогно прорачуну са осцилаторним колима у редним гранама. Сада се из релације $L_{0k}C_{0k} = L_kC_k = 1/(\Omega_{p2}\Omega_{p1}) = \text{const.}$ израчунавају индуктивности L_{01}, \dots, L_{0n} .

У претходним разматрањима смо инвертор посматрали као четвртталасну секцију вода. Жељено својство инверзије имитансе важи у уском опсегу учестаности, па се овакве реализације успешно користе за пројектовање филтра пропусника уског опсега учестаности, који је неколико процената од средишње учестаности.

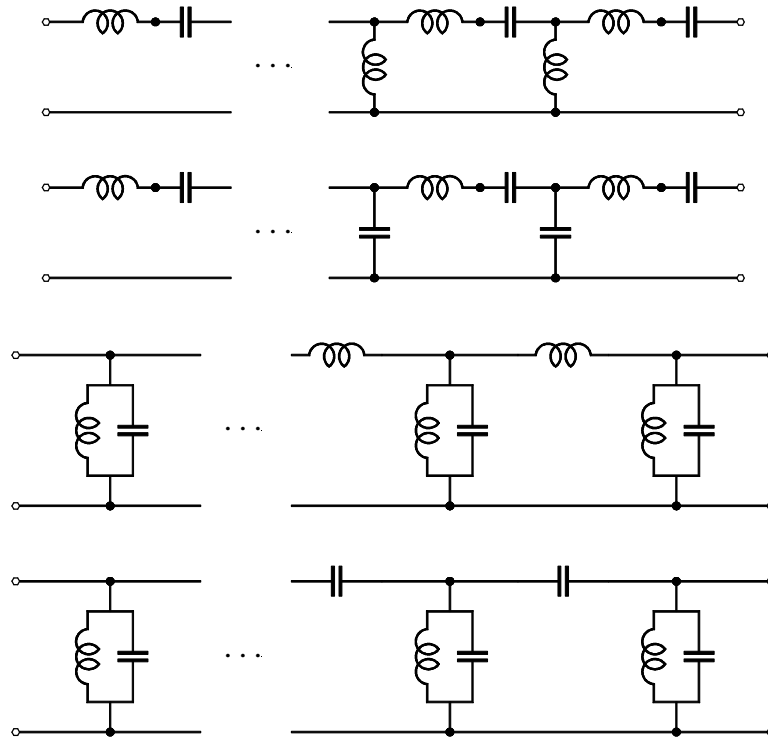
Теоријска анализа показује да је могуће направити инвертор имитансе и са концентрисаним елементима, али ако дозволимо да индуктивности и капацитивности могу да буду негативне (слика 8.31).



Слика 8.31. Инвертори имитансе остварени концентрисаним елементима и њихове ABCD матрице.

Инвертори остварени концентрисаним елементима служе за извођење LC-шема у којима су осцилаторна кола (резонатори) спојена једним реактивним елементом, калемом или кондензатором (позитивне индуктивности и капацитивности), као на слици 8.32. Овакви филтри спадају у класу филтра са спрегнутим резонаторима. Прве две

шеме на слици 8.32 односе се на филтре са осцилаторним колима у редним гранама (в. слику 8.29б.), а инвертори су остварени Т-шемама са слике 8.31. Друге две шеме на слици 8.32 односе се на филтре са осцилаторним колима у паралелним гранама (в. слику 8.30), а инвертори су остварени П-шемама са слике 8.31. Да би овакве филтре било могуће реализовати, потребно је да се сви негативни параметри елемената инвертора, у комбинацији са позитивним параметрима суседних резонатора (као редне и паралелне везе елемената исте врсте) трансфигуришу у елементе позитивних параметара.



Слика 8.32. Шеме филтара пропусника опсега учестаности са реактивно спрегутим осцилаторним колима (резонаторима).

Инвертор имитансе се може теоријски остварити комбинацијом концентрисаног елемента и хипотетичких секција водова негативне електричне дужине, као на слици 8.33. Овакав инвертор се примењује у реализацији филтра пропусника опсега учестаности, када се као резонатори користе секције водова електричне дужине око $\Theta = \pi$, која се рачуна на средишњој учестаности пропусног опсега. Секције негативне дужине се у комбинацији са суседним резонаторима трансфигуришу у секције позитивне дужине.

$$\mathbf{ABCD}_{C\Theta} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-j}{Y_c \operatorname{tg} \Theta} \\ -jY_c \operatorname{tg} \Theta & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{ABCD}_{L\Theta} = \begin{bmatrix} 0 & -jZ_c \operatorname{tg} \Theta \\ \frac{-j}{Z_c \operatorname{tg} \Theta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = Y_c \frac{\operatorname{tg} 2\Theta}{2\omega} \quad J = Y_c \tan \Theta \quad L = Z_c \frac{\operatorname{tg} 2\Theta}{2\omega} \quad K = Z_c \operatorname{tg} \Theta$$

Слика 8.33. Инвертор имитансе са концентрисаним елементом и секцијом вода негативне електричне дужине.

8.6. Четвртталасни резонатор као део филтра

Четвртталасни резонатор је кратко спојени или отворени огранак идеалног вода без губитака електричне дужине $\Theta_0 = \pi/2$ на учестаности $\omega_0 = 2\pi f_0$.

Кратко спојени четвртталасни резонатор се у околини ω_0 понаша као паралелно осцилаторно коло (слика 8.34). То се показује развојем у ред улазне адмитансе огранка, $Y_{k.s.}$, и улазне адмитансе осцилаторног кола, Y_{LC} , око ω_0 .

$$Y_{k.s.} = \frac{1}{jZ_c \operatorname{tg} \left(\frac{\pi \omega}{2 \omega_0} \right)} \approx j \frac{\pi}{2Z_c \omega_0} (\omega - \omega_0), \quad Y_{LC} = j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \Big|_{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \approx j2C(\omega - \omega_0), \quad (8.13)$$

$$Y_{k.s.} = Y_{LC} \Rightarrow Z_c = \frac{\pi}{4} \frac{1}{C \omega_0} = \frac{\pi}{4} L \omega_0 = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (8.14)$$

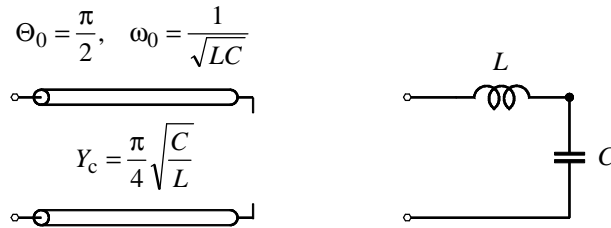
Изведена еквиваленција практично важи у опсегу учестаности чија је ширина неколико процената од ω_0 .

$$\Theta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Слика 8.34. Еквиваленција кратко спојеног четвртталасног резонатора и паралелног осцилаторног кола.

Кратко спојени четвртталасни резонатор се користи за реализацију пропусника опсега учестаности са инверторима, тако што се у шеми са слике 8.30 осцилаторна кола у паралелним гранама замене резонаторима.

Отворени четвртталасни резонатор се у околини ω_0 понаша као редно осцилаторно коло (слика 8.35). То се показује развојем у ред улазне импедансе вода и улазне импедансе осцилаторног кола, слично претходном случају.



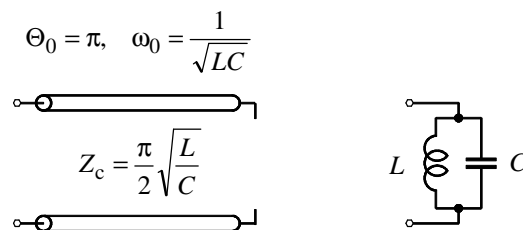
Слика 8.35. Еквиваленција отвореног четвртталасног резонатора и редног осцилаторног кола.

Отворени четвртталасни резонатор се користи за реализацију пропусника опсега учестаности са инверторима, тако што се у шеми са слике 8.296 осцилаторна кола у редним гранама замене резонаторима.

8.7. Полуталасни резонатор као део филтра

Полуталасни резонатор је кратко спојени или отворени огранак идеалног вода без губитака електричне дужине $\Theta_0 = \pi$ на учестаности $\omega_0 = 2\pi f_0$.

Отворени полуталасни резонатор се у околини ω_0 понаша као паралелно осцилаторно коло (слика 8.36). То се показује развојем у ред улазне адмитансе вода и улазне адмитансе осцилаторног кола, слично анализи четвртталасног резонатора.



Слика 8.36. Еквиваленција отвореног полуталасног резонатора и паралелног осцилаторног кола.

Отворени полуталасни резонатор се користи за реализацију пропусника опсега учестаности са инверторима, тако што се у шеми са слике 8.30 осцилаторна кола у

паралелним гранама замене резонаторима. Као инвертор се може користити мрежа са кондензатором са слике 8.33 или капацитивна П-мрежа са слике 8.31, што је подесно за реализацију у техници микротракастих водова.

Пројектовање филтра пропусника опсега, на пример, започиње прорачуном шеме са паралелним резонаторима (слика 8.30). У другом кораку се адмитансни инвертори замене, рецимо, капацитивном П-мрежом са слике 8.31. Паралелни кондензатори негативне капацитивности се трансфигуришу са суседним кондензаторима резонатора. У трећем кораку се занемаре преостала два паралелна кондензатора негативне капацитивности, везана за генератор и потрошач. У четвртом кораку се резонатори замене полуталасним водовима и оптимизацијом се подесе параметри редних кондензатора. У завршном кораку, за микрострип реализацију, редни кондензатори се остварују као процепи врућег проводника и оптимизирају се ширине процепа и дужине резонатора.

8.8. Филтри пропусници опсега са спрегнутим водовима

8.8.1. Увод

Постоји више филтара пропусника опсега учестаности који се састоје од спрегнутих (вишепроводничких) водова. У овом одељку ћемо анализирати филтар са паралелно спрегнутим полуталасним резонаторима, интердигитални филтар и чешљасти филтар. Сви ти филтри, у суштини, припадају класи филтара са спрегнутим резонаторима, о којима је било речи у одељку 8.5. Резонатори (четвртталасни резонатори код прве две врсте филтара и полуталасни резонатори код треће врсте филтра) су направљени од водова или у комбинацији водова и концентрисаних елемената (код чешљастиг филтра). Исти водови који се употребљавају као резонатори, употребљавају се и за спрегу. Спрега је расподељена, а неки од основних елемената филтарских спрегнутих секција приказани су у одељку 3.3.3. Резонантне учестаности резонатора су међусобно једнаке или блиске. Филтар пропушта сигнале чија је учестаност у околини тих резонантних учестаности, а слаби сигнале других учестаности.

Разматраћемо опште особине побројаних филтара, са акцентом на практичној реализацији у техници микротракастих или тракастих водова. Проучаваћемо реализације којима се могу остварити полиномски филтри (филтри који имају само полове, а не и нуле): Батервортов, Чебишевљев и Беселов. Због највећег значаја за праксу, у примерима ћемо синтетизовати само Чебишевљеве филтре.

У синтези ћемо поћи од прототипа пропусника ниских учестаности, који је приказан у одељку 8.2. На основу тога ћемо аналитички пројектовати идеализоване спрегнуте водове (без губитака, са хомогеним диелектриком и занемарљивим ефектима дисконтинуитета). Најзад, разматраћемо особине реалних штампаних филтара нумеричком симулацијом (квазистатичком анализом), узимајући у обзир нехомогеност

диелектрика и губитке. Међутим, на овом нивоу, занемарићемо ефекте дисконтинуитета⁸, дисперзију која настаје због хибридне природе таласа и зрачење.

8.8.2. Филтар са паралелно спрегнутим полуталасним резонаторима

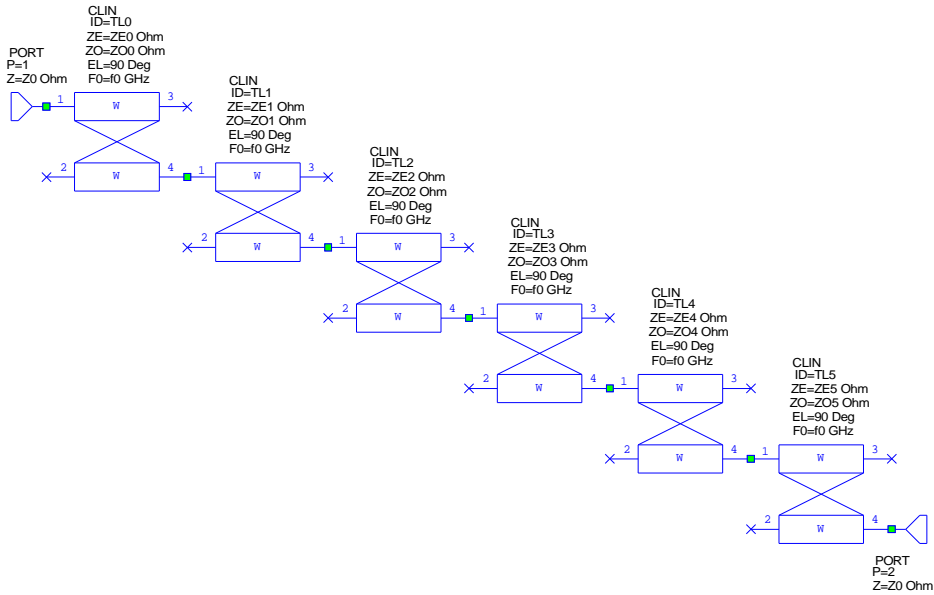
На слици 8.37 је приказан типичан изглед врућих проводника филтра са паралелно спрегнутим полуталасним резонаторима реализованог у техници микротракастих или тракастих водова. Филтар се састоји од неколико (конкретно, $n = 5$) полуталасних резонатора⁹. Сваки резонатор је отворен на оба краја јер је таква реализација једноставнија од реализације кратког споја на оба краја. Суседни резонатори су спрегнути (јер се водови налазе један близу другог) на дужини од четвртине таласне дужине. Први и последњи резонатор су спрегнути са четвртталасним водовима на које су прикључени приступни водови (уводници). Карактеристична импеданса уводника једнака је номиналној импеданси приступа (Z_0 за оба приступа). Ред филтра практично је једнак броју резонатора (n). С обзиром на то да су ширине обе траке сваке секције спрегнутих водова исте, филтар се може моделовати каскадом симетричних спрегнутих водова (конкретно, $n + 1 = 6$ таквих водова), као што је приказано на слици 8.38а. На централној учестаности филтра дужина сваког од тих водова једнака је четвртини таласне дужине.



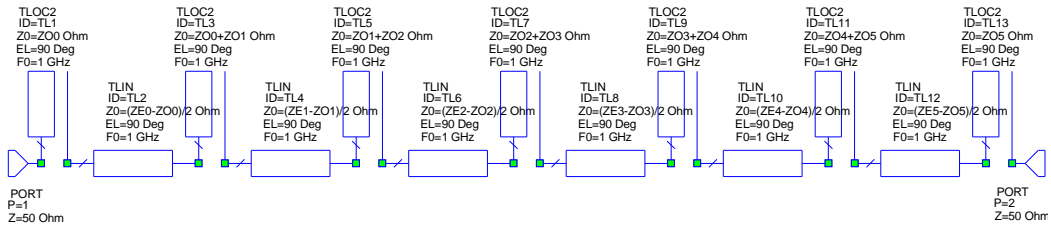
Слика 8.37. Скица врућих проводника филтра са паралелно спрегнутим полуталасним резонаторима реализованог у техници тракастих или микротракастих водова.

⁸ При врло високим учестаностима дужине водова могу бити толико мале, да се доводи у питање да ли на “воду” заиста доминира вођени електромагнетски талас. У таквим ситуацијама се структура може анализирати једино електромагнетским симулаторима за брзопроменљива поља, као што је WIPL-D.

⁹ Због ефекта капацитивности отвореног краја, физичка дужина резонатора треба да је нешто мања од половине таласне дужине. Код микротракастих водова постоји и проблем одређивања таласне дужине, јер ефективна пермитивност зависи од ширине трака, а различита је за парни и непарни мод.



(a)



(б)

Слика 8.38. (а) Шема са идеалним спрегнутим водовима и (б) шема са идеалним границима и секцијама филтра са слике 8.37.

Свака секција спрегнутих водова са слике 8.38а може се заменити еквивалентном шемом према слици 3.28. Где год се јави редна веза два отворена вода, замењује се једним еквивалентним водом. Тиме се добија шема приказана на слици 8.38б која садржи $n + 2$ резонатора (отворених четвртталасних огранака) и $n + 1$ инвертора (редно везаних четвртталасних секција). Шема са слике 8.38б представља филтар са спрегнутим резонаторима, описан у одељку 8.5.

Прва и последња секција спрегнутих водова са слике 8.38а врло мало утичу на преносну функцију филтра. То следи из нумеричког примера датог у трећем поглављу за коло са слике 3.28. Да би мрежа са слике 3.28б била селективна, карактеристичне импедансе отворених водова треба да су много веће од карактеристичне импедансе инвертора, што код прве и последње секције са слике 8.38а није случај. Међутим, ове две секције трансформишу импедансе на ниже вредности јер су карактеристичне импедансе

првог и последњег инвертора на слици 8.38б мање од номиналне импедансе приступа ($Z_0 = 50 \Omega$). Карактеристичне импедансе отворених водова на слици 8.38б су типично у распону $50 \div 100 \Omega$, али су карактеристичне импедансе унутрашњих инвертора реда величине само неколико ома. Захваљујући том контрасту карактеристичних импеданси, унутрашње секције дају знатну селективност. Стога је ред филтра практично једнак броју унутрашњих резонатора, n . У даљу анализу шеме са слике 8.38б се нећемо упуштати, већ само наводимо алгоритам за синтезу спрегнутих водова са слике 8.38а који следи из те анализе.

Претпоставимо да су задате основне спецификације филтра: тип филтра (Батервортов, Чебишевљев, Беселов), номинална импеданса приступа (Z_0), пропусни опсег (доња и горња гранична кружна учестаност, ω_1 и ω_2), таласност (код Чебишевљевог филтра) и стрмина преносне карактеристике у непропусном опсегу (на пример, задато слабљење филтра при некој учестаности у непропусном опсегу). Сматрамо да смо на основу тих података одредили ред филтра (n), као што је то објашњено у одељку 8.2 и да знамо нормализоване g -коэффицијенте нископропусног прототипа.

Основни задатак синтезе је да се одреде парна и непарна карактеристична импеданса сваке секције са слике 8.38а.

Први корак је да се израчуна релативна ширина пропусног опсега,

$$b = (\omega_2 - \omega_1) / \omega_0, \quad (8.15)$$

где је

$$\omega_0 = (\omega_2 + \omega_1) / 2 \quad (8.16)$$

централна учестаност пропусног опсега. Затим се израчунају нормализоване карактеристичне импедансе инвертора ($K_{i,i+1}$, $i = 0, \dots, n$) према обрасцу

$$\frac{K_{i,i+1}}{Z_0} = \begin{cases} \frac{\sqrt{\frac{\pi b}{2}}}{\sqrt{g_0 g_1}}, & i = 0 \\ \frac{\frac{\pi b}{2}}{\sqrt{g_i g_{i+1}}}, & i = 1, \dots, n-1 \\ \frac{\sqrt{\frac{\pi b}{2}}}{\sqrt{g_n g_{n+1}}}, & i = n. \end{cases} \quad (8.17)$$

Парне и непарне карактеристичне импедансе секција спрегнутих водова се затим прорачунавају на основу релација

$$Z_{e,i,i+1} = Z_0 \left(1 + \frac{K_{i,i+1}}{Z_0} + \left(\frac{K_{i,i+1}}{Z_0} \right)^2 \right), \quad i = 0, \dots, n, \quad (8.18)$$

$$Z_{o,i,i+1} = Z_0 \left(1 - \frac{K_{i,i+1}}{Z_0} + \left(\frac{K_{i,i+1}}{Z_0} \right)^2 \right), i = 0, \dots, n. \quad (8.19)$$

Пример. Граничне учестаности филтра су $f_1 = 0,95$ GHz и $f_2 = 1,05$ GHz, а номинална импеданса је $Z_0 = 50 \Omega$. Израчунати парне и непарне импедансе спрегнутих водова за Чебишевљевог филтар реда $n = 5$ и таласност 0,1 dB.

Решење. Централна учестаност је $f_0 = 1$ GHz, а релативна ширина пропусног опсега је $b = (\omega_2 - \omega_1) / \omega_0 = (f_2 - f_1) / f_0 = 0,1 = 10\%$. Параметри нископропусног прототипа су дати у табели 8.1. У тој табели су дате и нормализоване карактеристичне импедансе инвертора према формули (8.17), као и парне и непарне карактеристичне импедансе према формулама (8.18) и (8.19). Због симетрије коефицијената g (која је карактеристична за Батервортове и Чебишевљевог прототипове), постоји и симетрија у карактеристичним импедансама.

Табела 8.1. Параметри Чебишевљевог филтра реда $n = 5$ и одговарајући параметри водова за филтар пропусник опсега релативне ширине 10%.

i	g_i	$K_{i,i+1} / Z_0$	$Z_{e,i,i+1} [\Omega]$	$Z_{o,i,i+1} [\Omega]$
0	1	0,3701	75,4	38,3
1	1,1468	0,1253	57,0	44,5
2	1,3712	0,0954	55,2	45,7
3	1,9750	0,0954	55,2	45,7
4	1,3712	0,1253	57,0	44,5
5	1,1468	0,3701	75,4	38,3
6	1			

На слици 8.39а је дата шема са идеалним спрегнутим водовима овог филтра. Шема је добијена позивањем модула за синтезу филтара у програму Microwave Office¹⁰. Парне и непарне импедансе водова су исте као у табели 8.1 (у границама приказаног броја важећих цифара). На слици 8.39б је приказана LC-шема истог филтра, добијена употребом поменутог модула. Парне и непарне импедансе водова са слике 8.39а се у техници микротракастих водова могу практично реализовати, што ћемо видети у наредним примерима. За разлику од тога, елементи са шеме 8.39б се тешко могу реализовати. Кондензатор мале капацитивности се мора штампати (јер су капацитивности SMD кондензатора обично веће од 0,5 pF), кондензатори великих капацитивности су у околини резонантне учестаности (због паразитне редне индуктивности која је реда величине 1 nH), калемови малих индуктивности се могу реализовати једино у виду веома кратких штампаних трагова (дужине реда величине 1 mm), а калем велике индуктивности је близу антирезонантне учестаности. Осим тога,

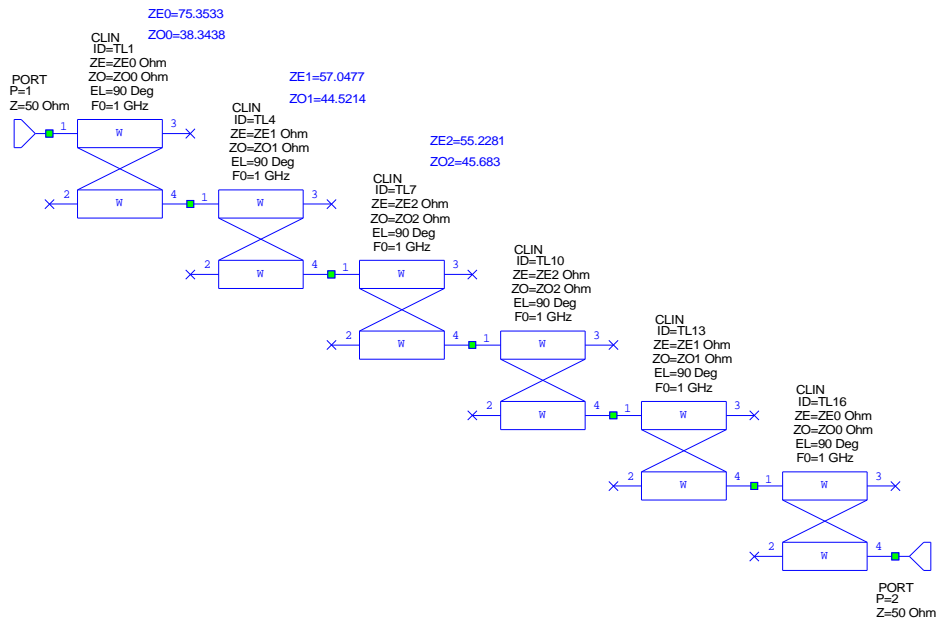
¹⁰ Са те шеме су, у циљу поједностављења, уклоњени елементи који моделују (паразитне) ефекте отворених крајева водова на слици 8.37.

карактеристичне импедансе резонантних LC -кола¹¹ су неповољне (сувише велике, односно сувише мале), па на карактеристике реализованог филтра велики утицај имају паразитни ефекти на штампаној плочи. Параметри концентрисаних елемената имају још неповољније вредности ако је пропусни опсег филтра ужи.

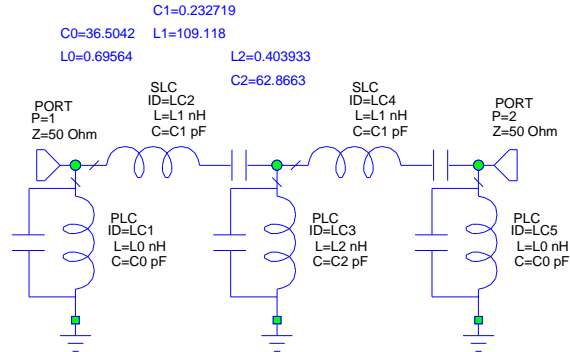
На слици 8.40а су приказани параметри расејања идеализованих филтара са слике 8.39 у околини резонантне учестаности. Када је оса учестаности у линеарној размери, карактеристике шеме са слике 8.39а су симетричне око централне учестаности, а карактеристике шеме са слике 8.39б нису. На слици 8.40б приказани су исти параметри, али у широком опсегу учестаности. Види се да су параметри шеме са слике 8.39а периодични. За разлику од LC -шеме филтра, шема са идеалним водовима има паразитне пропусне опсеге. Први паразитни опсег јавља се у околини учестаности $3f_0$, што може бити проблем у неким применама¹². Због ефеката отворених крајева, паразитни пропусни опсези код реалних филтара (на пример, направљених у штампаној техници) нису верне реплике основног пропусног опсега, али су ипак веома изражени.

¹¹ Карактеристична импеданса резонантног кола је $\sqrt{L/C}$.

¹² Посебан проблем постоји код филтара у излазним степенима појачавача снаге. Такви појачавачи раде у нелинеарном режиму, а излазни сигнал је богат хармоницима. Филтар би требало да те хармонике потисне (да би се задовољиле техничке норме везане за радио-интерференцију). Међутим, филтар са спрегнутим резонаторима пропушта све непарне хармонике.

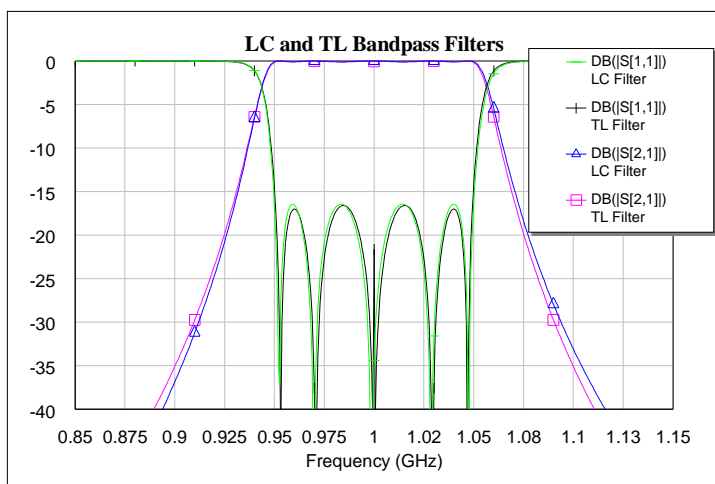


(a)

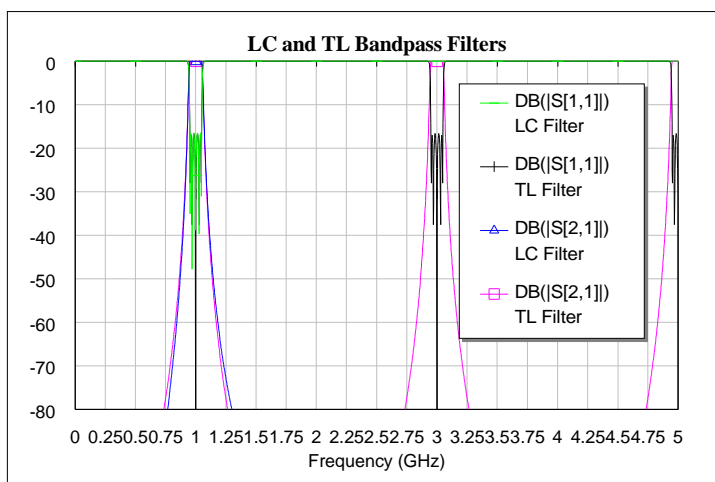


(б)

Слика 8.39. (а) Шема са идеалним спрегнутим водовима и (б) LC-шема филтра из табеле 8.1.



(a)



(б)

Слика 8.40. Параметри расејања филтара са слике 8.39 (а) у околини задатог основног пропусног опсега и (б) у широком опсегу учестаности.

Када су познате парна и непарна карактеристична импеданса, приступа се пројектовању секција спрегнутих водова. Претпостављамо да је одабрана техника у којој ће филтар бити реализован (на пример, техника штампаних кола или механичка конструкција). Ако се ради у штампаној техници (на пример, у техници микротракастих или тракастих водова), сматрамо да су познати параметри супстрата на коме ће се вод штампати. На основу номограма и дијаграма који се могу наћи у литератури или,

једноставније, применом програма за електромагнетску анализу¹³, одређују се димензије попречног пресека сваке секције.

Дужина сваке секције једнака је четвртини таласне дужине. Код одређивања те дужине, треба водити рачуна о две ствари. Прво, геометријска дужина треба да је нешто мања од четвртине таласне дужине због ефекта отвореног краја. (Скраћење је реда величине дебљине супстрата.) Друго, код структура са нехомогеним диелектриком, као што је микротракасти вод, треба узети средњу вредност ефективних пермитивности парног и непарног мода¹⁴.

Пример. Пројектовати филтар са слике 8.39а у техници тракастих водова. Нека је, према ознакама на слици 3.25, одабран стандардни супстрат на бази тефлона дебљине $h_1 = h_2 = 1,575 \text{ mm} = 62 \text{ mil}$, релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,33$ и тангенса угла губитака $\text{tg } \delta = 0,0002$. Дебљина бакра је $t = 18 \text{ }\mu\text{m}$.

Решење. У програму Linrag варирани су ширина трака (w) и ширина процепа између њих (s) са циљем да се добију парне и непарне импедансе из табеле 8.1. Добијени резултати су приказани у табели 8.2. Дужине секција спрегнутих водова су по $49,1 \text{ mm}$ (ефективна пермитивност једнака је $\epsilon_r = 2,33$ за све секције). Укупна дужина филтра је веома велика (око 300 mm).

Табела 8.2. Димензије спрегнутих тракастих водова којима се остварују парне и непарне карактеристичне импедансе из табеле 8.1.

i	$Z_{e_{i,i+1}} [\Omega]$	$Z_{o_{i,i+1}} [\Omega]$	$w [\text{mm}]$	$s [\text{mm}]$
0, 5	75,4	38,3	1,8	0,16
1, 4	57,0	44,5	2,4	0,8
2, 3	55,2	45,7	2,5	1,0

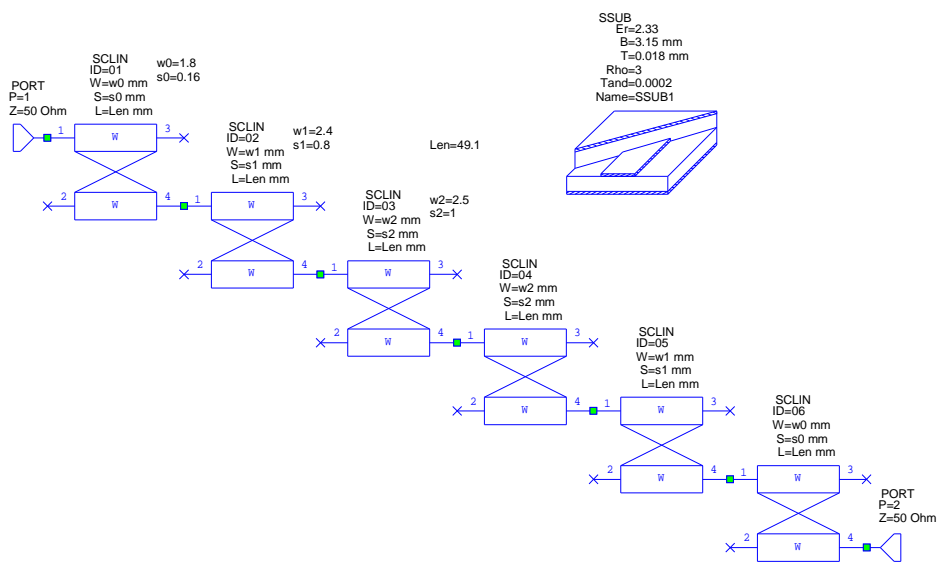
На слици 8.41а је приказан симулациони модел овог филтра у техници тракастих водова, а на слици 8.41б су приказани параметри расејања. Због губитака у проводницима¹⁵ реални филтар има унето слабљење од око $1,55 \text{ dB}$ на централној учестаности. Уместо минимакс карактера идеалног Чебишевљевог филтра, карактеристика унетог слабљења је звонаста.

Штампана плочица овог филтра (само слој са тракама) квалитативно изгледа као на слици 8.37, али је знатно издуженија. Ширине трака уводника су $2,5 \text{ mm}$.

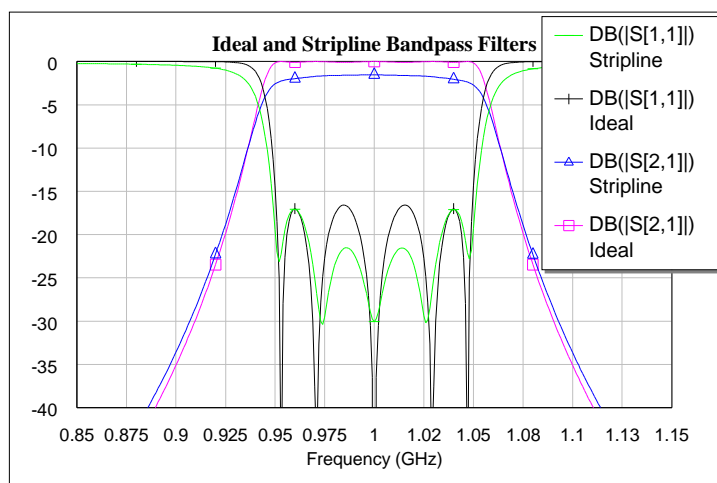
¹³ Обично је довољан програм за квазистатичку анализу, као што је Linrag.

¹⁴ У литератури се препоручује геометријска средина.

¹⁵ Губици у диелектрику су у овом примеру занемарљиви у односу на губитке у проводницима.



(a)



(б)

Слика 8.41. (а) Симулациони модел филтра из табеле 8.1 у техници тракастих водова и (б) параметри расејања у поређењу са шемом са идеалним спрегнутим водовима (слика 8.39а).

Прецизнији симулациони модел филтра треба да обухвати ефекте дисконтинуитета (отворених крајева, степеница на местима скоковитих промена

карактеристичне импедансе, као и конектора уколико се филтар прави као самостална компонента). Ако се филтар спрема за масовну производњу у којој је подешавање филтра скуп процес, потребно је урадити и Монте Карло симулацију да би се сагледао утицај толеранција (у конкретном случају, толеранције димензија филтра и пермитивности подлоге) на особине финалног производа.

Уочимо да су ширине процепа s_0 и s_6 веома мале (0,16 mm). Да би се ти процепи лакше реализовали, усвојена је мала дебљина бакра (18 μm). Упркос томе, израда штампане плочице овог филтра је деликатна. Могуће решење овог проблема је да се узме још дебљи диелектрик јер релативни однос попречних димензија вода не зависи од дебљине супстрата. При томе треба имати у виду да је подлога на бази тefлона релативно скупа и да је цена подлоге сразмерна запремини тefлона¹⁶.

Пример. Поновимо пројектовање филтра из претходног примера, али сада у техници микротракастих водова, на подлози од материјала FR-4, за коју је $h = 1,575 \text{ mm}$, релативна пермитивност $\epsilon_r = 4,6$, тангенс угла губитака $\text{tg } \delta = 0,02$ и дебљина бакра $t = 36 \mu\text{m}$.

Решење. Резултати добијени програмом Linrag дати су у табели 8.3. У њој су дати и подаци за ефективне релативне пермитивности парног и непарног мода, на основу којих су израчунате дужине секција спрегнутих водова. Филтар је једноставнији за производњу од тракастог филтра из претходног примера јер је ширина најужег процепа 0,32 mm.

Табела 8.3. Димензије спрегнутих микротракастих водова којима се остварују парне и непарне импедансе из табеле 8.1.

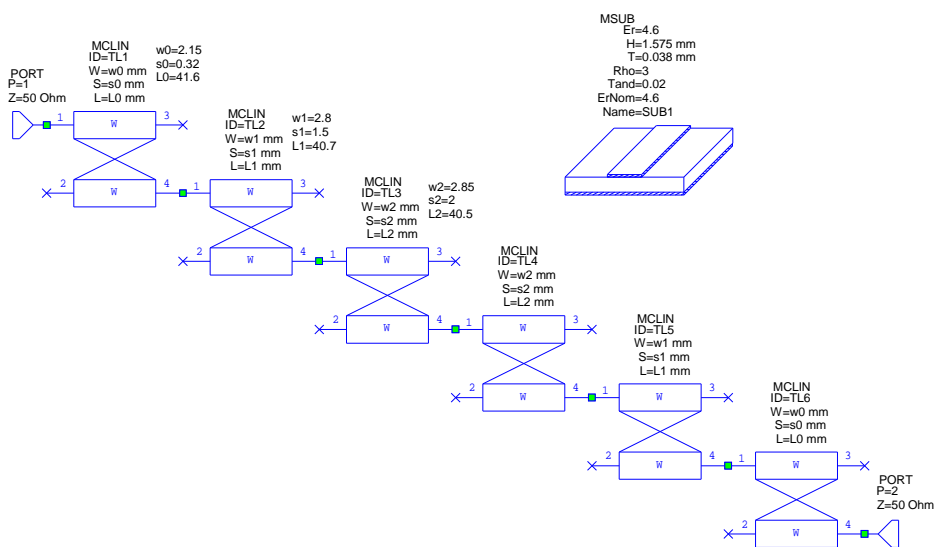
i	$Z_{e_{i,i+1}} [\Omega]$	$Z_{o_{i,i+1}} [\Omega]$	$w [\text{mm}]$	$s [\text{mm}]$	ϵ_{ree}	ϵ_{reo}	$D [\text{mm}]$
0, 5	75,4	38,3	2,15	0,32	3,631	2,916	41,6
1, 4	57,0	44,5	2,8	1,5	3,726	3,109	40,7
2, 3	55,2	45,7	2,85	2	3,716	3,155	40,5

На слици 8.42а је приказан симулациони модел филтра у микротракастој техници. Параметри расејања су приказани на слици 8.42б. Унето слабљење филтра је веома велико због губитака у супстрату. Једино решење је да се употреби квалитетнији супстрат (на пример, на бази тefлона)¹⁷. Коефицијент рефлексije се може донекле кориговати дотеривањем параметара прве и последње секције спрегнутих водова, мада је чак и коефицијент рефлексije са слике 8.42б довољно добар за многе практичне примене. Филтар у техници микротракастих водова има изражене паразитне пропусне

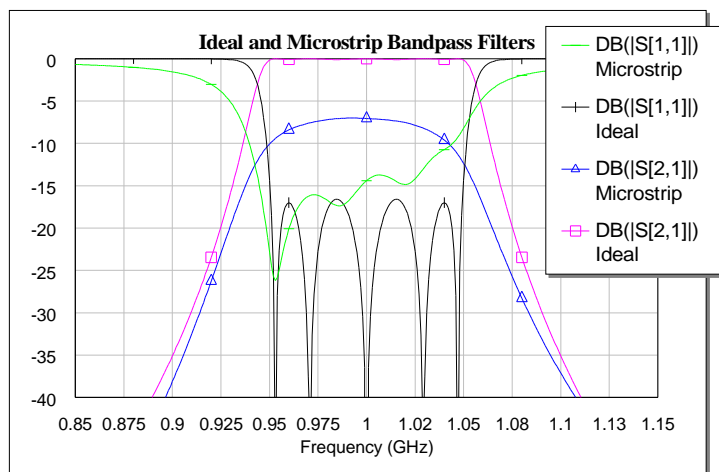
¹⁶ Да би се смањила цена супстрата, може се радити и са тракастим водом са издигнутом подлогом (suspended-substrate stripline). Диелектрик таквог вода је нехомоген (делом ваздух, делом супстрат), али је највећи део запремине испуњен ваздухом.

¹⁷ Подлоге на бази тefлона су неколико десетина пута скупље од FR-4. Осим тога, цена процесирања штампаних плочица на бази тefлона је велика ако треба правити металзоване рупице (вије). Међурешење по цени је подлога Rogers 4003, која има релативно мале губитке, а чије је процесирање исто као за FR-4. Керамичке подлоге су најквалитетније, али је њихова механичка обрада, а посебно израда вија, скупа.

опсеге на свим целим умношцима централне учестаности f_0 , што се види на слици 8.43. Паразитни пропусни опсези на парним умношцима учестаности f_0 последица су различите брзине простирања парног и непарног мода.

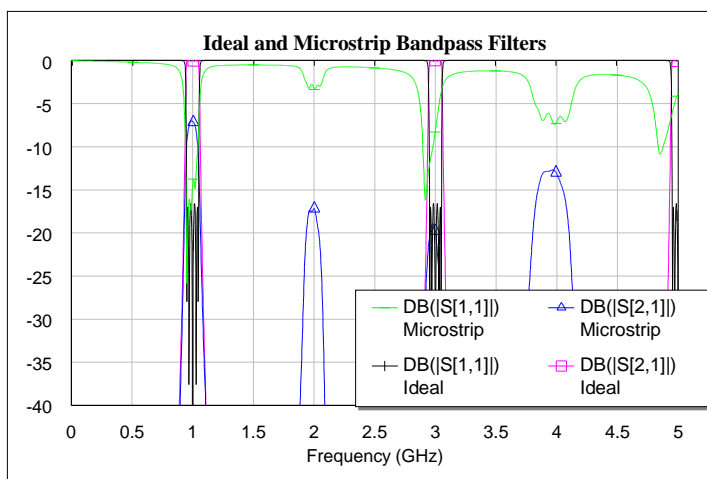


(a)



(б)

Слика 8.42. (а) Симулациони модел филтра из табеле 8.1 у техници микротракастих водова и (б) параметри расејања у поређењу са шемом са идеалним спрегнутим водовима (слика 8.39а)

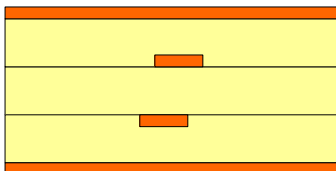


Слика 8.43. Параметри расејања филтра са слике 8.42 у широком опсегу учестаности.

Уместо да програмом за квазистатичку анализу одређујемо ширине трака и ширине процепа, можемо поступити и другачије. Формирамо симулациони модел филтра као на слици 8.41а или 8.42а, поставимо исту спецификацију као и на почетку задатка који сада решавамо (пропусни опсег, номиналне импедансе приступа, квалитет прилагођења...), па пустимо да се непознате димензије водова (и други параметри од интереса) оптимизирају. Модел који употребљавамо у оптимизацији може бити и свеобухватнији (а тиме и тачнији) од поступка кроз који смо овде прошли (полазећи од нископропусног прототипа, преко шема са идеалним елементима, до конкретних реализација). Оптимизација таквог модела може дати резултате који су ближи практичној реализацији. Стога је оптимизација модела најважнији савремени поступак пројектовања филтара и других микроталасних кола.

Од умешности пројектанта зависи избор модела који ће се употребљавати у оптимизацији. Сувише сложен модел може да захтева велико рачунарско време, па чак може бити мање тачан и мање поуздан од једноставнијег модела (због нумеричких грешака у анализи).

У техникама микротракастих и тракастих водова, структура са паралелно спрегнутим полуталасним резонаторима погодна је за ускопојасније филтре, за релативне ширине пропусног опсега до око 10%. За шире опсеге потребне су јаче спреге, које се тешко могу остварити у тим техникама јер су потребни веома узани процепа. Једно решење за остваривање широких пропусних опсега су тракасти водови са проводницима постављеним један изнад другог (offset broadside-coupled lines, слика 8.44). За разлику од проводника са слике 3.1в, овде су траке смакнуте једна у односу на другу, што даје степен слободе потребан да се подеси спрега између трака. Друга могућност, посебно погодна за велике снаге, је да се проводници водова направе у облику шипки, као на слици 6.10.



Слика 8.44. Попречни пресек смакнутих тракастих проводника постављених један изнад другога.

Уместо да су отворени на оба краја, полуталасни резонатори могу бити и кратко спојени на крајевима. Такво решење обично није повољно за штампану технику (због потребе да се праве вије), али је погодно ако се ради механичка конструкција водова јер кратки спојеви могу да послуже као механички носачи проводника (уместо да се постављају диелектрични носачи).

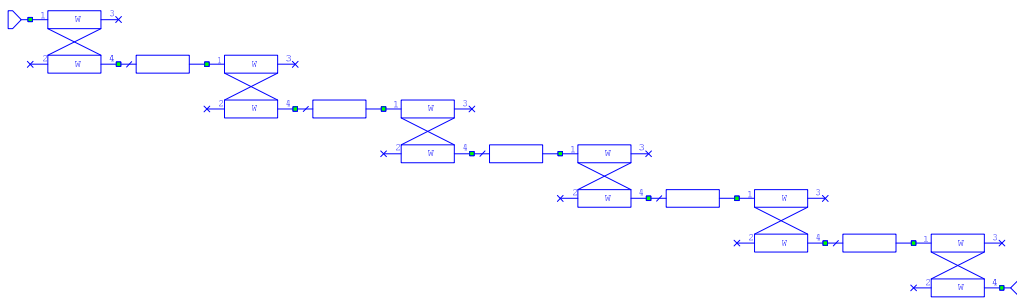
Дужина штампане плочице филтра са паралелно спрегнутим полуталасним резонаторима може бити превелика за практичну реализацију (мада је површина те плочице релативно мала). Филтар се може сместити на плочицу мање дужине ако се полуталасни резонатори пресавију тако да поприме облик латиничног слова U, као на слици 8.45а. Савијени резонатори подсећају на укоснице, па се филтар са слике 8.45а назива филтар са укосницама (hairpin filter).

Када се резонатори савију, њихове дужине и даље остају једнаке половини таласне дужине. Међутим, због геометрије, дужине спрегнутих секција су краће од четвртине таласне дужине. То мења шему филтра у односу на слику 8.38. Сада су сваке две суседне секције спрегнутих водова повезане једним краћим обичним водом, као на слици 8.45б, уместо да су те секције директно спојене (као на слици 8.38).

Када се резонатор пресавије, ако се краци резонатора поставе сувише близу један друге, настаје спрега између њих. Спрега мора да се укључи у модел филтра. Ако се жели да се та спрега са сигурношћу избегне, процеп између кракова резонатора у микротракастој техници мора да буде већи од око $5h$ (где је h дебљина супстрата), а у тракастој техници већи од $h_1 + h_2$ (где су h_1 и h_2 дебљине супстрата и $h_1 \approx h_2$).



(a)



(б)

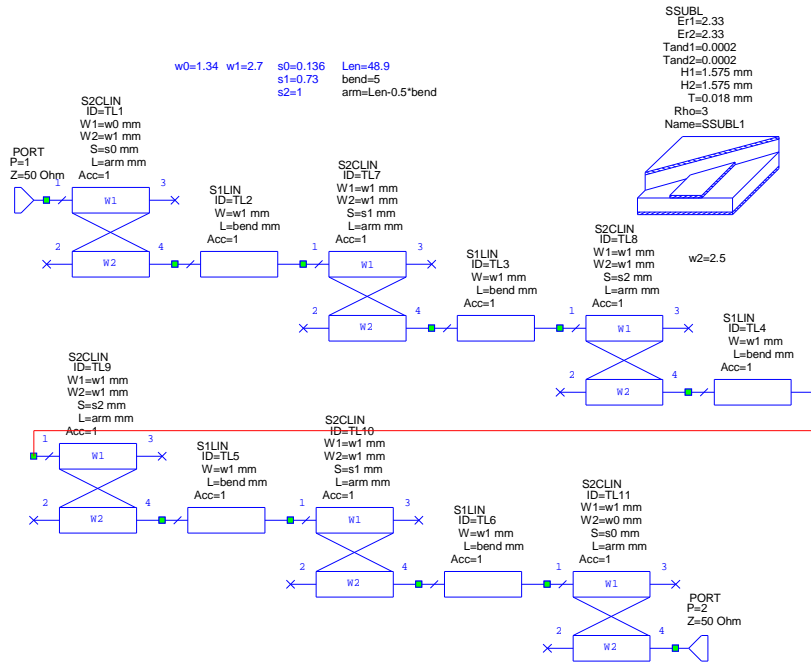
Слика 8.45. (а) Скица врућих проводника филтра са укосницама и (б) шема са идеалним водовима.

Пројектовање филтра са слике 8.45 може да се започне пројектовањем филтра са слика 8.37 и 8.38а. Затим се шема са идеалним спрегнутим водовим допуну секцијама обичних водова (при чему укупна електрична дужина резонатора мора да остане непромењена), па се онда приступи фином подешавању, односно оптимизацији.

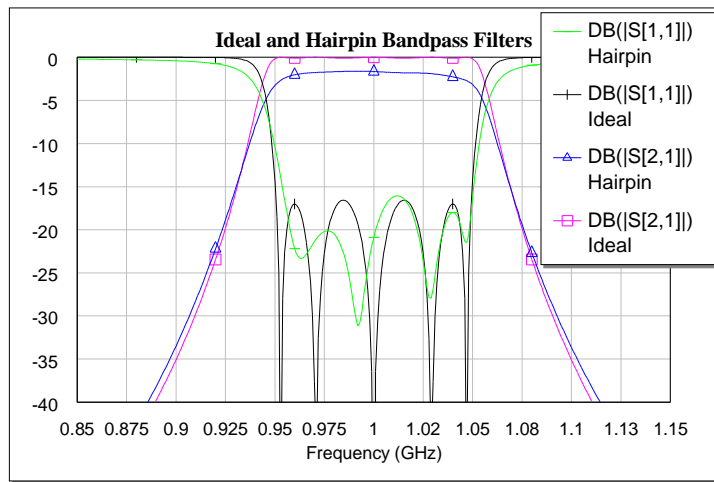
Пример. Пројектујмо филтар са укосницама у техници тракастих водова, полазећи од филтра са слике 8.41а.

Решење. Симулациони модел филтра са укосницама приказан је на слици 8.45а. Уочимо да смо изабрали модел са несиметричним тракастим водовима (због којих смо у програму Microwave Office морали да узмемо другу дефиницију супстрата, компатибилну са Linaг језгром за анализу оваквих водова). За разлику од филтра са слике 8.41, ширине трака свих резонатора су једнаке, али су ширине уводника мање. Ручним подешавањем ширина процепа и малим скраћењем дужине резонатора добијени су параметри расејања као на слици 8.46б.

На слици 8.47 је приказан симулациони модел филтра са укосницама код кога су у обзир узете и спреге између кракова резонатора. У моделу се свих 12 паралелно спрегнутих водова структуре са слике 8.45а третирају као један вишепроводнички вод. Овај модел се може подешавати да би се оптимизирао простор на коме ће се филтар штампати, а да се при томе задрже жељене карактеристике филтра, али се у то нећемо упуштати. Прецизнији модел филтра укључује ефекте савијутака водова и ефекте отворених крајева.

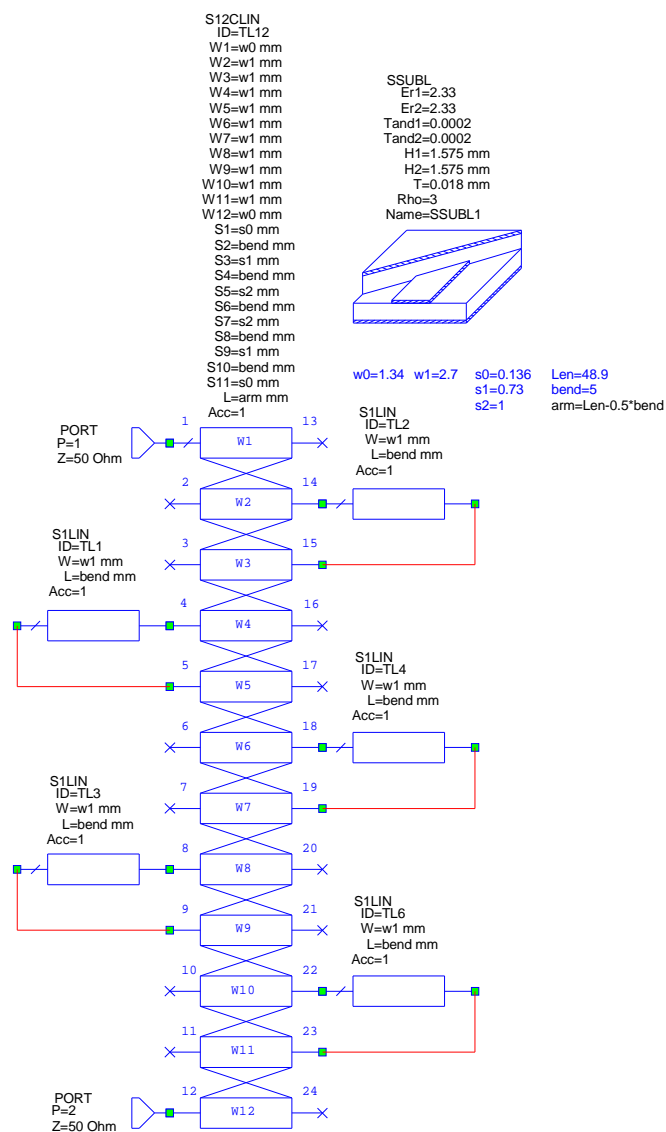


(a)



(б)

Слика 8.46. (а) Симулациони модел филтра са укосницама у тракастој техници и (б) параметри расејања у поређењу са шемом са идеалним спрегнутим водовима са слике 8.39а.



Слика 8.47. Симулациони модел филтра са укосницама у коме је коришћен модел вишепроводничког вода са 12 врућих проводника.

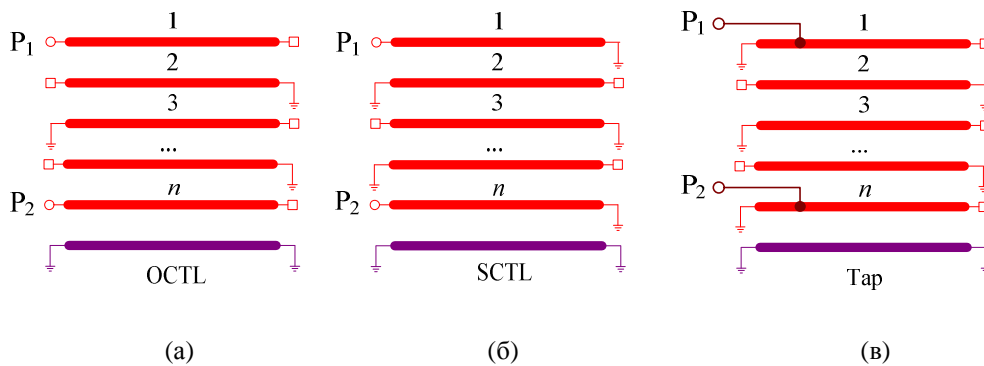
8.8.3. Интердигитални филтар

Интердигитални филтар је филтар пропусник опсега који се састоји од неколико паралелно постављених спрегнутих четвртталасних резонатора (слика 8.48). Спрега се

остварује целом дужином резонатора. Доминира спрега између парова суседних резонатора. Спреге између несуседних резонатора су обично слабе.

Сви резонатори посматрани заједно чине један вишепроводнички вод. Сваки резонатор је отворен на једном крају, а кратко спојен на другом крају, при чему су кратки спојеви и отворене везе у алтернацији. Филтар подсећа на учешљане прсте две руке, па му одатле потиче назив. Попречне димензије проводника су, у општем случају, различите. Електричне дужине резонатора су, у основној верзији, једнаке (мада могу да буду и различите).

Интердигитални филтар је компактних димензија. За штампану технику мана су му кратки спојеви. Паразитне резонанције четвртталасних резонатора су на непарним умношцима основне резонантне учестаности. Стога се паразитни пропусни опсежи филтра јављају само на непарним умношцима централне учестаности основног пропусног опсега, чак и ако се филтар реализује у микротракастој техници.



Слика 8.48. Шеме интердигиталних филтара. Квадратићима су означени отворени приступи вишепроводничког вода.

Спрега између резонатора и приступа у пракси се остварује на један од три начина приказана на слици 8.48. Код прва два начина спрега се остварује преко уводних водова, као код филтара из одељка 8.8.2. У првом случају (слика 8.48а) је уводни вод отворен на другом крају (open-circuited transmission line, OCTL), а у другом случају (слика 8.48б) је кратко спојен на другом крају (short-circuited transmission line, SCTL). Трећа могућност је кондукциона (директна) спрега са првим и последњим резонатором (tap или taper)¹⁸. Код филтара на слици 8.48 је укупан број резонатора непаран. Ако је укупан број резонатора паран, приступ 2 се налази на десном крају вишепроводничког вода.

Интердигитални филтри се могу реализовати и за уске и за широке пропусне опсеге. Слично као и код филтра из одељка 8.8.2, у микротракастој и тракастој техници се тешко реализују јаке спреге које су потребне са широке пропусне опсеге, али се са интердигиталним филтрима (за задату најмању ширину процепа) могу остварити шири пропусни опсежи него са филтрима из одељка 8.8.2. За веома широке опсеге су погоднији други облици проводника вода, као, на пример, проводници округлог или правоугаоног попречног пресека.

Анализа интердигиталног филтра је сложена, па се њом нећемо бавити у овој књизи. Поступци аналитичке синтезе филтра се разликују зависно од тога да ли се

¹⁸ Кондукциона спрега се може остварити и код филтара из одељка 8.8.2.

пројектује ускопојасни или широкопојасни филтар и зависно од начина спрезања приступа. Као код пројектовања филтра са полуталасним паралелно спрегнутим резонаторима, први корак је да се посматрају идеални водови и одреде њихови параметри (на пример, матрична карактеристична адмитанса вишепроводничке структуре).

Следећи корак је да се одреде димензије проводника вода, на пример, помоћу програма за квазистатичку анализу. Код водова са хомогеним диелектриком је при томе једноставније радити са матрицом $[Y_c]$ или, еквивалентно, са матрицом $[B'] = \frac{1}{c}[Y_c]$

него са матрицом $[Z_c]$, односно $[L'] = \frac{1}{c}[Z_c]$. Разлог је у следећем. Код вишепроводничких структура које се употребљавају у микроталасним филтрима проводници су, по правилу, постављени један поред другог (видети, као пример, слике 3.1б, 6.10а и 6.10б). Спрега је најјача између суседних проводника. Спрега опада са међусобним удаљавањем проводника. Када се проводници удаљавају, дијагонални елементи матрице $[B']$ се мање мењају од елемената матрице $[L']$, а елементи ван главне дијагонале матрице $[B']$ брже опадају од елемената матрице $[L']$. Стога се, приближно, избором димензија једног усамљеног проводника добија релативно добра почетна апроксимација која одговара дијагоналним елементима матрице $[B']$. Избором растојања између суседних спрегнутих проводника релативно се лако подешавају елементи ван главне дијагонале те матрице. Осим тога, елементи ван главне дијагонале који описују спрегу између несуседних проводника много су мањи код матрице $[B']$ него код $[L']$. Стога се код синтезе вода који има задату матрицу $[B']$ спреге између несуседних елемената практично увек могу занемарити.

Поступци аналитичке синтезе интердигиталних филтара су апроксимативни, а синтеза вишепроводничког вода који има задату матрицу $[Y_c]$ је дуготрајан и мукотрпан посао ако се ради ручно. Посебан проблем настаје ако је диелектрик вода нехомоген, јер је у томе случају поступак синтезе скопчан са још већим апроксимацијама, односно грешкама. Стога се код пројектовања интердигиталних филтара савременим софтверским алатима поступа на следећи начин. Прво се процени потребан ред филтра (на основу прототипа филтра). Затим се направи симулациони модел филтра. Најзад, на том моделу се уради ручно подешавање или оптимизација.

Напоменимо да ускопојасни интердигитални филтри са слике 8.48 одговарају прототипу чији је ред једнак укупном броју водова умањеном за 2. Први и последњи вод имају првенствену улогу уводника¹⁹, слично као код филтара из одељка 8.8.2. Тек ако је пропусни опсег филтра широк, они имају и значајну селективну улогу.

Пример. Пројектовати интердигитални филтар у техници тракастих водова, тако да апроксимација буде Чебишевљева, петог реда, да граничне учестаности буду $f_1 = 0,9 \text{ GHz}$ и $f_2 = 1,1 \text{ GHz}$ (релативна ширина 20%), таласност у пропусном опсегу 0,2 dB, а номиналне импедансе приступа 50Ω . Применити супстрат на бази тefлона,

¹⁹ На основу слике 3.37, селективност уводника долази до изражаја тек далеко од централне учестаности, односно код филтара чији је пропусни опсег веома широк. Стога је ред таквих филтара практично једнак укупном броју спрегнутих водова.

дебљине $h_1 = h_2 = 1,575 \text{ mm}$, релативне пермитивности $\epsilon_r = 2,33$ и тангенса угла губитака $\text{tg } \delta = 0,0002$. Дебљина бакра је $t = 18 \text{ }\mu\text{m}$.

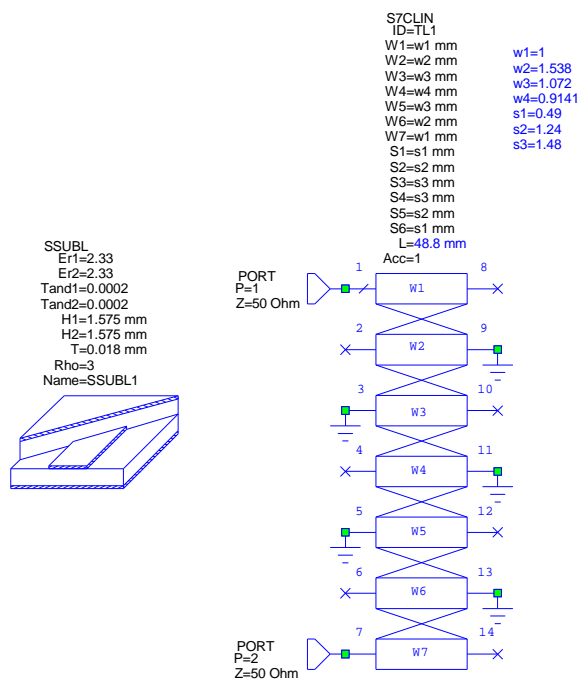
Решење. На слици 8.49а је приказан симулациони модел филтра. Одабран је филтар са отвореним водовима као уводницима. Узето је да је вишепроводничка структура симетрична: ширине проводних трака²⁰ и процепа симетрично се ређају идући од средњег резонатора ка приступним водовима²¹. Ширина процепа између уводника и суседног вода највише утиче на постизање прилагођења. Ширине осталих, унутрашњих процепа утичу на ширину пропусног опсега филтра — шири процепа дају ужи пропусни опсег и обрнуто. На моделу са слике 8.49а је урађена оптимизација²². Постављен је услов да је модул параметра s_{11} у пропусном опсегу мањи од $-13,5 \text{ dB}$ (што одговара таласности одабраног Чебишевљевог прототипа), а да је модул параметра s_{21} мањи од -25 dB при учестаностима које су од граница пропусног опсега удаљене за 50 MHz и више²³. Оптимални параметри вишепроводничке структуре су дати на слици 8.49а. На слици 8.49б су приказани параметри расејања у поређењу са LC -шемом истог филтра.

²⁰ Ширине трака утичу на губитке у проводницима. Обично постоји оптимална ширина која даје најмање унето слабљење филтра у пропусном опсегу.

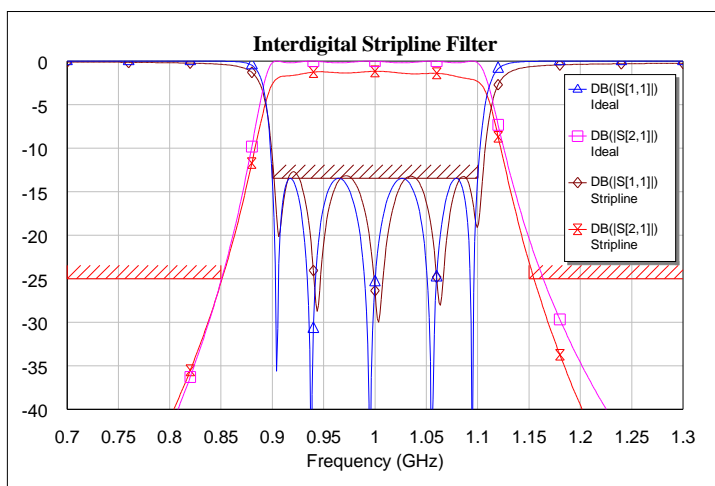
²¹ Практично посматрано, не постоји јединствено инжењерско решење постављеног проблема (мада постоји глобални оптимум у смислу задатих критеријума оптимизације, али тај оптимум није увек лако наћи). Симетрија није неопходан услов (без обзира на то што су g -параметри код Чебишевљевог филтра симетрични). Да би се смањио број променљивих параметара, могу се фиксирати ширине трака (на пример, узети траке једнаких ширина) и варирати само ширине процепа.

²² У програму Microwave Office може се употребити више различитих поступака оптимизације. За подешавање структура као што је посматрани интердигитални филтар, локална случајна оптимизација је добар избор за брз долазак до решења. Даље уфињавање оптимума може да се ради другим поступцима (робусна или симплекс оптимизација), али због толеранција у производњи нема смисла претеривати у тачности одређивања положаја оптимума.

²³ Још боље је додати и критеријум да је у пропусном опсегу $|s_{21}|$ што већи. На тај начин се проналазе решења са мањим губицима, односно са мањим унетим слабљењем.



(a)



(б)

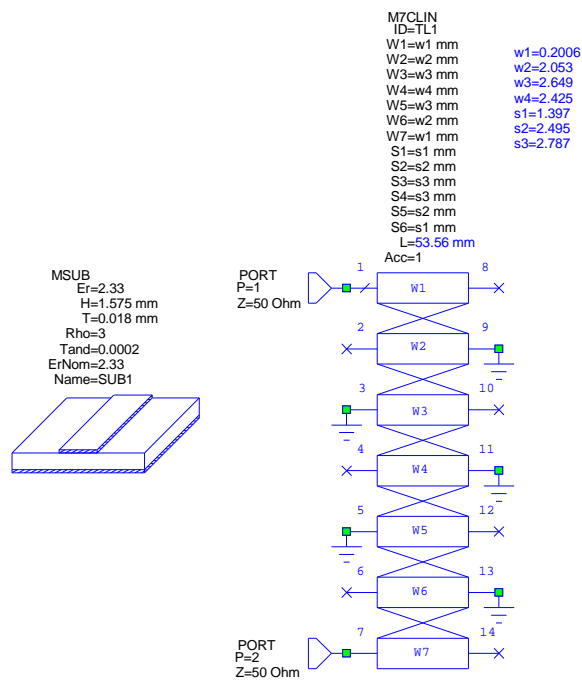
Слика 8.49. (а) Симулациони модел интердигиталног филтра у тракастој техници и (б) параметри расејања у поређењу са LC -шемом истог филтра.

Пример. Поновити претходни пример, али у микротракастој техници, са истим подацима за супстрат као у претходном примеру²⁴.

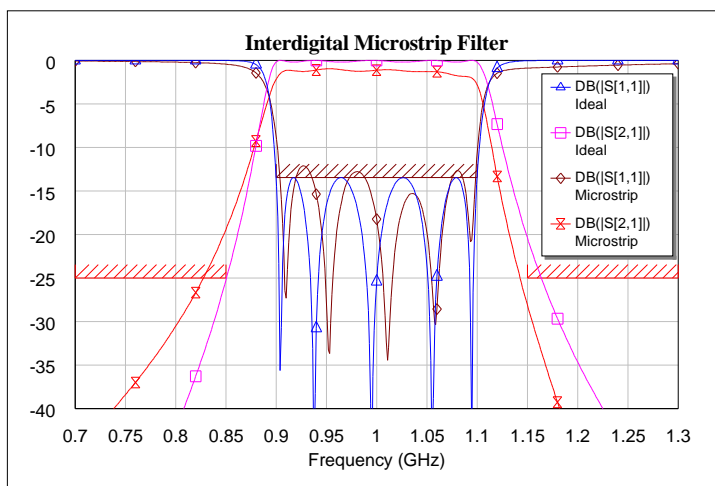
Решење. Симулациони модел филтра након оптимизације је приказан на слици 8.50а, а његови параметри расејања на слици 8.50б. Види се несиметрија у карактеристици филтра, која је последица различитих брзина простирања модова. За разлику од филтра са полуталасним резонаторима, паразитни пропусни опсези се јављају само на непарним умношцима централне учестаности основног опсега. На слици 8.51 је приказана штампана плочица овог филтра.

Прецизнији модел интердигиталног филтра треба да укључи ефекте отворених крајева и кратких спојева. У микротракастој техници се кратки спојеви праве као металлизоване рупице, или, у грубљој изради, помоћу жичица које се проширају кроз избушене рупице и залеме. Кратки спојеви у техници тракастих водова треба да обезбеде добре контакте и са горњом и са доњом проводном равни. Стога се кола у тракастој техници често стављају у металне кутије које спајају те равни и обезбеђују притисак потребан за налегање супстрата један на други.

²⁴ Велики губици у супстрату знатно кваре карактеристике филтра. Стога FR-4 није погодан за израду интердигиталних филтара, као што није погодан ни за филтре из одељка 8.8.2.

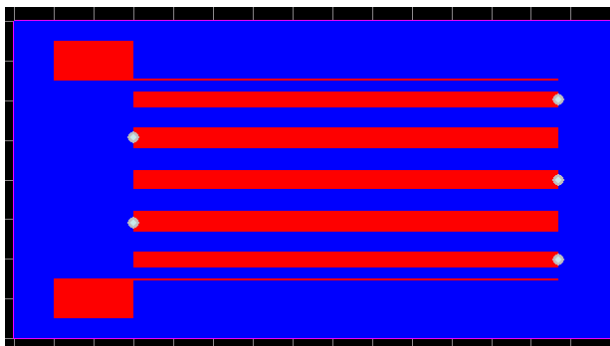


(a)



(б)

Слика 8.50. (а) Симулациони модел интердигиталног филтра у микротракастој техници и (б) параметри расејања у поређењу са LC -шемом истог филтра.



Слика 8.51. Штампана плочица филтра са слике 8.50.

Посматрајмо филтар са слике 8.51. Приступи филтра су широки водови карактеристичне импедансе 50Ω у горњем и доњем левом углу. Замислимо да је филтар побуђен на горњем приступу, а да је доњи завршен прилагођеним отпорником. Учестаност генератора је у пропусном опсегу филтра. Апстрахујући губитке у филтру и неприлагођење, сва енергија побудног генератора долази до прилагођења и у њему се дисипира.

По теорији вођених таласа, дуж вишепроводничког вода се простиру ТЕМ или квази-ТЕМ таласи у правцу осе вода. На слици 8.51 то је хоризонтални правац. Поинтингов вектор таквог таласа усмерен је у смеру простирања таласа. Међутим, оваква слика је у нескладу са чињеницом да постоји ток енергије од генератора према пријемнику. Правац тог тока би морао да буде, у просеку, трансверзалан у односу на правац простирања таласа, односно одозго на доле!

Објашњење овог парадокса је следеће. ТЕМ или квази-ТЕМ талас носи само главни део структуре електромагнетског поља. Међутим, на почетку и на крају вишепроводничког вода постоје дисконтинуитети, где структура поља битно одступа од оваквих таласа. У зони дисконтинуитета електрично и магнетско поље имају, у принципу, све три Декартове компоненте, што омогућава да Поинтингов вектор у тој области има и компоненту усмерену од генератора ка пријемнику.

Напоменимо да постоји и варијанта интердигиталног филтра код које је сваки резонатор на једном крају уземљен, а на другом завршен кондензатором (капацитивно оптерећени интердигитални филтар). Дужина вишепроводничког вода је у том случају мања него код неоптерећеног филтра, а паразитни пропусни опсези су померени ка вишим учестаностима. Међутим, реализација филтра је компликованија јер захтева монтажу (или штампање) концентрисаних кондензатора.

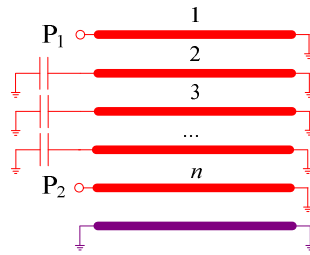
8.8.4. Чешљасти филтар

Чешљасти филтар приказан је на слици 8.52. То је филтар пропусник опсега. Састоји се од неколико (n) спрегнутих водова. На улазу и излазу филтра налазе се два вода који служе првенствено као уводници²⁵. Остали, унутрашњи водови су резонатори. Сваки резонатор се састоји од кратко спојене секције вода (краће од четвртине таласне

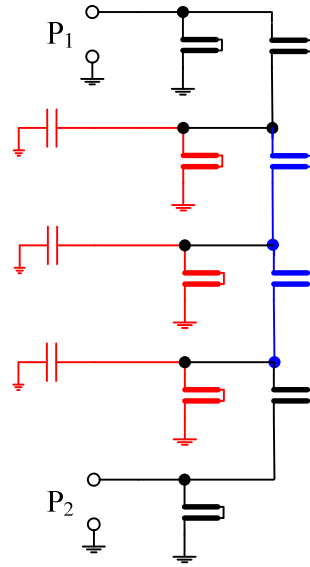
²⁵ Селективност уводника долази до изражаја тек далеко од централне учестаности.

дужине) и концентрисаног кондензатора. Ред филтра је, стога, једнак укупном броју водова умањеном за два ($n-2$), односно једнак је броју кондензатора. Штампана плочица чешљасти филтра са два резонатора приказана је на слици 3.3.

Претпоставимо да је диелектрик вишепроводничког вода са слике 8.52 хомоген. Тај вод је кратко спојен на десном крају, исто као вод са слике 3.21. На слици 3.23 је приказана еквивалентна шема кратко спојеног вишепроводничког вода. Ако занемаримо спреге између несуседних врућих проводника, та шема се упрошћава. Имајући у виду и кондензаторе, еквивалентна шема чешљасти филтра са слике 8.52а изгледа као на слици 8.52б.



(a)



(б)

Слика 8.52. Чешљасти филтар.

Дужина свих водова на слици 8.52 је иста. На централној учестаности филтра дужина тих водова једнака је, типично, $\lambda_g/8$ (мада се у пракси срећу и краћи, и дужи водови). Сваки вод нацртан црвеном бојом на слици 8.52б и одговарајући кондензатор

сачињавају резонатор. С обзиром на то да је вод краћи од $\lambda_g/4$, његова улазна импеданса је претежно индуктивна. Резонантна учестаност кола се одређује као да је у питању паралелна веза калема и кондензатора. То се своди на решавање трансцедентне једначине (јер је улазна импеданса вода тангенсна функција учестаности).

Водови нацртани плавом бојом моделују спрегу између резонатора. На централној учестаности филтра и ти водови су индуктивни. Стога шема са слике 8.52б представља филтар са спрегнутим резонаторима, где је спрега између резонатора остварена калемовима.

Водови нацртани црном бојом представљају мреже за спрегу са приступима филтра.

Паразитне резонантне учестаности резонатора настају када је улазна импеданса вода претежно индуктивна. С обзиром на то да су водови краћи од $\lambda_g/4$, прва паразитна резонанција је изнад троструке учестаности основне резонанције. Скраћивањем водова паразитна резонантна учестаност расте. Као процена, паразитне резонантне учестаности настају када је вод дугачак $m\lambda_g/2$, $m=1,2,\dots$. Ова процена се добија сматрајући да је модул импедансе кондензатора мали при високим учестаностима, па је вод практично кратко спојен на оба краја.

На учестаности када је дужина вода једнака $\lambda_g/4$, улазна импеданса сваког вода за спрегу је бесконачно велика. У том случају спреге између резонатора нема, па филтар има нулу преносне функције. Ред нуле једнак је $n-1$. Због те вишеструке нуле, преносна функција филтра је несиметрична, при чему је десни бок стрмији од левог.

При истим димензијама попречног пресека вишепроводничког вода, спрега између резонатора је јача код чешљасти филтра него код интердигиталног филтра²⁶. У штампаној техници, стога, чешљасти филтри омогућавају реализацију филтара релативно широких пропусних опсега.

Део резонатора чешљасти филтра је штампан (грубо говорећи, индуктивни део), а део је концентрисана компонента (кондензатор). Q -фактор кондензатора је обично реда величине неколико стотина²⁷. Штампани вод је кратко спојен и електрички релативно кратак. У таквом режиму рада, Q -фактор вода претежно одређују губици у проводницима²⁸. Стога се чешљасти филтар може успешно реализовати и на супстрату

²⁶ При истим околностима (карактеристике филтра и техника у којој се филтар реализује), попречна димензија вишепроводничког вода чешљасти филтра је већа него код интердигиталног филтра, али је дужина вода код чешљасти филтра мања.

²⁷ Q -фактор кондензатора је обично условљен само губицима у диелектрику. Ако је диелектрик хомоген, тада је $Q = 1/\text{tg } \delta$.

²⁸ Q -фактор двопроводничког вода резонантне дужине (тј. ако је дужина умножак $\lambda_g/4$) дат је изразом $Q = \beta/(2\alpha)$, где је, изражено преко примарних параметара водова,

$\beta = \omega\sqrt{L'C'}$ и $\alpha = \frac{R'}{2}\sqrt{\frac{C'}{L'}} + \frac{G'}{2}\sqrt{\frac{L'}{C'}}$. Ако је вод електрички кратак и кратко спојен на једном крају, гледано са другог краја се понаша приближно као калем индуктивности $L \approx L'D$, чији је фактор добротe $Q \approx \frac{\omega L'}{R'}$. Ако је вод електрички кратак и отворен, тада

од композитног материјала FR-4, упркос великом тангенсу угла губитака тог диелектрика.

За синтезу чешљастих филтара постоје апроксимативни аналитички поступци, као и за интердигиталне филтре. У оба случаја постоји иста потешкоћа: пројектовање димензија вишепроводничког вода који има задате подужне параметре. Проблем се превазилази тако што се примењује оптимизација симулационог модела чешљастог филтра. Тај модел садржи вишепроводнички вод, за који је обично довољна квазистатичка анализа. Ако се употребљавају готови (фабрички) концентрисани кондензатори (најчешће SMD компоненте), онда је при оптимизацији погодно узимати стандардне капацитивности, које су на располагању на тржишту. У оптимизацији се могу фиксирати све капацитивности (на пример, тако да буду једнаке), а онда оптимизирати само димензије вишепроводничког вода.

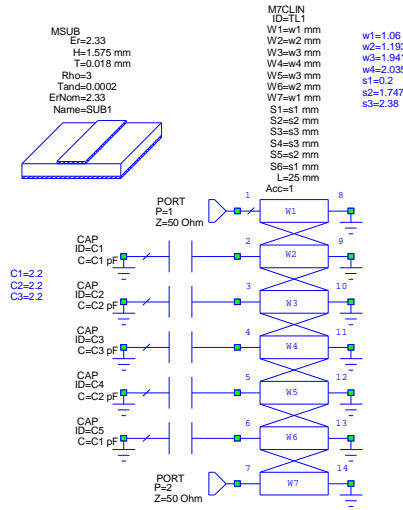
Пример. Пројектовати микротракасти чешљасти филтар који има исту спецификацију и исти супстрат као интердигитални филтар са слике 8.50. Усвојити дужину вишепроводничког вода чешљастог филтра $D = 25 \text{ mm}$.

Решење. На слици 8.53а је приказан симулациони модел након оптимизације, а на слици 8.53б су приказани његови параметри расејања. Код оптимизације су капацитивности свих кондензатора фиксирани на стандардну вредност $C = 2,2 \text{ pF}$. Може се уочити да су карактеристике добијеног филтра изразито несиметричне, што је општа карактеристика чешљастих филтара. Стрмина $|s_{21}|$ са десне стране је веома велика и филтар лако задовољава спецификације за унето слабљење изнад пропусног опсега. Међутим, спецификације за LC-шему филтра (одговарајућег реда) не могу се задовољити чешљастим филтром испод пропусног опсега. Стога су спецификације за унето слабљење у непропусном опсегу постављене на слици 8.53б несиметрично. У оптимизацију је унет и захтев за $|s_{21}|$ у пропусном опсегу. Уочимо да је у добијеном решењу ширина процепа код уводника критично мала.

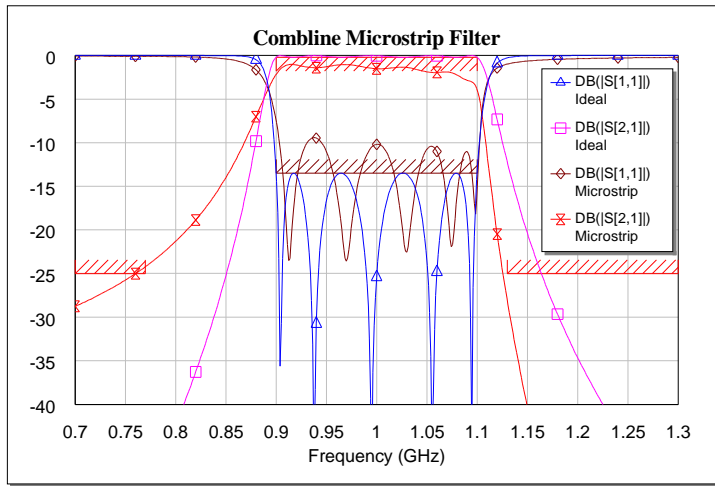
Прецизнији симулациони модел филтра обухвата дисконтинуитете које уносе кратки спојеви (вије). Кратки спојеви са масом постоје не само на местима где су резонатори уземљени, већ и на местима где су уземљени кондензатори. И саме SMD компоненте уносе паразитне ефекте, које такође треба унети у модел.

се, гледано са другог краја, понаша као кондензатор параметара $C \approx C'D$ и $Q \approx \frac{\omega C'}{G'}$.

Ако је при томе диелектрик вода хомоген, онда је $Q = 1/\text{tg } \delta$.



(a)

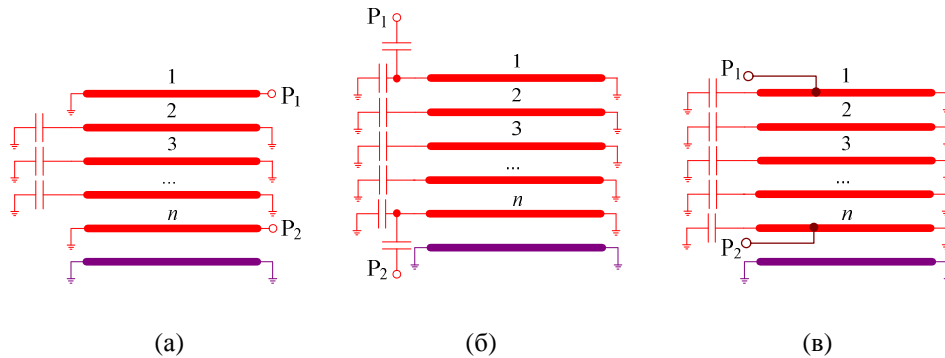


(б)

Слика 8.53. (а) Симулациони модел чешљастог филтра у микротракастој техници на подлози на бази тefлона и (б) параметри расејања у поређењу са LC-шемом истог филтра.

Спрега између приступа и филтарске структуре може да се оствари и на друге начине, приказане на слици 8.54. На слици 8.54а приступи су са исте стране вишепроводничког вода где су и кратки спојеви на резонаторима, а уводни водови су кратко спојени са леве стране. Могућа је и модификација где су уводни водови са леве стране завршени кондензаторима. Спрега на слици 8.54б се разликује од спреге на слици

8.52а по капацитивним разделницима. Спрега на слици 8.54в је кондукциона. Ове варијанте спрезања пружају додатне могућности за оптимизацију филтра у односу на структуру са слике 8.52а.



Слика 8.54. Спреге приступа са чешљастим филтром.

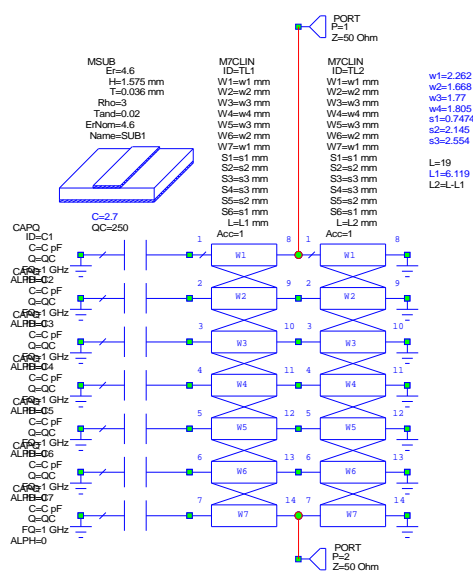
Пример. Поновити пројектовање филтра из претходног примера, али на подлози FR-4 и за спрегу приступа као на слици 8.54в.

Решење. На слици 8.55а је приказан симулациони модел филтра. Вишепроводнички вод је подељен у две секције, које су везане каскадно. Граница између секција је трансверзална раван у којој се налазе прикључци приступа. Укупна дужина вишепроводничког вода је скраћена на 19 mm, а капацитивности свих кондензатора фиксирани на стандардну вредност 2,7 pF. У модел су укључени и губици у кондензаторима (преко Q -фактора). На централној учестаности филтра унето слабљење је 2,15 dB. Од тога, око 0,2 dB потиче од непотпуног прилагођења, 0,7 dB је због губитака у проводницима, приближно исто толико због губитака у супстрату, а 0,6 dB настаје због губитака у кондензаторима²⁹.

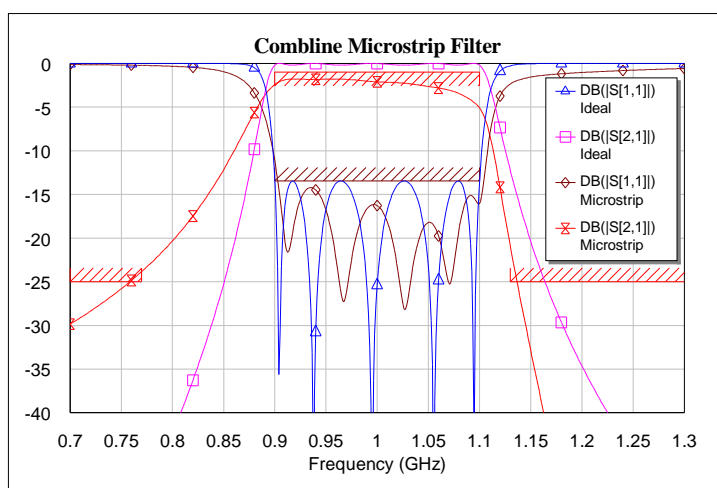
Иако је филтар направљен на лошој подлози (подлози са великим губицима), карактеристике су му боље од филтра са слике 8.53, а не постоји ниједна критична димензија (ширина траке или процепа). Све је то захваљујући кондукционој спрези, која омогућава једноставнију реализацију трансформатора импеданси него узани процеп. Поређењем унетог слабљења при ниским учестаностима филтара са слика 8.53 и 8.55 види се да се филтри понашају као да им је ред исти, што је последица мале селективности уводних резонатора.

На слици 8.56 су приказани параметри расејања филтра са слике 8.55 у широком опсегу учестаности. Први паразитни пропусни опсег је тек у околини 4,5 GHz.

²⁹ Строго гледано, губици се не могу сабирати. На пример, ако се мењају губици, мења се и $|s_{11}|$. Стога ове податке треба узети само као процену. Процена је добијена на основу симулација, укидањем једног по једног параметра који дефинише губитке у филтру.

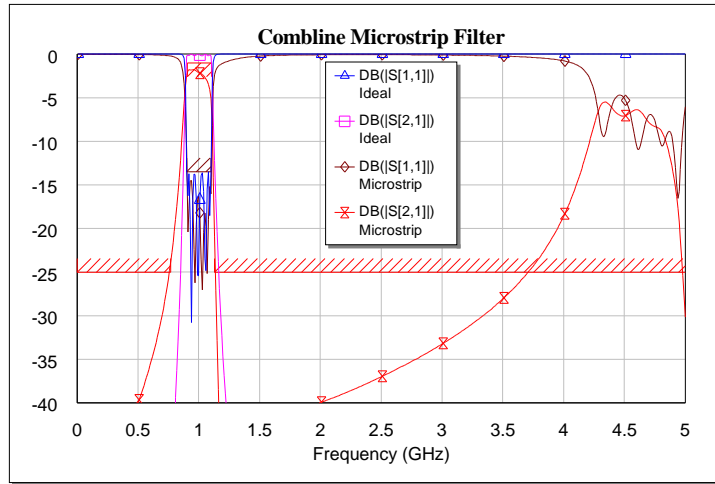


(a)



(б)

Слика 8.55. (а) Симулациони модел чешљастог филтра у микротракастој техници на подлози FR-4 и (б) параметри расејања у поређењу са LC -шемом истог филтра.



Слика 8.56. Параметри расејања филтра са слике 8.55 у широком опсегу учестаности.

Коришћење променљивих кондензатора код чешљастиг филтра омогућава његово finely подешавање (при тестирању прототипа, у серијској производњи или ако је у експлоатацији потребно променити централну учестаност филтра).

Ако се уместо класичних кондензатора поставе варактор диоде (као што је предвиђено код филтра са слике 3.3), променом напона поларизације мења се капацитивност диода. Тако се филтар може подешавати електронским путем. Променљивим капацитивностима могуће је мењати централну учестаност у опсегу и до једне октаве.

Чешласти филтри се не раде само у техници штампаних водова, већ и у виду механичких конструкција (са проводницима округлих или правоугаоних пресека). Постоје и филтри реализовани у блоку од керамичког материјала велике релативне пермитивности³⁰. У том блоку се реализују округле металзоване рупице, које играју улогу проводника вишепроводничког вода. На једној површи блока се наштампају кондензатори и проводници за везу (техником сито-штампе). Остале површи блока су металзоване и играју улогу заједничког проводника. У такву структуру се могу укомпоновати и филтри непропусници опсега (на пример, додавањем резонатора који су спрегнути са уводницима), да би се повећале стрмине бокова преносне карактеристике. У тој техници се праве и дуплексери, с тим што два чешласта филтра пропусника опсега имају заједнички уводник. Керамички филтри овога типа се употребљавају, на пример, у мобилној телефонији.

³⁰ Обично се употребљава баријум-титанат, помешан са другим материјалима у циљу температурске стабилизације. Релативна пермитивност таквог керамичког материјала је око 36.

Литература

- [Ђорђ05] Ђорђевић, А., Колунџија, Б., Тошић, Д., Петровић, В., Илић, М., Тасић, М., Николић, М., Олћан, Д., *RF и микроталасне компоненте и антене за бежичне рачунарске мреже и WiFi Интернет инфраструктуру*, фаза 2, пројекат ТР-6154, Министарство за науку републике Србије, 2005–2007.
- [Ђорђ06] Ђорђевић, А. Р., Тошић, Д. В., *Микроталасна техника*, Академска мисао, Београд, 2006.
- [Ђорђ07] Ђорђевић, А. Р., *Електромагнетика*, Академска мисао, Београд, 2007.
- [AAD] *AADE Filter Design*, <http://www.aade.com>
- [ADS] *ADS*, Agilent Technologies, Inc., 5301 Stevens Creek Blvd, Santa Clara, CA 95051, USA. <http://www.agilent.com>
- [All70] Alley, G. D., “Interdigital Capacitors and Their Application to Lumped-Element Microwave Integrated Circuits”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. 18, No. 12, pp. 111–222, Jan 1970.
- [ANS] *Ansoft Designer with Nexxim*, Ansoft, Inc., 225 West Station Square Drive, Suite 200, Pittsburgh, PA 15219, USA. <http://www.ansoft.com>.
- [Bah03] Bahl, I. J., *Lumped elements for RF and microwave circuits*, Artech House, Boston, 2003.
- [Bes03] Besser, L., Gilmore, R., *Practical RF Circuit Design for Modern Wireless Systems, volume I: Passive Circuits and Systems*, Artech House, Boston, 2003.
- [Col01] Collin, R. E., *Foundations for Microwave Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1992; reprint J. Wiley - IEEE Press, 2001.
- [Col65] Collin R. E., “The optimum tapered transmission line matching section”, *Proc. IRE*, Vol. 44, pp. 539–548, Apr 1965.
- [DEX99] *Design Explorer 99*, Protel International.
- [Djo01] Djordjević, A. R., Biljić, R. M., Likar-Smiljanić, V. D., Sarkar, T. K., “Wideband Frequency-Domain Characterization of FR-4 and Time-Domain Causality”, *IEEE Trans. on EMC*, Vol. 43, No. 4, pp. 662–667, Nov 2001.
- [Djo03] Djordjević A. R., Zajić A. G., Steković A. S., Nikolić M. M., Marićević Z. A., Schemmann M. F. C. “On a Class of Low-Reflection Transmission-Line Quasi-Gaussian Low-Pass Filters and Their Lumped-Element Approximations”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. MTT-51, No. 7, pp. 1871–1877, 2003.

- [Djo03a] Djordjević A. R., Zajić A. G., Tošić D. V., Hoang T., “A Note on the Modeling of Transmission-Line Losses”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. 51, No. 2, pp. 483–486, 2003.
- [Djo86] Djordjević, A. R., Sarkar, T. K., “Frequency behaviour of multiconductor transmission line inductances and resistances”, *Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik*, B. 40, H. 4, pp.254–256, Apr 1986.
- [Djo87] Djordjević, A. R., Sarkar, T. K., Harrington, R. F., “Time-domain response of multiconductor transmission lines”, *Proc. IEEE*, Vol.75, No. 6, pp. 743–764, Jun 1987.
- [Djo87a] Djordjević, A. R., Sarkar, T. K., “Analysis of time response of lossy multiconductor transmission line networks”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. MTT-35, No. 10, pp. 898–908, Oct 1987.
- [Djo89] Djordjević, A. R., *et al.*, *Matrix Parameters for Multiconductor Transmission Lines*, Artech House, Boston, 1989.
- [Djo90] Djordjević, A. R., *et al.*, *Scattering Parameters of Microwave Networks with Multiconductor Transmission Lines*, Artech House, Boston, 1990.
- [Djo94] Djordjevic, A. R., Sarkar, T. K., “Closed-Form Formulas for Frequency-Dependent Resistance and Inductance per Unit Length of Microstrip and Strip Transmission Lines”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. 42, No. 2, pp. 241–248, Feb 1994.
- [Djo97] Djordjević, A. R., “SPICE-compatible models for multiconductor transmission lines in Laplace-Transform domain”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. MTT-45, No. 5, Part I, pp. 569–579, May 1997.
- [Đorđ04] Đorđević, A. R., “Causality of Circuit and Electromagnetic-Field Models”, *Bulletin de l'Académie serbe des sciences et des arts*, Classe des Sciences techniques, Vol. 132, No. 30, pp. 33–59, Mar 2004.
- [Edw92] Edwards, T. C., *Foundations for Microstrip Circuit Design*, Jonh Wiley & Sons, New York, 1992.
- [FOF07] “Focus on Filters”, *IEEE Microwave Magazine*, Vol. 8, No. 2, Apr 2007.
- [FSL] *Filter Solutions*, Nuhertz Technologies, <http://www.filter-solutions.com>
- [Gar84] Gardiol, F. E., *Introduction to Microwaves*, Artech House, Boston, 1984.
- [GEN] Genesys, Eagleware, Agilent Technologies, Inc., 5301 Stevens Creek Blvd, Santa Clara, CA 95051, USA. <http://www.eagleware.com/products/genesys/genesys.html>
- [Gup81] Gupta, K. C., Garg, R., Chada, R., *Computer-Aided Design of Microwave Circuits*, Artech House, Boston, 1981.
- [Gup96] Gupta, K.C., Garg, R., Bahl, I., Bhartia, P., *Microstrip Lines and Slotlines*, Artech House, Boston, 1996.
- [Ham75] Hammerstad, E., O., Bekkadal, F., *A Microstrip Handbook*, ELAB Report, STF 44 A74169, Univ. of Trondheim, Norway, pp. 98–110, 1975.
- [Hil69] Hilberg, W., “From Approximations to Exact Relations for Characteristic Impedances”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. 17, No. 5, pp. 259–265, May 1969.
- [HSP] *HSPICE*, Synopsys, Inc., 700 East Middlefield Road, Mountain View, CA 94043, USA. <http://www.synopsys.com/products/mixedsignal/hspice/hspice.html>
- [Hun01] Hunter I. C., *Theory and Design of Microwave Filters*, London, UK: IEE, 2001.
- [ICA] *ICAP/4*, Intusoft Inc., 879 West 190th Street, Suite 100, Gardena, CA, USA. <http://www.intusoft.com/>

- [IE3] *IE3D and MDSPICE*, Zeland Software, Inc., 48834 Kato Road, Suite 103A, Fremont, CA 94538, USA. <http://www.zeland.com>
- [Jia01] Jia-Sheng Hong, Lancaster, M. J., *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*, John Wiley, New York, 2001.
- [LIN99] Djordjević, A. R., Baždar, M. B., Sarkar., T. K., Harrington, R. F., *Linpar for Windows: Matrix Parameters for Multiconductor Transmission Lines*, Artech House, Boston, 1999.
- [LTS] *LTSpice*, Linear Technologies, Inc., <http://www.linear.com>
- [Luk06] Lukić, M., Rondineau, S., Popović, Z., Filipović, D., “Modeling of Realistic Rectangular μ -Coaxial Lines”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. 54, No. 5, pp. 2068–2076, May 2006.
- [Lut01] Lutovac M. D., Tošić D. V., Evans B. L., *Filter Design for Signal Processing using MATLAB and Mathematica*, Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.
- [Klo56] Klopfenstein, R. W., “A transmission line taper with improved design”, *Proc. IRE*, Vol. 44, pp. 31–45, Jan 1956.
- [Mal79] Malherbe J. A. G., *Microwave Transmission Line Filters*, Dedham, MA: Artech House, 1979.
- [MAT] *Mathematica*, Wolfram Research, Inc., <http://www.wolfram.com>
- [Mat64] Matthaei, G. L., Young, L., Jones E. M T., *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House, Boston, 1980, reprint of McGraw-Hill, New York, 1964.
- [MCD] *MathCAD*, Mathsoft, PTC, <http://www.ptc.com>
- [MLB] *Matlab*, Mathworks, <http://www.mathworks.com>.
- [MPL] *Maple*, Maplesoft, <http://www.maplesoft.com>
- [MWO] *Microwave Office*, Applied Wave Research, Inc., 1960 E. Grand Avenue, Suite 430, El Segundo, CA 90245, USA. <http://www.appwave.com>.
- [Poz01] Pozar, D. M., *Microwave and RF Design of Wireless Systems*, John Wiley, New York, 2001.
- [Poz04] Pozar, D. M., *Microwave engineering*, 3rd Ed., John Wiley, New York, 2004.
- [PSP] *PSPice*, Cadence Inc., 2655 Seely Avenue, San Jose, CA 95134, USA. <http://www.cadence.com/orcad/>
- [Rhe94] Rhea R. W., *HF Filter Design and Computer Simulation*, Norcross, GA: Noble Publishing, 1994.
- [Son00] Song, B. W., Kim, S. J., Lee, H. Y., “Vertical Integrated Transformers Using Bondwires for MMICs”, *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp. 1341–1344, 2000.
- [Wad91] Wadell, B. C., *Transmission Line Design Handbook*, Artech House, Boston, 1991.
- [Whe78] Wheeler, H. A., “Transmission-Line Properties of a Strip Line Between Parallel Planes”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. 26, No. 11, pp. 866–876, Nov 1978.
- [Wil60] Wilkinson, E. J., „An N-Way Hybrid Power Divider“, *IRE Trans. on MTT*, Vol.8, No.1, 1960.
- [WPL] *WIPL-D Microwave*, WIPL-D d.o.o., Gandijeva 7/32, Beograd, Srbija. <http://www.wipl-d.com>.